

МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ЗОНЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ НАПЛАВКИ

*Белорусский государственный аграрный технический университет
Минск, Беларусь*

Расчет магнитного поля и его градиента в рабочей зоне при электромагнитной наплавке представляет собой довольно сложную задачу, так как зависит от многих факторов: конфигурации полюсного наконечника, коэффициента заполнения порошком рабочего пространства, магнитных свойств порошка и детали. Известно несколько методов расчета магнитных полей: аналитический, графический и экспериментальный [1, 2]. В случае электромагнитной наплавки сплошных цилиндрических деталей (рис. 1) магнитное поле можно рассчитать аналитически, применив уравнение Лапласа [2]:

$$\nabla^2 \varphi = 0,$$

где ∇^2 – оператор Лапласа; φ – магнитный скалярный потенциал.

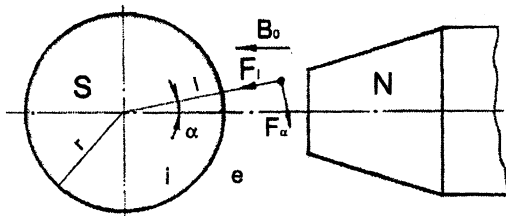


Рис. 1. К расчету магнитного поля в технологической зоне обработки.

Допуская, что длина образца достаточно велика по сравнению с его диаметром, уравнение Лапласа для среднего сечения в цилиндрических координатах можно записать в виде

$$\frac{1}{l} \cdot \frac{\partial}{\partial l} \left(l \frac{\partial \varphi}{\partial l} \right) + \frac{\partial^2 \varphi}{l^2 \partial \alpha^2} = 0, \quad (1)$$

где l – расстояние от центра детали до точки, в которой определяется магнитный потенциал; α – угол, отсчитываемый от направления вектора магнитной индукции исходного магнитного поля B_0 .

Решение уравнения (1) методом Фурье заключается в определении постоянных коэффициентов в выражениях для потенциала в области внешнего магнитного поля φ_e и внутри цилиндра φ_i :

$$\varphi_i = \left(C_1 l + \frac{C_2}{l} \right) \cdot \cos \alpha; \quad (2)$$

$$\varphi_e = \left(C_3 l + \frac{C_4}{l} \right) \cdot \cos \alpha, \quad (3)$$

где φ_i , φ_e – соответственно скалярные потенциалы магнитного поля в области детали и пространстве рабочей зоны; C_1 , C_2 , C_3 , C_4 – постоянные коэффициенты, определяемые из граничных условий.

Во внутренней области (i) потенциал должен оставаться конечным (при конечном B_0), поэтому $C_2 = 0$. Во внешней области (e) вдали от детали, т.е. при $l/r \gg 1$, возмущающее влияние детали на внешнее поле отсутствует, и потенциал определяется этим внешним полем:

$$\varphi_e = -H_0 \cdot l \cdot \cos \alpha,$$

где H_0 – напряженность исходного магнитного поля; r – радиус заготовки. Отсюда следует, что $C_3 = -H_0$.

На поверхности раздела двух сред, т.е. при $l = r$, выполняется как равенство потенциалов, так и равенство нормальных составляющих вектора магнитной индукции:

$$\varphi_i = \varphi_e; \quad \mu_i \cdot \frac{\partial \varphi_i}{\partial l} = \mu_e \cdot \frac{\partial \varphi_e}{\partial l}, \quad (4)$$

где μ_i – магнитная проницаемость детали; μ_e – магнитная проницаемость внешней среды.

Перепишем выражения для потенциалов (2) и (3) с учетом полученных результатов:

$$\varphi_i = C_1 \cdot l \cdot \cos \alpha; \quad (5)$$

$$\varphi_e = \left(-H_0 \cdot l + \frac{C_4}{l} \right) \cdot \cos \alpha. \quad (6)$$

Продифференцировав (5) и (6) по l и с учетом условий (4), получаем систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \mu_i \cdot C_1 &= \left(-H_0 - \frac{C_4}{r^2} \right) \cdot \mu_e \\ C_1 &= -H_0 + \frac{C_4}{r^2} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Решая систему уравнений (7), получаем

$$C_1 = -H_o \cdot \frac{2\mu_o}{\mu_i + \mu_e}; \quad C_4 = H_o \cdot \frac{\mu_i - \mu_e}{\mu_i + \mu_e} \cdot r^2.$$

Подставив значения найденных коэффициентов C_1, C_2, C_3, C_4 в уравнения (2) и (3) и приняв во внимание, что $H_{e,l} = -\frac{\partial\varphi_e}{\partial l}$ и $H_{e,\alpha} = -\frac{\partial\varphi_e}{l\partial\alpha}$, получим составляющие напряженности магнитного поля вне детали:

$$H_{e,l} = -\frac{\partial\varphi_e}{\partial l} = H_o \left[1 + \frac{\mu_i - \mu_e}{\mu_i + \mu_e} \cdot \left(\frac{r}{l}\right)^2 \right] \cdot \cos\alpha;$$

$$H_{e,\alpha} = -\frac{\partial\varphi_e}{l\partial\alpha} = -H_o \left[1 - \frac{\mu_i - \mu_e}{\mu_i + \mu_e} \cdot \left(\frac{r}{l}\right)^2 \right] \cdot \sin\alpha.$$

Известно [3], что между магнитной индукцией B и напряженностью магнитного поля H существует следующая связь:

$$B = \mu\mu_o H, \quad (8)$$

где μ_o – магнитная постоянная ($\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м); μ – магнитная проницаемость среды.

