При исследовании удалось установить связь величины угла наклона кулачков со значением момента срабатывания муфты, определить усилия пружины для различных режимов нагружения, охватывающих необходимые диапазоны срабатывания, и подобрать пружину, имеющую характеристику с существенной нелинейностью, а также определить время выключения муфты для заданных условий.

Кроме того, разработанная модель может рассматриваться как базовая для моделирования кулачковых предохранительных муфт, а также предохранительных шариковых муфт, имеющих перемещение ведомой полумуфты в осевом направлении. В полученном виде модель легко встраивается в модели трансмиссий различной структуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. Using ADAMS/Solver. Version 9, part number 91 SOLVUG–01, Mechanical Dynamics, Inc., USA, 1998. 2. Using ADAMS/View. Version 9, part number 91 VIEWUG – 01, Mechanical Dynamics, Inc., USA, 1998. 3. Калина А. А. Математическая модель многофункциональной кулачковой муфты в составе трансмиссии//Наука и технологии на рубеже 21 века.– Мн.: – УП "Технопринт", 2000.-С.316–320.

*УДК 621. 81: 621 – 192*

**П. П. Капуста**

# ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЙБУЛЛА ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ОЦЕНКЕ НАГРУЖЕННОСТИ ДЕТАЛЕЙ МАШИН

*Белорусская государственная политехническая академия*
*г. Минск, Беларусь*

## 1. Постановка задачи

Оценка эксплуатационного случайного (нерегулярного) нагружения предусматривает его схематизацию, результатом которой является построение эквивалентного по повреждающему воздействию реальному процессу нагрузочного блока.

Очевидно, что большую точность прогнозирования долговечности можно получить при оценке нагруженности не составляя укрупненных, а значит приближенных нагрузочных блоков, а учитывая при использовании той или иной гипотезы суммирования усталостных повреждений значения каждого напряжения случайного процесса нагружения.

Но реализация на практике указанного положения связана с решением проблемы времени счета, т.к. реальные нагрузочные блоки за один технологический цикл могут включать $10^3...10^4$ и более экстремумов. Кроме того, при проведении проектных расчетов на долговечность и для совершенствования методов и режимов ускоренных стендовых и компьютерных испытаний, актуален вопрос разработки и развития математического моделирования реального нагрузочного процесса. При этом, предпочтение в случае проектных оценок отдается аппроксимации случайного процесса нерегулярного нагружения различными распределениями. Анализ состояния вопроса, позволяет констатировать использование значительного количества различных распределений, для оценки нерегулярного нагружения деталей машин и элементов конструкций. Так, для описания типовых и эквивалентных режимов нагружения зубчатых передач по ГОСТ 21354-87 (распределение контактных и изгибающих напряжений) использовано несколько функций: интегральной функции β-распределения – для описания тяжелого, легкого и особо легкого режимов; интегральной функции равновероятного распределения – для описания среднего, равновероятного режима; интегральной функции нормального распределения – для описания среднего – нормального режима. При этом наиболее часто, в особенности для оценки нагруженности деталей мобильных машин, используется распределение Вейбулла.

Недостатком использования большого количества распределений является трудность сопоставления различных режимов нагружения при проведении проектных расчетов на долговечность.

Поэтому для дальнейших исследований и устранения указаных недостатков нами выбрано для оценки нерегулярного нагружения трехпараметрическое распределение Вейбулла. Формула Вейбулла предложена им в 1939 г. для исследований в статистической теории прочности [1], а позднее использована в различных вопросах сопротивления усталости [2–6].

