УДК 593.3

Г.С. Крылов, П.Г. Попков

РЕЛЯТИВИСТСКИЕ МЕТОДЫ В МЕХАНИКЕ СРЕД. РЕЛЯТИВИЗМ В М.Д.Т

Белорусская государственная политехническая академия
Минск, Беларусь

Это научное направление в механику деформируемых твердых тел (М.Д.Т.) ввел Г.С. Крылов [1–3]. Идея, для достаточно информированных, как в теории относительности специальной (СТО), так и общей (ОТО), очень проста. Введением равноправной координаты (О) время на максимальную скорость распространения сигнала, перенести трудности физической группы уравнений, особенно за границей применимости закона Гука, в область описания их геометрическими преобразованиями координат, по аналогии со СТО и ОТО, где эта проблема замены физических уравнений геометрическими преобразованиями с дополнительной ортогональной осью уже была блестяще решена [4].

Так как классическая механика изгаляется в бесконечно малых (т. е. в окрестности точки), то и для самого сложного случая ОТО, как допускающего метрику СТО в окрестности точек, можно ввести единую модель «Среды», соответствующее непрерывной теории поля М.Д.Т. в релятивистском изложении.

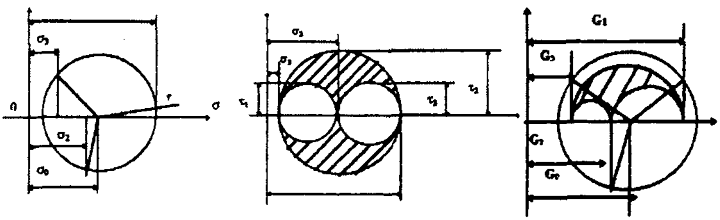
Совместно с найденным в [5] изоморфизмом моделей n-мерной геометрии в СТО и n-1-мерной геометрии Лобачевского задача расширения математической модели классической теории упругости достаточно легко решается дополнением знаком (<) уравнений неразрывности Сен-Венана. При этом вся классическая механика деформируемых тел входит подпространством пространственных координат.

Вероятно из-за строгости математических доказательств и попытки по рекомендации соавтора [2, 3] представить работу по техническим специальностям, работа не дошла до потребителя, несмотря на то, что по минимальному числу параметров, подлежащих определению опытным путем, и глубине охвата взаимосвязей ей нет равных до сих пор. В жизни оказалось, что ее достоинства приняты за недостатки.

Не может быть, чтобы через один параметр, и даже просто без учета пластических деформаций, можно было решить проблему усталости, которую сам Мэнсон, и только в расчетах на долговечность, решает через четыре параметра материала, определяемых из опыта!

Если авторский подход ведет к модели среды гомеоморфной всем моделям, то ее нужно принимать несмотря на наличие доказательства автоморфизма между реальностью и моделью, как более полную. Простота решений признак гениальности создателя. Преобразования Лоренца определяет один параметр — угол поворота пространственной и временной координаты, или двух пространственных и одной временной координаты на согласованные углы.

Если большинство затруднений связано с заменой неиспользованных геометрических условий, то оно неизбежно скрывается за многомерностыо и преобразованиями перехода к различным 3-х и 4-х мерным пространствам. Тогда переходом к сферической системе координат, отображением которой на плоскости является полярная система координат, при проективном свертывании, или на секущей плоскости, можно убрать из анализа Лоренцевых преобразований пассивные пространственные координаты. Наглядность достигается при отображении круговой диаграммы Крылова для напряжений или деформации, с расположением половины круговой диаграммы Мора, может рассматриваться, как неевклидовый треугольник, со слегка приподнятыми точками над осью нормальных напряжений, образ равностороннего треугольника с вершинами на круге Крылова, а на оси расположением трех точек по Мору (рис. 1).



а *б* *с*

Рис. 1. Круговая диаграмма напряжений – деформаций: а – Крылова, б – Мора, с – Объединенная

Здесь а Евклидова плоскость и б Евклидова плоскость, с Полуплоскость Лобачевского в псевдоевклидовой плоскости Минковского. Числовая ось представляется комплексными числами, как основными. Сопряженные числа исключают из параметров, как не попадающие в полуплоскость Заштрихованная область – образ равностороннего треугольника с вершинами на окружности круговой диаграммы Крылова в геометрии Лобачевского.