С учетом (8) запишем выражения для определения составляющих магнитной индукции в пространстве рабочей зоны:

$$B_{e,l} = B_o \cdot \left[1 + \frac{\mu_i - \mu_e}{\mu_i + \mu_e} \cdot \left(\frac{r}{l}\right)^2 \right] \cdot \cos\alpha; \quad (9)$$

$$B_{e,\alpha} = -B_o \cdot \left[1 - \frac{\mu_i - \mu_e}{\mu_i + \mu_e} \cdot \left(\frac{r}{l}\right)^2 \right] \cdot \sin\alpha. \quad (10)$$

Переведем уравнения (9) и (10) из цилиндрической системы координат в декартовы координаты при помощи соотношений

$$B_{ex} = B_{e,l} \cdot \cos\alpha - B_{e,\alpha} \cdot \sin\alpha;$$

$$B_{ey} = B_{e,l} \cdot \sin\alpha + B_{e,\alpha} \cdot \cos\alpha;$$

$$x = l \cdot \cos\alpha;$$

$$y = l \cdot \sin\alpha;$$

$$l = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

С учетом преобразований получаем

$$B_{ex} = B_o \cdot \left[1 + \frac{k_1}{l^4} \cdot (x^2 - y^2) \right]; \quad B_{ey} = 2B_o k_1 \frac{xy}{l^4};$$

где $k_1 = r^2 \left[\frac{\mu_i - \mu_e}{\mu_i + \mu_e} \right]$.

При соблюдении условий дифференцируемости выражений $\varphi = f(x, y)$ и $B = f(x, y)$ составляющие градиента вектора магнитной индукции по осям координат определяются как частные производные второго и первого порядка по соответствующим направлениям:

$$\text{grad} \bar{B}_x = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \cdot \bar{x}_o = \frac{\partial B}{\partial x} \cdot \bar{x}_o;$$

$$\text{grad} \bar{B}_y = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \cdot \bar{y}_o = \frac{\partial B}{\partial y} \cdot \bar{y}_o.$$

где \bar{x}_o, \bar{y}_o – единичные векторы.

Тогда, применяя правило дифференцирования сложных функций, получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_{ex}}{\partial x} &= \bar{B}_{ex} + \bar{B}_{ex} \bar{l} = 2B_o \frac{k_1}{l^4} \cdot x + \left[-4 \frac{k_1}{l^5} (x^2 - y^2) \right] \cdot \frac{x}{l} \cdot B_o = \\ &= 2B_o \frac{k_1}{l^4} \cdot x \cdot \left[1 - 2 \frac{(x^2 - y^2)}{l^2} \right], \end{aligned}$$

где $\bar{B}_{ex}, \bar{B}_{ex}, \bar{l}$ – частные производные соответствующей функции по переменной,

выраженной в явном виде. Аналогично

$$\frac{\partial B_{ex}}{\partial y} = -2B_o \frac{k_1}{l^4} \cdot y \cdot \left(1 + 2 \frac{x^2 - y^2}{l^2} \right); \quad (11)$$

$$\frac{\partial B_{ey}}{\partial x} = 2B_o \frac{k_1}{l^4} \cdot y \cdot \left(1 - 4 \frac{x^2}{l^2} \right); \quad (12)$$

$$\frac{\partial B_{ey}}{\partial y} = 2B_o \frac{k_1}{l^4} \cdot y \cdot \left(1 - 4 \frac{y^2}{l^2} \right). \quad (13)$$

Таким образом, получены аналитические выражения (9)...(13), позволяющие рассчитать величину магнитной индукции и ее градиент в любой точке пространства рабочей зоны.

Работа выполнялась при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований, проект №Т99М-007.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ефимов Н.В. Квадратичные формы и матрицы. – М.: Наука, 1972. – 159 с.
2. Поливанов К.М. Теоретические основы электротехники. Ч3. Теория электромагнитного поля. – М.: Энергия, 1969. – 352 с.
3. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. Т.2. – М.: Энергия, 1966. – 407с.

УДК 621.792

Ж. А. Мрочек, А. П. Ракомсин, Л. М. Кожуро, Д. Н. Хилько

ТЕПЛОФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ ПОКРЫТИЯ ПРИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ НАПЛАВКЕ

*Белорусская государственная политехническая академия
Государственное предприятие «МАЗ»
Белорусский государственный аграрный технический университет
Минск, Беларусь*

Процесс формирования покрытия при электромагнитной наплавке (ЭМН) объединяет явления различной физической природы. К числу важнейших следует отнести структурные и фазовые превращения, условия протекания которых определяет структуру и физико-механические свойства покрытий. Формирование покрытия прежде всего связано с процессами кристаллизации и охлаждения капель расплава частиц ферропорошка при их взаимодействии с основой.

Решение задачи кристаллизации жидкой частицы при ЭМН точными аналитическими методами не предоставляется возможным [1]. Это обусловлено нелинейностью граничных условий, конечными размерами тел, изменением теплофизических свойств покрытия и основы. Поэтому для изучения теплообмена в контакте основы с жидкой каплей расплава порошка воспользуемся приближенным методом А.И. Вейника [2].

Рассмотрим задачу кристаллизации и охлаждения жидкой частицы порошка на основе. Математическая модель процесса кристаллизации и охлаждения жидкой