Если при построении нагрузочного блока все действующие в данный промежуток времени напряжения m (полученные после схематизации и приведения к эквивалентным по повреждающему воздействию симметричному или асимметричному циклам) расположить в убывающий вариационный ряд $\sigma_1 > \sigma_2 > \ldots > \sigma_i > \ldots > \sigma_n$ (см. рис. 1) и описать с использованием распределения Вейбулла, то последнее в данном случае можно записать в виде [4–6]

$$P = \frac{i}{n} = \exp\left[-\left(\frac{\sigma_i - \check{\sigma}}{\sigma_w}\right)^w\right], \tag{1}$$

где P – значение функции Вейбулла; i – порядковый номер $\sigma_i$-го напряжения в нагрузочном блоке; n – количество напряжений в нагрузочном блоке; $\sigma_i$ – значение i-го напряжения нагрузочного блока, МПа; $\check{\sigma}$ – минимальное напряжение нагрузочного блока, МПа; $\sigma_w$ – параметр распределения Вейбулла, имеющий размерность напряжения, МПа; w – показатель степени.

В числителе уравнения (1) стоит разность $\sigma_i$-го и $\check{\sigma}$-го напряжений $(\Delta\sigma = \sigma_i - \check{\sigma})$ т.е. величина, показывающая, на сколько отличается от $\sigma_i$ от $\check{\sigma}$.

Проведенный первичный анализ распределения Вейбулла применительно к оценке нерегулярного нагружения говорит о необходимости более подробного изучения влияния всех его параметров на значения функции P, а также о необходимости установления связи параметров распределения с максимальным напряжением блока $\check{\sigma}$. Настоящее исследование необходимо с целью определения параметров распределения для адекватного описания всех возможных режимов нерегулярного и регулярного нагружения, сравнения их между собой, что позволит предложить методику расчета на долговечность при нерегулярном нагружении на стадии проектирования. Кроме того, создание такой модели дает математическое обеспечение метода ускоренных испытаний (например при регулярном нагружении) и оценки по их результатам долговечности деталей машин при нерегулярном нагружении.

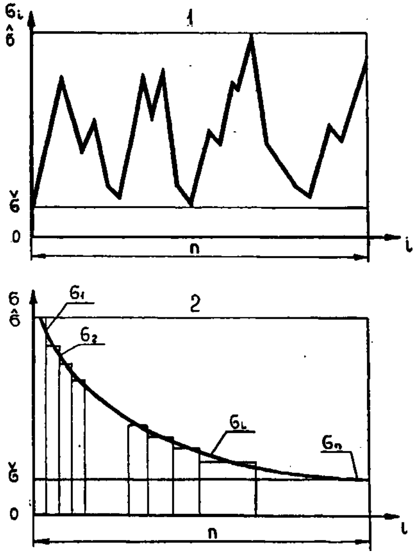



*Рис. 1. Схематизация случайного процесса нагружения: 1 – случайное нагружение; 2 – схема нагрузочного блока*

Такая постановка задачи по оценке нагруженности нужна еще и потому, что при расчетах деталей машин на долговечность в вероятностном аспекте необходимо статистически правильно учитывать не только факторы, влияющие на вариацию характеристик сопротивления усталости деталей, но и их нагруженности.

## 2. Влияние параметров функции Вейбулла на ее значения

### 2.1. Влияние параметров $\sigma_w$, $w$ и $\check{\sigma}$ на значения функции Вейбулла при регулярном нагружении

При регулярном нагружении напряжения $\sigma_i$ являются неварьирующим параметром $\sigma_i = const$.

Для сравнения результатов анализа предположим, что деталь подвержена регулярному нагружению при $\sigma_i = \hat{\sigma} = 200$ *МПа = const* (здесь $\check{\sigma}$ – максимальное напряжение). Остальные параметры уравнения принимаем переменными.

Для изучения степени влияния параметров $\sigma_w, w$ и $\check{\sigma}$ на значения функции Вейбулла с использованием уравнения (1) построены графики (рис.2) в координатах: $P - \sigma_w$ (графики 1 и 2) при $\check{\sigma}$=0; *w=1,5=const*; (график 3) при $\sigma_w$=30МПа=const $\check{\sigma}$=0; P – $\check{\sigma}$ (график 4) при (график 4) при $\sigma_w$ =30МПа= const, w=1,5= const.