При вычислениях в любых задачах переходят к числовой оси, и вопрос о евклидовости и неквлидовости решается только в степени точности расчета, то есть чему равен ноль, так как сама ось не входит в геометрию полуплоскости (открытое полупространство). Тогда бесконечность и граница на оси определяется величиной обратной от нуля, а переход к числовому выражению точек неевлидовой плоскости и точек пространства определяются дробно-линейными преобразованиями координат. Геометрия Лобачевского, представляемая как геометрия внутри овального абсолюта, или, как с окружностями в роли прямых на полуплоскости без включения границы этой полуплоскости, может быть поставлена в однозначное соответствие с диаграммой растяжения – сжатия образца на машине ИМ-4а, простым определением масштабов диаграммы.

Записывающие устройства диаграмм испытательных машин, как силовых параметров нагружения, так и деформационных перемещений, записывает по двум равноправным осям и в мм. Тогда более уместен вопрос об основаниях отказа от релятивистского подхода, заложенного самой природой в самой конструкции аппарата? Это раннее ограничение областью исследований в пределах закона Гука, ведет к потере информации о том, что диаграмма представляет собой годограф вектора и в координатах пространство время, так что в косоугольной системе координат, одна из осей которых продолжение прямолинейной зависимости (закон Гука), вторая ось необратимых остаточных перемещений - ***определяет необратимость процесса как времени.***

Хрупкий характер разрушения в шейке сопровождается включением упругих перемещений. Если его не допустить и разгрузить образец, получим координатную линию параллельную наклонной оси, определяющую остаточные деформации в момент разрыва. Иногда получают равновесную диаграмму, как не допускающую хрупкого разрыва, но обеспечивающее утончение образца в шейке до нуля. В этом случае получается почти линейная диаграмма в завершающей стадии. Треугольник между координатной линией и линией спуска предлагался, как характеристика запаса пластичности в расчетах на трещиностойкость.

Наряду с исключением из анализа таких понятий, как представление суммой упругих и остаточных деформаций, так называемых полных, и связанных с этим недоразумений в понятиях аддитивности тензорных характеристик деформаций, авторы получают возможность полностью отразить физические процессы разрушения в шейке, исходя из хрупкого представления сдвига по плоскостям наименьшего сопротивления сдвигу в полном соответствии с [6], описываемое как следствие октаэдрического нагружения касательными напряжениями. Устанавливается, что 4-ая теория прочности, как теория разрушения сдвигом или срезом, предпочтительнее других из-за количества октаэдрических площадок.

Минимальное количество которых в каждой точке равно 8, в то время как площадок максимальных касательных напряжений только 4. Следовательно более благоприятные условия для совмещения площадки минимального сопротивления сдвигу и октаэдрических напряжений,

Так как напряжения являются основными параметрами в уравнениях Навье:

$$\sigma_{ik,i} + f_k = \rho \frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2}, \qquad (1)$$

где σ – напряжения; f – массовые силы; r – плотность; u – перемещение; t – время; которыми определяется класс задач, как статически неопределимые, а закон Гука представляется условием решения задач этого типа, то релятивизм М.Д.Т. снимает эту проблему и является теоретической базой метода конечных элементов.

Чтобы тело n – мерное деформировалось или даже просто было закреплено, необходимо n! – уравнений связи. Для элементарного объема в пространстве Минковского n = 4. Из 24 движений 6 ограничений метрического свойства, обеспечивающих неевклидовый характер среды в каждый момент времени, и это описание является приближенным решением для поля напряжений первого рода. Они могут быть сформулированы, как условие неразрывности Сен-Венана, дополнением их неравенством, или в каждый момент времени, как условие ограничения суммы углов произвольного i- угольника любого сечения: $\sum\angle\alpha_i \leq \pi(i-2)$. Условие $\sum\angle\alpha_i > \pi(i-2)$ свидетельствует об отделении части от целого разрушении материала, а 6 из максимального числа возможных движений (4!), как внутренние геометрические обеспечивают условие сплошности.

