

Министерство образования и науки Республики Беларусь
БЕЛОРУССКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ПОЛИТЕХНИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ

Кафедра "Технология машиностроения"

Сакоўич А.А.

РАСЧЕТ ДЕФОРМАЦИЙ ТОНКОСТЕННЫХ КОЛЕЦ ПРИ ЗАКРЕПЛЕНИИ
В ПАТРОНАХ

Учебно-методическое пособие
по дисциплине "Проектирование технологической оснастки"
для студентов специальности I2.01 - "Технология машиностроения"

М и н с к 1 9 9 5

621.9
УДК 669.018 (075.8)
С15

Сакович А.А., Романчук С.И., Козыревич Н.А. Расчет деформаций колец при закреплении в патронах: Учебно-метод. пособие по дисц. "Проектирование технологической оснастки" для студ. спец. I2.01 - "Технология машиностроения"/ С.И.Романчук, Н.А.Козыревич.- Мн.: БГПА, 1995.- 12 с.

А.А.Сакович, С.И.Романчук, Н.А.Козыревич

В пособии рассмотрена методика аналитического определения деформации тонкостенных колец при закреплении заготовок в станочных приспособлениях типа самоцентрирующих патронов.

Рецензенты:

И.А.Каштальян, А.С.Шамшур

Учебное издание

САКОВИЧ Александр Аверьянович

РОМАНЧУК Сергей Иванович

КОЗЫРЕВИЧ Наталия Александровна

**РАСЧЕТ ДЕФОРМАЦИЙ ТОНКОСТЕННЫХ КОЛЕЦ ПРИ ЗАКРЕПЛЕНИИ
В ПАТРОНАХ**

Учебно-методическое пособие

по дисциплине "Проектирование технологической оснастки"
для студентов специальности I2.01 - "Технология машиностроения"

Редактор Т.А.Палилова. Корректор М.Н.Антонова

Принято в печать 14.09.94.
ВОЗВРАТИТЕ КНИГУ НЕ ПОСЛЕ
ОБОЗНАЧЕННОГО ЗДЕСЬ СРОКА

Печат.
72.

Академия.
Ф.Скорины, 65.

Мн., С.И.Романчук,
И.А.Каштальян, 1995

В в е д е н и е

Упругие деформации колец при закреплении в станочных приспособлениях значительно снижают точность обработки, особенно, если кольца тонкостенные (отношение толщины стенки к среднему радиусу $R/t \ll 0,2$).

При механической обработке заготовок в кулачковых и мембранных патронах и др. развиваются асимметричные, т.е. неравномерные по окружности силы закрепления. Приспособления магнитные, гидропластмассовые, с гофрированными втулками, оправки цилиндрические и прессовые развивают осесимметричные, т.е. равномерные по окружности силы закрепления.

Под действием сил закрепления поперечные сечения кольца получают радиальные и угловые перемещения, которые могут вызвать отклонения размеров, соизмеримых с допусками I-4 качества, а также отклонения формы и расположения, соизмеримые с допусками I-3 степени сложности.

РАСЧЕТ ДЕФОРМАЦИЙ ТОНКОСТЕННЫХ КОЛЕЦ ПРИ ЗАКРЕПЛЕНИИ В ПАТРОНАХ

Рассмотрим кольцо под действием K радиальных сил \vec{P} , приложенных к наружной поверхности кольца. Точки приложения сил равномерно распределены по наружной образующей кольца (рис.1).

Выделим на кольце сечения 0-0 и I-I, которые будут расположены посередине между двумя соседними силами и с учетом точек их приложения.

Участок кольца, заключенный между соседними сечениями, например, в точках А и В и участок между соседними сечениями в точках В и С деформируются симметрично относительно сечения 0-0 (точки В). Значит, слои металла непосредственно примыкающие слева и справа к этому сечению не испытывают взаимных перемещений друг относительно друга, т.е. поперечная сила Q_0 в этом сечении равна 0.

