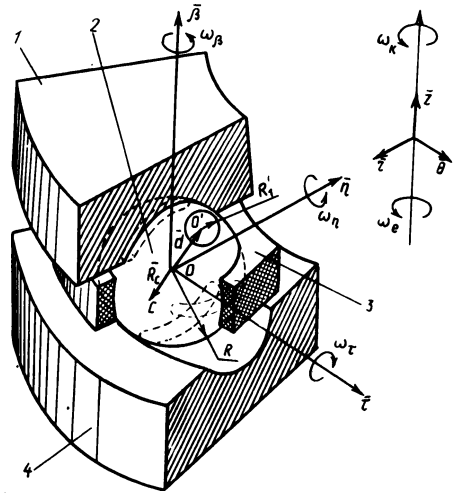


Рис. 1. К динамическому анализу движения шарика в упорном подшипнике; 1 — подвижное кольцо; 2 — шарик; 3 — сепаратор; 4 — неподвижное кольцо



совпадает с центром сферы (рис. 1). Составляющие вектора абсолютной угловой скорости шарика ω_n , ω_β и ω_τ могут быть определены из динамического анализа движения его в рабочей зоне.

Полная система уравнений движения шарика получится при рассмотрении поступательного и орбитального движений центра масс в цилиндрической системе координат $\bar{z}\bar{r}\bar{\theta}$ и вращательного движения шарика вокруг центра сферы в системе координат $\bar{\eta}\bar{\beta}\bar{\tau}$, как показано на рис. 1.

Запишем уравнение движения центра масс шарика следующим образом [1]:

$$\Sigma \bar{F} = m a_c, \quad (1)$$

где m — масса шарика.

Вектор ускорения центра масс \bar{a}_c представим в виде

$$\bar{a}_c = \bar{a}_0 + \frac{d\bar{\omega}}{dt} \bar{R}_c + \bar{\omega}(\bar{\omega} \bar{R}_c), \quad (2)$$

где \bar{a}_0 — вектор ускорения геометрического центра; $\bar{\omega}$ — вектор абсолютной мгновенной скорости вращения шарика относительно центра сферы; \bar{R}_c — радиус-вектор центра масс сферы.

Ускорение центра сферы в цилиндрической системе координат имеет вид [1]

$$a_{0z} = \ddot{z}; \quad a_{0r} = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2; \quad a_{0\theta} = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}, \quad (3)$$

где $\dot{\theta} = \omega_e$ — угловая скорость переносного вращения центра шарика.

С учетом принятого допущения об отсутствии колебаний шарика в радиальном направлении уравнения (3) при условии $\omega_e = \text{const}$ примут вид:

$$a_{0z} = \ddot{z}; \quad a_{0r} = -r\omega_e^2; \quad a_{0\theta} = 0.$$

Уравнение (1) с учетом выражения (2) и формулы двойного векторного произведения в матричном виде выразится следующим образом:

$$\begin{pmatrix} F_z \\ F_r \\ F_\theta \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} a_{0z} \\ a_{0r} \\ a_{0\theta} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ R_{c\beta} & -R_{c\eta} & R_{c\tau} \\ \frac{d\omega_\beta}{dt} & \frac{d\omega_\eta}{dt} & \frac{d\omega_\tau}{dt} \end{bmatrix} + (\omega_\beta R_{c\beta} + \omega_\eta R_{c\eta} + \omega_\tau R_{c\tau}) \begin{bmatrix} \omega_\beta \\ -\omega_\eta \\ \omega_\tau \end{bmatrix} - (\omega_\beta^2 + \omega_\eta^2 + \omega_\tau^2) \begin{pmatrix} R_{c\beta} \\ -R_{c\eta} \\ R_{c\tau} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Определение положения центра масс в системе координат $\bar{\eta}\bar{\beta}\bar{\tau}$ производим на основании теоремы Эйлера об отыскании результирующего поворота, эквивалентного двум произвольным поворотам [1]. При этом исходим из принятого предположения, что в начальный момент времени ($t = 0$) центр масс лежит на оси β .