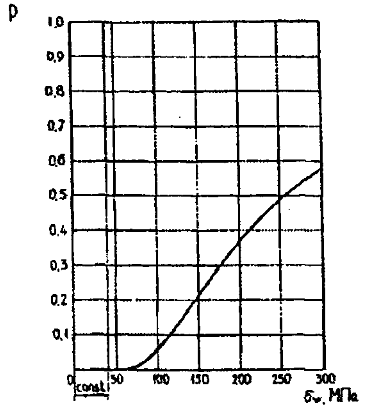



*График 1*

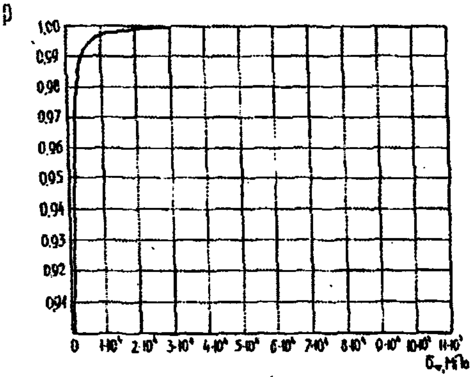



*График 2*

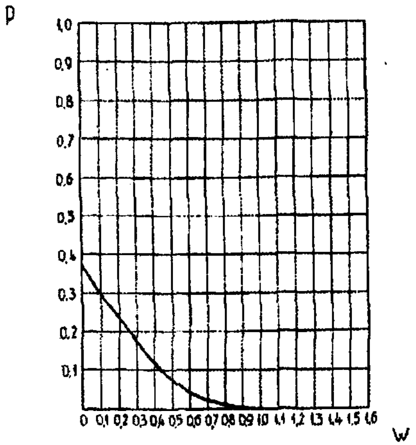



*График 3*

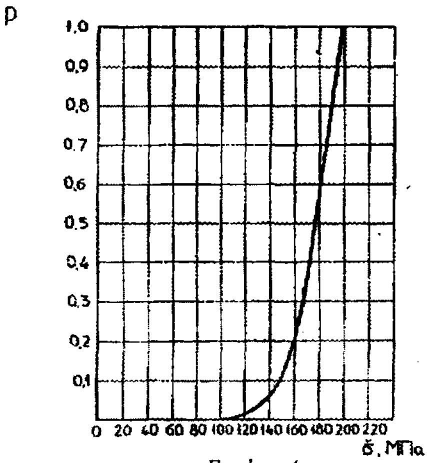



*График 4*

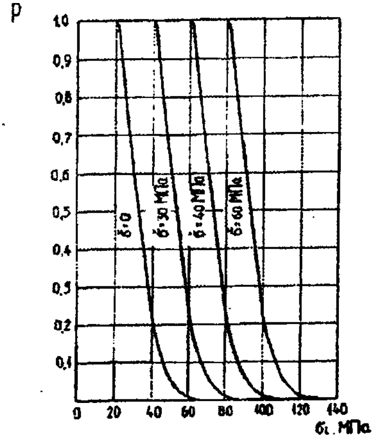
*Рис. 2. Влияние параметров $\sigma_w, w$ и $\check{\sigma}$ на значения функции Вейбулла при регулярном нагружении ($\sigma_i = const$).*

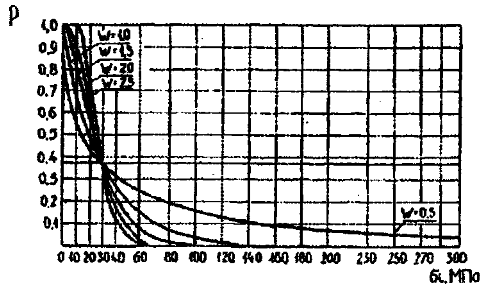
Анализ рис. 2 показывает следующее. Из графиков 1 и 2 очевидно, что с увеличением параметра $\sigma_w$ можно получить любое значение функции $P = \frac{i}{n}$. Однако для получения высокой вероятности ($P \to 1$) при указанных значениях параметров w, $\check{\sigma}$ и $s_i$ параметр $\sigma_w \to \infty$.