Части кольца, заключенные между соседними сечениями С-0 деформируются одинаково, поэтому для простоты расчетов ограничимся рассмотрением одной такой части, например, между точками В и Д (рис.2). Действие отброшенной части кольца заменим реакциями связи Q_0 и N_0 и возникающим моментом M_0 . В нашем случае Q_0 - поперечная сила, которая равна 0; N_0 - продольная сила (за положительное направление принято такое направление, при котором выделенный элемент испытывает растяжение); M_0 - реактивный момент.

Выберем систему координат xOx с центром в центре 0 кольца. На

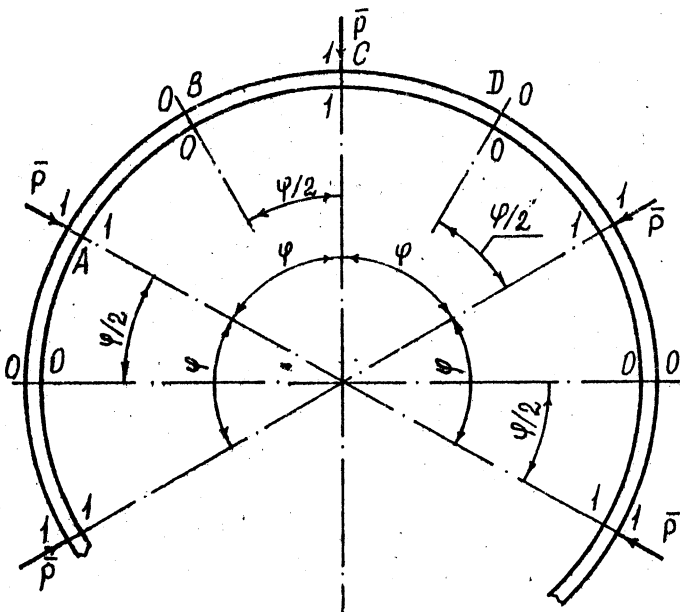


Рис. 1. Схема нагружения кольца

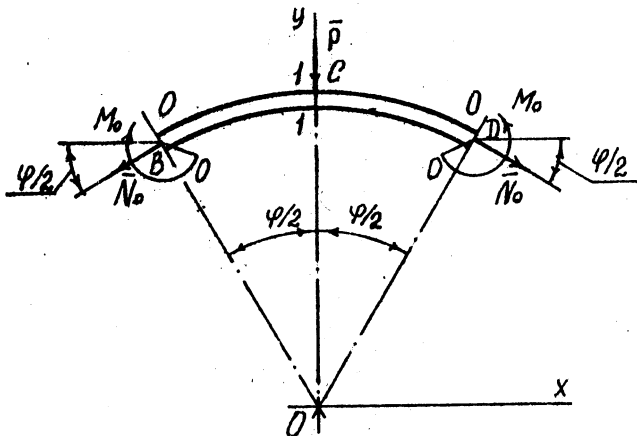


Рис. 2. Эквивалентная схема нагружения

основании уравнений равновесия найдем N_0

$$\sum F_i y = -p - 2N_0 \sin \frac{\psi}{2} = 0, \quad (1)$$

где $\psi = \frac{2\alpha}{K}$; К-число кулачков (3, 4, 6),

$$\text{или } N_0 = -\frac{p}{2 \sin \frac{\psi}{2}}. \quad (2)$$

Для определения поперечной силы Q_I и нормальной N_I в сечении I-I отбросим еще и часть кольца, заключенную между точками С и Д. В сечении I-I будут действовать Q_I , N_I и момент M_I (рис.3). На основании уравнений равновесия

$$\sum F_i y = -Q_I - N_0 \sin \frac{\psi}{2} = 0$$

или, учтя уравнения (1) и (2);

$$Q_I = -N_0 \sin \frac{\psi}{2} = \frac{p}{2} \frac{\sin \frac{\psi}{2}}{\sin \frac{\psi}{2}} = \frac{p}{2}, \quad (3)$$