Определим координату $R_{c\beta}$. Вначале вектор \bar{R}_c повернем относительно оси $\bar{\tau}$ на угол $\omega_\tau t$ (рис. 2, а), затем $\bar{R}'_{c\beta}$ — относительно оси $\bar{\eta}$ на угол $\omega_\eta t$ (рис. 2, б).

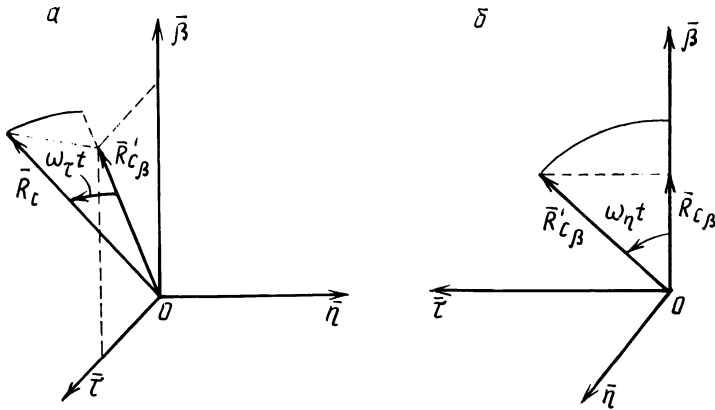


Рис. 2. К определению координаты центра масс шарика:

а — при повороте вектора \bar{R}_c вокруг оси $\bar{\tau}$; б — при повороте вектора $\bar{R}'_{c\beta}$ вокруг оси $\bar{\eta}$

Из рис. 2 видно, что

$$R_{c\beta} = R_c \cos \omega_\tau t \cdot \cos \omega_\eta t. \quad (5)$$

Координаты $R_{c\eta}$ и $R_{c\tau}$ определяются аналогично:

$$R_{c\eta} = R_c \sin \omega_\tau t \cdot \cos \omega_\eta t; \quad (6)$$

$$R_{c\tau} = R_c \sin \omega_\tau t \cdot \sin \omega_\eta t. \quad (7)$$

Расстояние между центром масс шарика и его геометрическим центром R_c определим по методу отрицательных объемов следующим образом:

$$R_c = \frac{R'^3 d}{R^3 - R'^3},$$

где d — расстояние между геометрическим центром шарика и центром его полости.

Вращательное движение шарика относительно центра сферы описывается уравнениями Эйлера, которые в системе координат $\bar{\eta}\bar{\beta}\bar{\tau}$ имеют вид [2]

$$\Sigma \bar{M}_e = \frac{d\bar{L}}{dt} + (\bar{\Omega}\bar{L}) + m(R_c \bar{a}_0), \quad (8)$$

где \bar{L} — кинетический момент, подсчитанный в подвижной системе координат $\bar{\eta}\bar{\beta}\bar{\tau}$ с началом в точке O ; $\bar{\Omega}$ — вектор абсолютной мгновенной скорости вращения трехгранника $\bar{\eta}\bar{\beta}\bar{\tau}$ в пространстве.

Кинетический момент \bar{L} представим таким образом [1]:

$$\bar{L} = \begin{vmatrix} I_\eta & -I_{\eta\beta} & -I_{\eta\tau} \\ -I_{\beta\eta} & I_\beta & -I_{\beta\tau} \\ -I_{\tau\eta} & -I_{\tau\beta} & I_\tau \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_\eta \\ \omega_\beta \\ \omega_\tau \end{Bmatrix}, \quad (9)$$

где $I_{\eta(\beta,\tau)}$, $I_{\beta\eta(\beta\tau,\eta\tau)}$ — соответственно осевые и центробежные моменты инерции шарика.