Из 18 ограничений движения имеем три трехмерных деформируемых пространства, для описаний напряжений первого, второго и третьего рода. Физический подход связан с отдельным рассмотрением задачи механики сплошной среды для определения напряжений первого, второго и третьего рода, с последующим суммированием напряжений. Естественно, такой физический подход упускает условия внутренних связей пространств, как условий решения задач, заменой их физическими условиями, законами и константами. Более того, деформации также рассматриваются независимыми и аддитивными. Это ведет к необозримости как решений, так и результатов. Но движения в 4-х мерном пространстве Минковского однозначно связаны с движениями 3- х мерного пространства Лобачевского. Закон Гука в трехмерном пространстве может быть записан, если тензор больших деформаций выразить в аддитивной (суммируемой) форме:

$$\sigma_{ij}=CrC(Ina)^{-1}(In(g_{ij}+u_{i,j}), \tag{2}$$

где С— скорость распространения колебаний (групповая скорость волн); p —плотность; ln — натуральный логарифм; g_{ij} —метрический тензор; $u_{i,j}$ — компоненты тензора девиации.

Для малых деформаций симметричная часть тензора девиаций принимается за их тензорную характеристику

$$\varepsilon_{ij}=1/2(u_{j,l}+u_{i,j}) \tag{3}$$

Представляя натуральный логарифм разложением в степенной ряд получим

$$C^{-1}{}_{ik}\sigma_{km}C^{-1}{}_{mj}=r/Ina\ (e(-1)^{n+1}e^{n}{}_{ij}). \tag{4}$$

В силу аддитивности напряжений в правой части равенства можно записать:

$$C^{-1}{}_{ik}(\sigma^{I}{}_{km}+\sigma^{II}{}_{km}+\sigma^{III}{}_{km})C^{-1}{}_{mj}=r/Ina(\varepsilon_{ij}-\varepsilon^{2}{}_{ij}/2+\varepsilon^{3}{}_{ij}/3-\varepsilon^{4}/4). \tag{5}$$

Для напряжений 1-го рода имеем три составляющих вектора перемещений в произвольной точке плоскости с нормалью v_i.

$$v_i \varepsilon_{ij} = \ln a/\rho \; v_i . C^{-1}_{im} \sigma_{mk} C^{-1}_{kj} \qquad (6)$$

Для фиксированного i (6) представляет и обратную запись графика деформаций как функции напряжения, т.е. закон Гука через скорости распространения колебаний.

Если слолярный множитель занести в матрицу напряжений, то (6) может рассматриваться и как аффинное преобразование координат, подтверждая мысль тождественности деформаций и напряжений, но и одновременно представлять разрешающую группу уравнений метода конечных элементов в определении перемещений. Все определяется только масштабами элементов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Новичихин В.А Крылов., Г.С. О теоретической прочности металлов.: Материалы межвуз. конф. по физике и механике прочности и разрушения. – Новокузнецк, 1967. 2. Жданович Г.М., Крылов Г.С. К вопросу теории предельных состояний: Сб. статей. Мн.: Наука и техника, 1974. 3. Крылов Г.С. Некоторые вопросы расчетов на прочность с учетом дискретности строения твердого тела. Мн.: БПИ, 1975. 4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е. М. Теория поля: изд. 2-ое М.– Л. Гостехиздат, 1942. 5 . Ефимов Н.В. Высшая геометрия. М.: Физматгиз, 1961. 6. Грдина В.Ю., Грдина Ю.В. О теоретической прочности металлов: Материалы межвуз. конф. по физике и механике прочности и разрушения. – Новокузнецк, 1967.

УДК 593.3

А. В. Курбачев

ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИЗОЛЯЦИИ ВОЛН ЩЕЛЬЮ В ТВЕРДОЙ СРЕДЕ

Белорусская государственная политехническая академия
Минск, Беларусь

Рассмотрим падение продольной волны на бесконечную по протяженности щель, расположенную вертикально в упругом изотропном пространстве. Исследуем виброизоляцию волн щелью, заполненной различными материалами. Пусть щель толщиной h заполнена жидкостью. Начало ортогональной системы координат OZY расположим на правой границе щели. Ось Y направим вверх, а ось Z вправо (рис. 1). Фронт волны проходит параллельно оси X. Пусть из полупространства I ($z < -h$) на слой жидкости под произвольным углом q_l падает продольная гармоническая волна. В упругой среде I образуются продольная и поперечная отраженные волны, в жидком