аналогично $\sum F_i x = N_I - N_0 \cos \frac{\psi}{2} = 0$

или, учтя уравнения (1) и (2),

$$N_I = N_0 \cos \frac{\psi}{2} = -\frac{p}{2} \frac{\cos \frac{\psi}{2}}{\sin \frac{\psi}{2}} = -p \operatorname{ctg} \frac{\psi}{2}. \quad (4)$$

Для определения изгибающего момента M_0 , действующего в сечении 0-0 воспользуемся теоремой Кастильяно. По данной теореме частная производная потенциальной энергии по обобщенной силе равна обобщенной координате, т.е.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial Q_i} = q_i.$$

Сечение 0-0 при деформации не поворачивается, т.е. обобщенная координата соответствующая повороту равна 0. Обобщенная сила, обеспечивающая поворот сечения—это момент M , т.е.

$$\frac{d\Pi}{dM_0} = 0$$

Для произвольного сечения $m-m$, составляющего угол α с сечением $O-O$, изгибающий момент (рис.4) можно найти из уравнения

$$\sum M_i F = M_0 - N_0 \cdot EF - M = 0.$$

Из построения (рис.4), видно

$$FE = BL = BO - LO = R - R \cos \alpha,$$

тогда
$$M = M_0 - N_0 R (1 - \cos \alpha)$$

или, учтя (1) и (2),

$$M = M_0 + \frac{PR}{2 \sin \frac{\alpha}{K}} (1 - \cos \alpha). \quad (5)$$

Потенциальную энергию кольца Π можно представить как сумму потенциальной энергии деформации изгиба U и оставшейся части потенциальной энергии T, t, e .

$$\Pi = U + T, \text{ где } U = U(M) \text{ и } T \neq T(M), \quad (6)$$

тогда
$$\frac{\partial \Pi}{\partial M} = \frac{\partial U}{\partial M} + \frac{\partial T}{\partial M}.$$

Учтя уравнение (6), получим

$$\frac{\partial U}{\partial M} \neq 0; \quad \frac{\partial T}{\partial M} \equiv 0.$$

тогда

$$\frac{\partial \Pi}{\partial M_0} = \frac{\partial U}{\partial M_0} = 0. \quad (7)$$

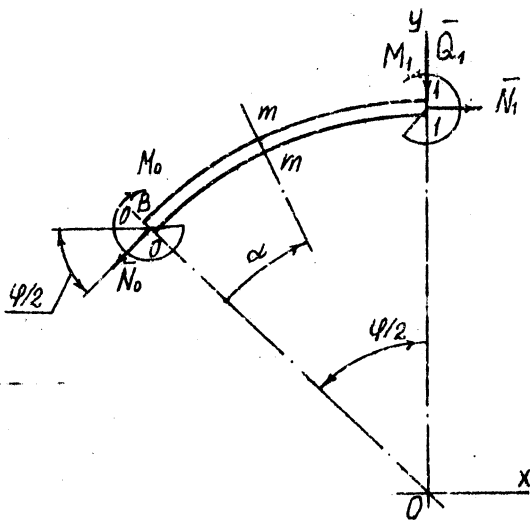


Рис.3. Схема нагружения части кольца

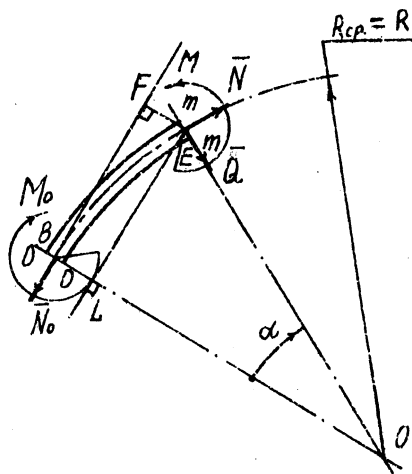


Рис.4. Схема для определения изгибающего момента

Потенциальная энергия деформации изгиба части кольца, заключенной между точками В и С, равна

$$U = \int_0^{\frac{\varphi}{2}} \frac{M^2 R}{2EJ} d\alpha,$$

где E-модуль упругости;

J-момент инерции.

