

нию с обработкой шлифованием. Значительную роль на состояние поверхностного слоя после ППД играет состояние графитовых включений. Наиболее эффективен сфероидальный графит, поскольку в процессе деформации в зоне частицы пластического графита имеет место разрушение металлической основы, ухудшающее условия трения, тогда как частицы сфероидального графита выходят на поверхность трения и улучшают условия смазывания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Laber St.: Analiza współzależności pomiędzy stanem warstwy wierzchniej a właściwościami użytkowymi żeliwnych elementów maszyn obrabianych nagniataniem. Praca habilitacyjna. – Zielona Góra: WSInż., 1985. – 163 s. 2. Polowski W.: Badania porównawcze wpływu nagniatania i szlifowania na niektóre właściwości użytkowe warstwy wierzchniej stali konstrukcyjnej. Praca doktorska. – Gdańsk: Politechnika Gdańska, 1975. – 166 s.

УДК 539.3

И.А. Миклашевич, А.М. Корсунский

ВЛИЯНИЕ ЗОНЫ ОСЛАБЛЕННЫХ СВЯЗЕЙ НА ТРАЕКТОРИЮ ТРЕЩИНЫ В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

Белорусский национальный технический университет

Минск, Беларусь

Department of Engineering Science University of Oxford

Oxford, England

1. ВВЕДЕНИЕ

Ранее [1-3] было рассмотрено распространение трещины в композиционном материале на основании оптико-механической аналогии как геодезической выделения энергии разрушения. При этом принималась модель идеального разрушения, в которой отсутствуют масштабные эффекты - рост (или длина) трещины не влияют на свойства материала и параметры роста. Однако, известно [4-5], что это не совсем справедливо. В действительности, при продвижении трещины в области вблизи вершины существует зона влияния трещины. В этой зоне происходят процессы пластического деформирования и накопления микроскопических дефектов, которые постепенно растут и коагулируют в наблюдаемую трещину. Эффекты, связанные с существованием зоны, могут быть учтены путём введения представления о существовании зоны ослабленных механических связей вблизи вершины [6, 7]. Рассмотрим

влияние этой зоны на траекторию трещины в неоднородных материалах.

2. СУЩЕСТВУЮЩИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

Пусть тело, подвергнутое разрушению, представляет достаточно большую пластину из материала с непрерывным изменением механических свойств (рис. 1) и растягивается на бесконечности вдоль оси OY . Эффективная среда в пределах образца полосы описывается модулем Юнга $E(x, y)$.

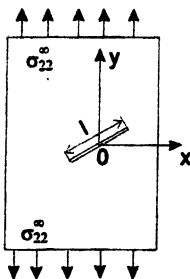


Рис. 1. Пластина из материала с непрерывным изменением механических свойств

Пусть трещина распространяется в основном вдоль оси X из. В неоднородной среде траектория трещины $y=y(x)$ представляет собой кривую, направление которой зависит от $E(x, y)$ и, в общем случае, от напряженного состояния $\sigma_{ij}(x, y)$.

Уравнение Эйлера, следующее из условия минимума функционала энергии разрушения, может быть представлено как

$$\frac{\partial Q}{\partial y} \frac{\sqrt{1+y'^2}}{Q^2} + \frac{d}{dx} \frac{y'}{Q \sqrt{1+y'^2}} = 0; \quad (1)$$

$$Q = (\sigma_y n, u_j)^{-1}, \quad y' = \frac{dy}{dx}.$$

В уравнении (1) величина $Q(x, y)$ есть удельная энергия разрушения материала. Считаем начало и конец трещины фиксированными в точках $0, L$ (т. е. рассматриваем вариационную задачу с закрепленными концами, движение трещины в пределах одной полосы). Принимаем также, что граничные условия задачи в процессе распространения трещины поддерживаются такими, что напряженное состояние не меняется. Тогда уравнение (2) для двумерной задачи можно записать [2-3] в виде

$$y'' \left(\frac{1}{1+y'^2} \right) - y' f_1(x, y) + f_2(x, y) (1+y'^2) = 0 \quad (2)$$

где введены обозначения

$$f_1(x, y) = \frac{\partial \ln Q(x, y)}{\partial x}, \quad f_2(x, y) = \frac{\partial \ln Q(x, y)}{\partial y}.$$

Рассмотрим влияние зоны ослабленных связей на уравнение траектории трещины. Рассмотрим плоское напряженное состояние, $\sigma_{22} \neq 0 = \text{const}$, $\sigma_{ij} = 0, i, j = 1 \dots 3$. Известно [7], что энергия разрушения, необходимая для создания трещины длины l в этом случае имеет вид

$$Q_w(x, y) = \frac{1 - \nu^2}{E(x, y)} (\sigma_{22}^0)^2 \frac{\pi l}{2} \cos^2(\varphi). \quad (3)$$