Так как оси координат $\bar{\eta}\bar{\beta}\bar{\tau}$ и $zr\theta$ параллельны, то $a_{0\eta} = -a_{0r}$, $a_{0\beta} = a_{0z}$, $a_{0\tau} = a_{0\theta}$.

Сепаратор с шариками вращается с угловой скоростью ω_e , вектор которой параллелен оси $\bar{\beta}$. Для этого случая имеем

$$\Omega_\eta = 0; \quad \Omega_\tau = 0; \quad \Omega_\beta = \omega_e. \quad (10)$$

С учетом (9), (10) уравнение (8) принимает вид

$$\begin{Bmatrix} M_\eta \\ M_\beta \\ M_\tau \end{Bmatrix} = \begin{vmatrix} I_\eta & -I_{\eta\beta} & -I_{\eta\tau} \\ -I_{\beta\eta} & I_\beta & -I_{\beta\tau} \\ -I_{\tau\eta} & -I_{\tau\beta} & I_\tau \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{d\omega_\eta}{dt} \\ \frac{d\omega_\beta}{dt} \\ \frac{d\omega_\tau}{dt} \end{Bmatrix} + \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & \omega_e & 0 \\ L_\eta & L_\beta & L_\tau \end{vmatrix} + m \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ R_{c\eta} & R_{c\beta} & R_{c\tau} \\ 0 & \bar{z} & r\omega_e^2 \end{vmatrix}. \quad (11)$$

Моменты инерции шарика относительно осей $\bar{\eta}$, $\bar{\beta}$, $\bar{\tau}$ (рис. 3) определяются как разность моментов инерции шаров радиусов R и R' [1]:

$$I_{\beta(\eta,\tau)} = \frac{2}{5} m_1 R^2 - m_2 \left[\frac{2}{5} R'^2 + d_{\tau(\beta,\eta)}^2 \right],$$

где m_1 — масса шарика радиуса R ; m_2 — масса шарика радиуса R' ; $d_{\tau(\beta,\eta)}$ — проекция радиус-вектора \bar{d} на оси координат τ , β и η соответственно.

Проекции радиус-вектора \bar{d} выразятся по аналогии с выражениями (5) ... (7):

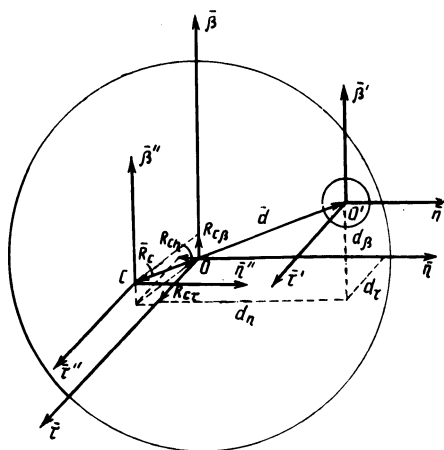


Рис. 3. К определению осевых и центробежных моментов инерции шара

$$d_\tau = d \sin(\omega_\eta t) \cos(\omega_\beta t);$$

$$d_\beta = d \cos(\omega_\tau t) \cos(\omega_\eta t);$$

$$d_\eta = d \sin(\omega_\tau t) \cos(\omega_\beta t).$$

Центробежный момент инерции шара относительно осей $\bar{\eta}\bar{\beta}$, $\bar{\beta}\bar{\tau}$, $\bar{\eta}\bar{\tau}$ определяется как суммы моментов инерции относительно осей $\bar{\eta}'\bar{\beta}'$, $\bar{\beta}'\bar{\tau}'$, $\bar{\eta}'\bar{\tau}'$, проходящих через центр масс тела, и моментов инерции относительно его. После преобразований получим

$$I_{\beta\eta(\beta\tau, \eta\tau)} = 2mR_{c\beta(\tau, \eta)}R_{c\eta(\beta, \tau)} - m_2[d_{\beta(\tau, \eta)}R_{c\eta(\beta, \tau)} + d_{\eta(\beta, \tau)}R_{c\beta(\tau, \eta)} + d_{\beta(\tau, \eta)}d_{\eta(\beta, \tau)}].$$