Потенциальная энергия деформации изгиба зависит и от поперечной силы. Величина вклада в потенциальную энергию изгиба поперечной силы не превышает 2...3%. Поэтому пренебрегаем этой составляющей.

$$\frac{\partial U}{\partial M_0} = \frac{\partial}{\partial M_0} \int_0^{\frac{\varphi}{2}} \frac{M^2 R}{2EJ} d\alpha = \frac{R}{EJ} \int_0^{\frac{\varphi}{2}} M \frac{\partial M}{\partial M_0} d\alpha \quad (8)$$

Найдем значение $\frac{\partial M}{\partial M_0}$

$$\frac{\partial M}{\partial M_0} = \frac{\partial}{\partial M_0} \left(M_0 + \frac{PR}{2 \sin \frac{\pi}{K}} (1 - \cos \alpha) \right) = 1.$$

Тогда из уравнения (8), имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial M_0} &= \frac{R}{EJ} \int_0^{\frac{\varphi}{2}} \left(M_0 + \frac{PR}{2 \sin \frac{\pi}{K}} (1 - \cos \alpha) \right) d\alpha = \\ &= \frac{R}{EJ} \left(M_0 \alpha + \frac{PR}{2 \sin \frac{\pi}{K}} (\alpha - \sin \alpha) \right) \Big|_0^{\frac{\varphi}{2}} = \\ &= \frac{R}{EJ} \left(M_0 \frac{\varphi}{2} + \frac{PR}{2 \sin \frac{\pi}{K}} \left(\frac{\varphi}{2} - \sin \frac{\varphi}{2} \right) \right) \end{aligned}$$

или, учтя уравнение (1), имеем

$$\frac{\partial U}{\partial M_0} = \frac{R}{EJ} \left(M_0 \frac{\pi}{K} + \frac{PR}{2 \sin \frac{\pi}{K}} \left(\frac{\pi}{K} - \sin \frac{\pi}{K} \right) \right) = 0,$$

отсюда

$$M_0 = \frac{\kappa}{\pi} \left(\frac{PR}{2} - \frac{PR\bar{\kappa}}{2\kappa \sin \frac{\pi}{\kappa}} \right) = \frac{PR\kappa}{2\pi} - \frac{PR}{2\sin \frac{\pi}{\kappa}}.$$

Подставив в уравнение (5) полученное значение, имеем

$$M = \frac{PR\kappa}{2\pi} - \frac{RPC \cos \alpha}{2\sin \frac{\pi}{\kappa}} = \frac{PR}{2} \left(\frac{\kappa}{\pi} - \frac{C \cos \alpha}{\sin \frac{\pi}{\kappa}} \right). \quad (9)$$

Для определения перемещений в сечениях 0-0 и I-I воспользуемся дифференциальным уравнением упругой линии бруса с круговой осевой линией

$$\frac{d^2 \delta}{ds^2} + \frac{\delta}{R^2} = - \frac{M}{EJ},$$

где δ - малые радиальные перемещения отдельных точек упругой линии;
 S - элемент дуги упругой линии.