Из графика 3 следует, что с изменением только показателя степени w при других постоянных параметрах получить значения функции Вейбулла в широком диапазоне P=0...1 нельзя. Причем, при w = 0 значение функции равно P=0,367879.

Отсюда следует также, что при изменении параметра $\check{\sigma}$ от 0 до $\check{\sigma} = \sigma_i = \check{\sigma}$ можно получить любое значение функции в диапазоне P = 0...1. Очевидно, что аналогичный данному результат можно получить варьируя в уравнении (1) разностью величин $(\sigma_i - \check{\sigma})$.

Таким образом, на основании совместного анализа графиков 1...4 по рис. 2, можно констатировать, что на величину значения функции Вейбулла более существенное влияние оказывают его параметр $\sigma_w$ и разность $(\sigma_i - \check{\sigma})$. или параметр $\check{\sigma}$ при $\sigma_i$ = const. Показатель же степени w оказывает второстепенное значение на изменение величины данной функции.



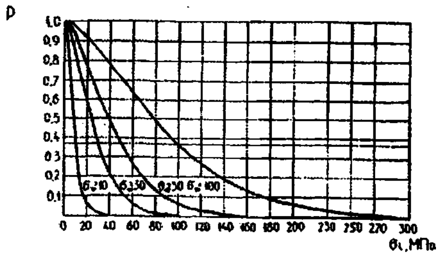




*Рис. 3. Влияние параметров $\sigma_w$, w, $\check{\sigma}$ и $(\sigma_i - \check{\sigma})$ на назначения функции Вейбулла при нерегулярном нагружении ($\sigma_i$ = var)*

## 2.2. Влияние параметров $\sigma_w, w, \check{\sigma}$ и $(\sigma_i - \check{\sigma})$ на значения функции Вейбулла при нерегулярном нагружении

При нерегулярном нагружении напряжения $\sigma_i$ являются варьирующим параметром ($\sigma_i$ = var). Поэтому важнейшим является вопрос изучения влияния параметров распределения Вейбулла на величину функции в зависимости от величины напряжений нагрузочного блока $\sigma_i$. Для реализации этой цели построим графики 1...3 в системе координат $P - \sigma_i$ (Рис. 3):

- при $\sigma_w$ =30 МПа=**const**; w=1,5= **const**; $\check{\sigma}$ =(0; 20; 40; 60 МПа)=**var** (график 1);
- при $\sigma_w$ =30 МПа=**const**; $\check{\sigma}$ =0=**const**; w = (0,5;1,0;1,5;2,0;2,5)=**var** (график 2);
- при $\check{\sigma}$ =0= **const**; w = 1,5= **const**; $\sigma_w$ =(10;30;50;100МПа)= **var** (график 3).

Анализ рис. 3 показывает следующее. Из графика 1 видно, что при изменении значения i-го напряжения блока $\sigma_i$ в некоторых пределах при определенных значениях $\sigma_w$ и w изменяется значение функции Вейбулла в пределах $0 \le P \le 1$. Следует отметить, что на ее значение существенное влияние наряду с этим оказывает величина минимального напряжения блока. Поэтому по оси абсцисс на графике 1 правильнее было бы откладывать не $\sigma_i$, а разность $\sigma_i - \check{\sigma}$, при известном значении $\check{\sigma}$ для данного нагрузочного блока.

Из анализа графика 2 следует, что с увеличением **w** при постоянных остальных параметрах функции, вероятность появления в нагрузочном блоке больших напряжений снижается, т.е. кривая $P = f(\sigma_i)$ несколько наклоняется или поворачивается по часовой стрелке относительно некоторой точки с координатами ($\sigma_w$; 0,367879).