В уравнении (3) φ - угол между текущим направлением распространения трещины и осью X. Строго говоря, величина $\varphi = \varphi(x, y)$, однако в рамках первого приближения можно полагать $\varphi = \text{const}$. Это является условием самосогласования и соответствует предположению о распространении трещины на последующем шаге расчетов в направлении предыдущего шага. Возможное изменение направления развития трещины учитывается в дальнейшем, учитывая, что $y' = \text{tg}(\varphi)$. Тогда имеем

$$f_1(x, y) = \left((1 - \nu^2) \frac{\pi \cos^2 \varphi}{2} (\sigma_{22}^0)^2 \right)^{-1} \frac{\partial \ln \left(\frac{1}{E(x, y)} \right)}{\partial x} = A \frac{\partial \ln \left(\frac{1}{E(x, y)} \right)}{\partial x}. \quad (4)$$

$$f_2(x, y) = \left((1 - \nu^2) \frac{\pi \cos^2 \varphi}{2} (\sigma_{22}^0)^2 \right)^{-1} \frac{\partial \ln \left(\frac{1}{E(x, y)} \right)}{\partial y} = A \frac{\partial \ln \left(\frac{1}{E(x, y)} \right)}{\partial y}. \quad (5)$$

Выражения (4, 5) можно переписать, учитывая что

$$A = \left((1 - \nu^2) \frac{\pi \cos^2 \varphi}{2} (\sigma_{22}^0)^2 \right)^{-1} = \left((1 - \nu^2) \frac{\pi}{2} (\sigma_{22}^0)^2 \right)^{-1} \frac{1}{\cos^2 \varphi} = B(1 + y'^2)$$

В результате получаем

$$f_{(1,2)}(x, y) = B(1 + y'^2) \frac{\partial \ln \left(\frac{1}{E(x, y)} \right)}{\partial \{x, y\}} \quad (6)$$

где индексы в фигурных скобках означают выбор соответствующей величины. Подставляя коэффициенты (6) в уравнение траектории трещины (3) имеем

$$y'' - B \frac{\partial(E(x, y))}{\partial x} y' (1 + y'^2) + B \frac{\partial(E(x, y))}{\partial y} (1 + y'^2)^2 = 0.$$

Как и ранее, ограничивая нелинейность квадратичными членами по производной, имеем

$$y'' - B \frac{\partial(E(x, y))}{\partial x} y' + B \frac{\partial(E(x, y))}{\partial y} (1 + 2y'^2) = 0. \quad (7)$$

Отметим, что в уравнении (7), в отличие от предыдущих случаев [2, 3, 9] не проводилось преобразование координат для избавления от членов, содержащих y' . Это связано с тем, что исследование устойчивости траектории, режимов стохастизации требует рассмотрения полной структуры уравнения. При этом члены при первой производной вносят существенный вклад в поведение системы.

3. ЭФФЕКТ ЗОНЫ ОСЛАБЛЕННЫХ СВЯЗЕЙ

Рассмотрим распространение трещины в среде с определённым значением модуля упругости $E(x, y)$.

Ранее [9] было рассмотрено распространение трещины в среде с $E(x) = E_0 + kx$. При этом было получено решение

$$y(x) = C_1 + C_2 \ln(E_0 + kx), \quad (8)$$

где C_1, C_2 - постоянные интегрирования. В нашем случае из выражения (7) имеем

$$y(x) = C_1 + C_2 \exp(kBx). \quad (9)$$

Если рассматривать трещину в среде с убывающим модулем упругости, $E(x) = E_0 - kx$, имеем

$$y(x) = C_1 + C_2 \exp(-kBx). \quad (10)$$

Сравнение выражений (8, 9) позволяет утверждать, что зона ослабленных связей вызывает более резкое отклонение траектории трещины от прямолинейного распространения. Поскольку в выражении (10) $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = C_1$ в отличие от предыдущего

случая, можно говорить о стабилизации траектории трещины в среде с линейным уменьшением модуля упругости. Этот результат принципиально согласуется с результатом общего исследования стабильности траектории трещины.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.З. Партон, Е.М. Морозов Механика упругопластического разрушения.- М.:Наука, 1985.- 504с. 2. А.В. Чигарев, И.А. Миклашевич Расчёт траектории трещины в композиционном материале в линейном приближении. Доклады АН Беларуси.- 1995.- Т 39, №2.- С. 114-118. 3. И.А. Миклашевич Траектория трещины в неоднородных средах при плоском нагружении// Механика композиционных материалов и конструкций.- 2000.- Т. 6, № 3.-С. 408-418. 4. В.С. Иванова Синергетика и фракталы в материаловедении. – М.: Наука, 1994. 5. G.P. Cherepanov, A.S.Balankin, V.S. Ivanova Fractal Fracture Mechanics - a review// Enging. Fract. Mech.- 1995.- V. 51, №6.- P. 997 – 1033. 6. К.Р. Herrmann, V.V. Loboda Special approach for the determination of fracture mechanical parameters at an interface crack tip// Archive Appl. Mechanics.-1998.- V. 68, №3/4.- P.227-236. 7. А.М. Khludnev, J. Sokolowski Griffith formulae for elasticity systems with unilateral conditions in domains with cracks// Eur. J. Mech. A/ Solids.- 2000.- V.19.- P.105-119. 8. J.-B. Leblond Basis results for elastic fracture mechanics with frictionless contact between the crack lips// Eur. J. Mech A. /Solids.- 2000.- V. 19.-P 633-647. 9. I. A. Miklashevich, A.V. Chigarev, A. M. Korsunsky Variational determination of the crack trajectory in inhomogeneous media// Int. Journ. Of Fracture.- 2001.- V. 111, №2.- L29-L34.