Подставив значение M из уравнения (9), получим

$$\frac{d^2 \delta}{ds^2} + \frac{\delta}{R^2} = \frac{PR}{2EJ} \left(\frac{C \cos \alpha}{\sin \frac{\pi}{\kappa}} - \frac{\kappa}{\pi} \right);$$

умножив почленно на R^2 и учтя, что $S = dR (ds^2 = R^2 d\alpha^2)$, получим

$$\frac{d^2 \delta}{d\alpha^2} + \delta = \frac{PR^3}{2EJ} \left(\frac{C \cos \alpha}{\sin \frac{\pi}{\kappa}} - \frac{\kappa}{\pi} \right). \quad (10)$$

Решение линейного неоднородного уравнения (10) второго порядка будет иметь вид: $\delta = \delta_1 + \delta_2$

где δ_1 - общее решение уравнения (10) без правой части;

δ_2 - частное решение уравнения (10).

Из теории дифференциальных уравнений известно, что

$$\delta_1 = A \cos \alpha + B \sin \alpha;$$

для нашего случая

$$\delta_2 = C + d (D \cos \alpha + E \sin \alpha).$$

Постоянные C, D и E найдем, подставив в уравнение (10) значения δ_1 и δ_2 ,

$$\delta_2 = D \cos \alpha + E \sin \alpha + d(-D \sin \alpha + E \cos \alpha);$$

$$\begin{aligned} \delta_2'' &= -2D \sin \alpha + 2E \cos \alpha - d(D \cos \alpha + E \sin \alpha) \\ &- 2D \sin \alpha + 2E \cos \alpha - d(D \cos \alpha + E \sin \alpha) + C + d(D \cos \alpha + E \sin \alpha) = \\ &= \frac{PR^3}{2EJ} \left(\frac{\cos \alpha}{\sin \frac{\pi}{K}} - \frac{K}{\pi} \right), \end{aligned}$$

тогда

$$\left. \begin{aligned} -2D &= 0; \\ 2E &= \frac{PR^3}{2EJ \sin \frac{\pi}{K}}; \\ C &= -\frac{PR^3 K}{2EJ \pi}; \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} D = 0; \\ E = \frac{PR^3}{4EJ \sin \frac{\pi}{K}}; \\ C = -\frac{PR^3 K}{2EJ \pi}; \end{cases}$$

$$\text{т.о.} \quad \delta = A \cos \alpha + B \sin \alpha - \frac{PR^3 K}{2EJ \pi} + \frac{PR^3 d}{4EJ \sin \frac{\pi}{K}} \cdot \sin \alpha; \quad (\text{II})$$

При $d=0$ и $d = \frac{\pi}{K}$ имеют место экстремумы функции (II), т.е. $\frac{d\delta}{d\alpha} = 0$;
тогда

$$\frac{d\delta}{d\alpha} = -A \sin \alpha + \frac{PR^3}{4EJ \sin \frac{\pi}{K}} \cdot \sin \alpha + \frac{PR^3 d}{4EJ \sin \frac{\pi}{K}} \cdot \cos \alpha + B \cos \alpha;$$

$$\left. \frac{d\delta}{d\alpha} \right|_{\alpha=0} = B = 0; \quad \left. \frac{d\delta}{d\alpha} \right|_{\alpha=\frac{\pi}{K}} = -A \sin \frac{\pi}{K} + \frac{PR^3}{4EJ} + \frac{PR^3 \pi}{4KEJ \sin^2 \frac{\pi}{K}}$$

$$\times \cos \frac{\pi}{K} = 0,$$

т.е.

$$A = \frac{PR^3}{4EJ \sin \frac{\pi}{K}} + \frac{PR^3 \pi \cdot \cos \frac{\pi}{K}}{4KEJ \sin^2 \frac{\pi}{K}}.$$

Теперь имеем

$$\delta = \frac{PR^3}{4EJ\sin^3 \frac{\pi}{K}} \left(1 + \frac{\pi}{K} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{K} \right) \cdot \cos \alpha - \frac{PR^3 K}{2EJ\pi} + \frac{PR^3 L}{4EJ\sin^3 \frac{\pi}{K}} \sin \alpha. \quad (12)$$