Полученные динамические уравнения движения шарика в рабочей зоне запишем для случая совпадения центра масс шарика с центром сферы:

$$\begin{Bmatrix} F_z \\ F_r \\ F_\theta \end{Bmatrix} = m \begin{Bmatrix} \ddot{z} \\ -r\omega_e^2 \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad (12)$$

$$\begin{Bmatrix} M_\eta \\ M_\beta \\ M_\tau \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{d\omega_\eta}{dt} \\ \frac{d\omega_\beta}{dt} \\ \frac{d\omega_\tau}{dt} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & \omega_e & 0 \\ L_\eta & L_\beta & L_\tau \end{Bmatrix}, \quad (13)$$

где $I = I_\eta = I_\beta = I_\tau$ — момент инерции шарика при совпадении центра масс с центром сферы.

Из сравнения уравнений (4), (11) с уравнениями (12), (13) видно, что в случае совпадения центра масс шарика с центром сферы будут отсутствовать динамические силы, обусловленные дисбалансом шарика и вызывающие его вибрацию в подшипнике при сложном многоосном вращении. Только гироскопические моменты будут способствовать дополнительному развороту шарика в пространстве (вокруг оси $\bar{\tau}$), не вызывая при этом его колебаний.

Анализ полученных теоретических зависимостей показывает, что в случае несовпадения центра масс шарика с центром сферы на него дополнительно действуют динамические силы и моменты, которые вызывают его колебательные движения в пределах зазоров, имеющих в подшипниках. Эти колебания приводят к появлению в подшипнике ударных нагрузок, шума и вибраций. Наличие ударных нагрузок вызывает быстрое разрушение подшипника. Поэтому одним из важнейших факторов, определяющих долговечность подшипника, является дисбаланс его тел вращения. Отсюда следует, что для повышения надежности подшипников, уменьшения шума и вибраций при их работе необходимо отдавать предпочтение тем способам изготовления тел качения, которые обеспечивают минимальное несовпадение центра масс с геометрическим центром. Необходимо также производить отбор тел качения в зависимости от наличия дисбаланса. Это особенно важно для высокоскоростных подшипников, к которым предъявляются повышенные требования по шуму.

ЛИТЕРАТУРА

1. Халфман Р.Л. Динамика. — М., 1972. — 568 с. 2. Пельпор Д.С. Гироскопические системы, — М., 1971. — 568 с.

УДК 621.852.01:539

А.Н.НАТАЛЕВИЧ, канд.техн.наук,
А.Т.СКОЙБЕДА, д-р техн.наук,
В.В.НИКИТИН, канд.техн.наук (БПИ)

КОРРЕКЦИЯ ШКИВОВ КАК СРЕДСТВО ПОВЫШЕНИЯ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ПЕРЕДАЧ ЗУБЧАТЫМ РЕМНЕМ

Коррекция шкивов, т. е. изменение шага их зубьев, представляет интерес ввиду возможности повышения долговечности передачи простым путем, когда достаточно изменить диаметр шкива в ту или иную сторону относительно номинального значения.

Причиной выхода зубчатых ремней из строя является, как правило, разрушение зубьев. Основной фактор, определяющий долговечность зубьев, — их нагруженность — характеризуется коэффициентом ψ , равным отношению $P_{вх}/P_{ср}$, где $P_{вх}$ — нагрузка на входящем в зацепление зубе ремня, расположенном на дуге обхвата первым, $P_{ср}$ — средняя нагрузка, равная отношению окружного усилия P к числу z_0 зубьев на дуге обхвата.