Из графика 2 видно также, что изменением одного лишь параметра w нельзя получить любые соотношения $\sigma_i$ в нагрузочном блоке размером n.

Из анализа графика 3 следует, что изменение параметра $\sigma_w$, при постоянных других параметрах, оказывает более значительное влияние на величину P. При увеличении $\sigma_w$ вероятность появления больших напряжений в блоке увеличивается. Очевидно, что при увеличении $\sigma_w$ можно добиться гораздо более широких соотношений $\sigma_i$ в нагрузочном блоке **n**.

## 3. Основные результаты и выводы

В результате проведенного анализа показано, что функция Вейбулла в записи (1) достаточно чувствительна к изменению всех ее параметров в случае описания вариационных рядов механических напряжений. Определяющее значение на изменение ее величины оказывает параметр $\sigma_w$ и разность текущего $\sigma_i$-го и минимального $\check{\sigma}$ напряжений ($\sigma_i - \check{\sigma}$) для нерегулярного нагружения или размах максимального и минимального напряжений ($\hat{\sigma} - \check{\sigma}$) для случая регулярного нагружения. Менее значимым является параметр w, изменением которого нельзя получить любые соотношения $\sigma_i$ в нагрузочном блоке размером n. Для описания режимов нерегулярного и регулярного нагружения с использованием распределения Вейбулла необходимо получить зависимость типа

$$\frac{\sigma_i - \check{\sigma}}{\hat{\sigma} - \check{\sigma}} = f\left(\frac{i}{n}\right). \tag{2}$$

Уравнение типа (2) свяжет параметры более общего нерегулярного нагружения ($\sigma_i$, $i$, $\check{\sigma}$, $n$, $\sigma_w$, $\hat{\sigma}$, $w$, $\sigma_i - \check{\sigma}$, $\hat{\sigma} - \check{\sigma}$) и его частной составляющей – регулярного нагружения ($\hat{\sigma} = \check{\sigma} = \sigma_i$, $n$, $\sigma_w$, $w$), что позволит количественно интерпретировать зависимость возможных режимов нагруженности деталей машин и их сравнительный анализ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вейбулл В. Усталостные испытания и анализ их результатов.-М.: Машиностроение, 1964.– 276 с. 2. Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Иосилевич Г.Б. Расчет на прочность деталей машин: Справочник.- 4-е изд.- М.: Машиностроение, 1993.-640 с. 3. Почтенный Е.К. Прогнозирование долговечности и диагностика усталости деталей машин.– Минск: Наука и техника, 1983. – 246 с. 4. Почтенный Е.К., Капуста П.П. Оценка нерегулярного нагружения деталей машин // Колебания и волны в экологии, технологических процессах и диагностике: Тез. докл. междунар. конф.: – Минск, 1993.- С. 107. 5. Капуста П.П. Проектная вероятностная оценка долговечности деталей машин при нерегулярном нагружении// Автореферат дисс. на соиск. ученой. степ. канд. техн. наук. – Минск, 1997. – 19 с. 6. Капуста П.П. Ресурсное проектирование несущих деталей АТС// Автомобильная промышленность. – 2000. – №2. – С. 59 – 61.

*УДК 621. 81: 621 – 192*

**П.П. Капуста**

# УРАВНЕНИЯ НЕРЕГУЛЯРНОЙ НАГРУЖЕННОСТИ ДЕТАЛЕЙ МАШИН

*Белорусская государственная политехническая академия*
*Минск, Беларусь*

## 1. Постановка задачи

Ранее нами показано, что для описания режимов нерегулярного нагружения с использованием распределения Вейбулла необходимо получить зависимость типа

$$\frac{\sigma_i - \check{\sigma}}{\hat{\sigma} - \check{\sigma}} = f\left(\frac{i}{n}\right) \tag{1}$$