Перемещение в сечении 0-0 ($\alpha=0$)

$$\delta_0 = \frac{PR^3}{4EJ\sin^3 \frac{\pi}{K}} \left(1 + \frac{\pi}{K} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{K} \right) - \frac{PR^3 K}{2EJ\pi}. \quad (13)$$

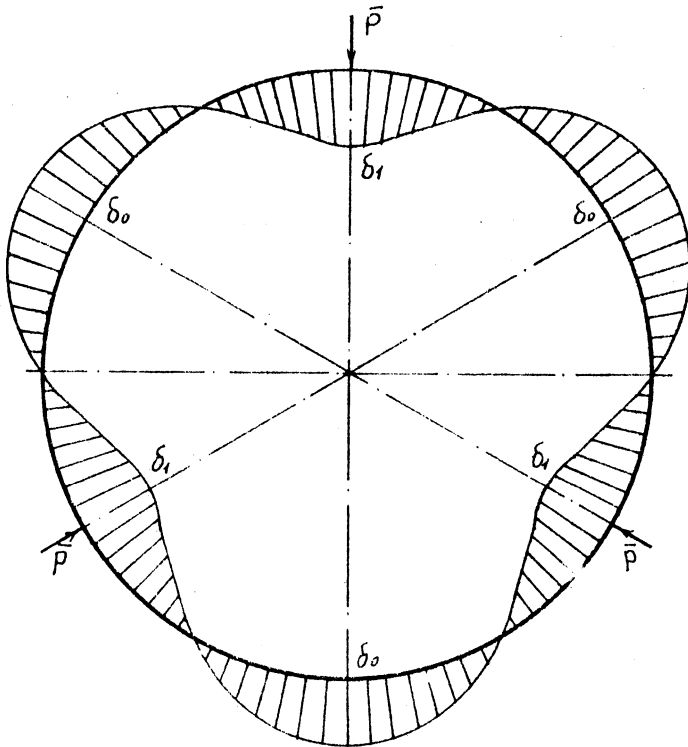


Рис. 6. Кривые перемещений кольца при закреплении в шарнирчатом патроне

Перемещение в сечении I-I ($\alpha = \frac{q}{K}$)

$$\delta_I = \frac{PR^3}{4EJ} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{K} \left(1 + \frac{\pi}{K} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{K} \right) - \frac{PR^3K}{2EJ\pi} + \frac{PR^3\pi}{4EJK} \quad (14)$$

На рис.5 показана эпюра перемещений кольца при закреплении в трехкулачковом патроне. Определим значения δ_0 и δ_I при числе кулачков $K=3; 4$ и 6 . Результаты сведем в таблицу I. При значении $\delta < 0$ имеет место вынуживание кольца. Максимальные деформации кольца при закреплении в патронах с различными числами кулачков приведены в таблице I.

Т а б л и ц а I

Число кулачков, K	Перемещение (δ_0) в сечении 0-0	Перемещение (δ_I) в сечении I-I
3	$-0,01426 \frac{PR^3}{EJ}$	$0,01594 \frac{PR^3}{EJ}$
4	$-0,005386 \frac{PR^3}{EJ}$	$0,006079 \frac{PR^3}{EJ}$
6	$-0,001480 \frac{PR^3}{EJ}$	$0,001682 \frac{PR^3}{EJ}$

Л и т е р а т у р а

1. В о д н е в В.Т. и др. Основные математические формулы: Справочник. - Мн.: Высшая школа, 1988. - 269 с.
2. З у б а р е в Ю.М., П р и е м ы ш е в А.В. Проектирование приспособлений. Методические указания к выполнению лабораторных работ. - Л.: ВТУЗ, 1987. - 30 с.
3. К о р с а к о в В.С. Основы конструирования приспособлений. - М.: Машиностроение, 1983. - 277 с.
4. Ствочные приспособления: Справочник. В 2 т. /Под редакцией Б.Н.Вардугина, А.А.Шатилова. - М.: Машиностроение, 1984. - Т. I. - 592 с.