С изменением нагруженности, обусловленным, например, уменьшением или увеличением числа z_0 зубьев на дуге обхвата, долговечность зубьев ремня будет меньше или больше. При одном и том же числе z_0 нагруженность и долговечность зубьев из-за погрешностей шага зубьев ремня и шкивов также могут быть различными, ввиду того что нагрузка на зубьях определяется соотношением значений шагов сопрягающихся зубьев.

В идеальном случае при равенстве шагов зубьев ремня p_p и шкива $p_{ш}$ распределение нагрузки, как показывают расчеты [1], характеризуется наибольшим нагружением зубьев, расположенных на дугах обхвата шкивов со

стороны ведущей ветви. Этому распределению нагрузки соответствуют значения $\psi > 1$ и $\psi < 1$. Дополнительное нагружение зубьев, определяемое отклонением $\Delta\psi$ относительно $\psi = 1$, для силовых передач составляет до 30 %.

Существует мнение, что условие одинакового нагружения зубьев на дуге обхвата, т. е. $\psi = 1$, способствует их наибольшей долговечности [2]. Для обеспечения этого условия рекомендуется увеличить номинальный шаг зубьев ведущего шкива на эффективную поправку Δp_z , найденную расчетом [2]. Это достигается увеличением делительного диаметра шкива с числом зубьев z_0 на $\Delta d = \Delta p_z z_{ш} / \pi$.

Однако одинаковое нагружение зубьев, обеспечиваемое указанным способом, в реальных условиях выполняется только для зубьев ремня, шаг которых равен номинальному значению.

Погрешности шага зубьев вызывают при работе передачи периодические изменения распределения нагрузки на дугах обхвата шкивов, характеризующие параметром $\Delta\psi$, значение которого может достигать 100 % [3].

Критерием выхода зубьев ремня из строя для понижающих передач (меньший шкив ведущий) является их износ со стороны, сопрягающейся с ведущим шкивом. Для повышающих передач (меньший шкив ведомый) в качестве критерия разрушения зубьев ремня выступает их усталостное разрушение в результате изнашивания со стороны ведомого шкива.

Первичные повреждения зубьев в виде начального износа их капроновой обкладки, приводящие в конечном итоге к разрушению по обоим указанным критериям, образуются при входе зубьев в зацепление со шкивами [3].

Для повышения долговечности ремней необходимо произвести коррекцию шкивов: увеличить шаг зубьев ведущего и уменьшить шаг зубьев ведомого шкивов.

При максимальной разгрузке входящих в зацепление зубьев, когда нагрузка с них полностью снимается, зубья, выходящие из зацепления, получают дополнительную нагрузку, достигающую 100 % первоначальной и более. Это обстоятельство ограничивает Δp_z коррекции шкивов, так как дополнительное нагружение зубьев может ускорить их разрушение.

Решение задачи по определению коррекции шкивов сводится в сущности к определению оптимального распределения нагрузки между зубьями, характеризующего коэффициентом ψ . Оптимальное распределение нагрузки можно найти при испытаниях, если, регистрируя ряд экстремальных значений коэффициента ψ , сравнивать степень разрушения зубьев ремней с увеличенным и уменьшенным шагами.

Результаты испытаний подтверждают справедливость изложенного предположения. Например, рассмотрим данные испытаний зубчатых ремней с модулем $m = 4$ мм, $z = 150$ производства Бобруйского завода РТИ.

Испытания проводились при передаточных числах $u_1 = 80/25$, $u_2 = 25/80$, частоте вращения меньших шкивов $n = 1450$ мин⁻¹ и удельной нагрузке $P = 20$ Н/мм. Геометрические параметры шкивов и ремней соответствовали ГОСТ 3805114–76. Распределение нагрузки регистрировалось на ленте осциллографа. Возможность сравнения износа зубьев при разных значениях ψ обеспечена выбранным соотношением чисел зубьев ремня и меньших шкивов $z_p/z_{ш} = 150/25 = 6$, когда характер распределения нагрузки повторяется с каждым пробегом ремня (через шесть оборотов шкива) благодаря сопряже-