УДК 621.12

ОБТЕКАНИЕ ЦИЛИНДРА ПОТОКОМ ЖИДКОСТИ С ЦИРКУЛЯЦИЕЙ

Некрашевич Константин Яковлевич
Научный руководитель – канд. техн. наук, доцент И.А. Веренич
(Белорусский национальный технический университет)

Целью работы является краткое изложение основных положений методики исследования обтекания тел жидкостью с использованием теории функции комплексного переменного

Расчет обтекания тел вязкой жидкостью затруднителен.

Это связано со сложностью и многомерностью течения жидкости, и, как следствие, его математического описания. Поэтому при решении задач прибегают к ряду допущений, которые при соблюдении определенных условий обеспечивают достаточную для прикладного использования точность. Так, например, задачу расчета обтекания цилиндра потоком невязкой жидкости с циркуляцией можно упростить, если представить течение плоским и потенциальным.

Такой подход позволяет использовать теорию комплексного переменного, дающую возможность однозначно охарактеризовать плоский потенциальный поток несжимаемой жидкости некоторой аналитической функцией $W(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$, называемой комплексным потенциалом, где $\varphi(x, y)$ и $\psi(x, y)$ – потенциал скорости и функция тока соответственно. Возможность суммирования комплексных потенциалов позволяет моделировать сложные течения, используя комбинации потенциалов простейших течений.

Для решения задачи обтекания цилиндра потоком жидкости с циркуляцией осуществляют суперпозицию комплексных потенциалов равномерного потока, диполя и плоского вихря. В этом случае суммарный комплексный потенциал течения $W(z)$ имеет вид[1]:

$$W(z) = u_0\left(z + \frac{r_0^2}{z}\right) + \frac{i\Gamma}{2\pi}\ln(z),$$

где u_0 – скорость равномерного потока; $z = x + iy$ –комплексная переменная ; r_0– радиус цилиндра; Γ – циркуляция. Потенциал скорости и функция тока данного течения в полярных и декартовых координатах будут:

$$\varphi = u_0 r\cos\theta\left(1+\frac{r_0^2}{r^2}\right)-\frac{\Gamma}{2\pi}\theta = u_0 x\left(1+\frac{r_0^2}{x^2+y^2}\right)-\frac{\Gamma}{2\pi}arctg\frac{y}{x};$$

$$\psi(x,y) = u_0 r\sin\theta\left(1-\frac{r_0^2}{r^2}\right)+\frac{\Gamma}{2\pi}\ln r = u_0 y\left(1-\frac{r_0^2}{x^2+y^2}\right)+$$
$$+\frac{\Gamma}{2\pi}\ln\sqrt{x^2+y^2}.$$

Для построения распределения скорости по поверхности цилиндра используем выражения для ее проекций u_r и u_θ в полярных координатах:

$$u_r = u_0\cos\theta\left(1-\frac{r_0^2}{r^2}\right);\ u_\theta = -u_0\sin\theta\left(1+\frac{r_0^2}{r^2}\right)-\frac{\Gamma}{2\pi r};$$

На поверхности цилиндра при $r = r_0$

$$u_{r|r=r_0} = 0 \quad \text{и} \quad u_{\theta|r=r_0} - 2u_0\sin\theta - \frac{\Gamma}{2\pi r_0}.$$

Положение критических точек находят из условия

$$\theta_{кр} = \arcsin\left(-\frac{\Gamma}{4\pi u_0 r_0}\right).$$

Заданным в приводимом примере значениям соответствует случай $\Gamma < 4\pi u_0 r_0$ ($\Gamma = -1 м^2/с$, $u_0 = 5 м/с$, $r_0 = 0{,}25 м$), т.е. на поверхности цилиндра имеются две точки, в которых скорость равна нулю, а давление максимально.

Распределение давления по поверхности цилиндра описывается коэффициентом давления $\overline{p}$ [1]:

$$\overline{p} = 1 - 4\left(\sin\theta - \frac{\Gamma}{4\pi u_0 r_0}\right)^2 .$$

Графики распределений скорости и давления представлены на рис. 1а, 1б соответственно

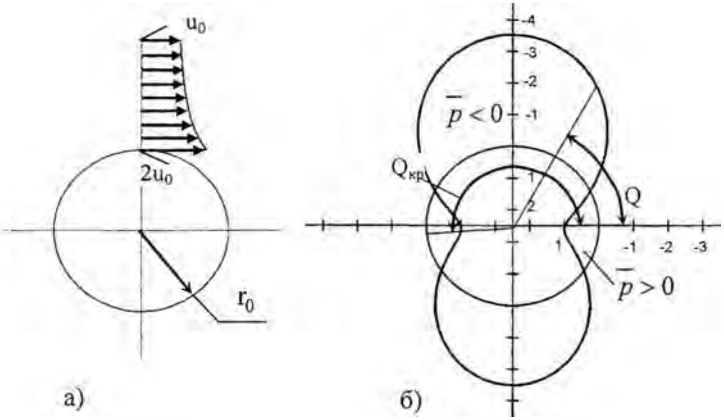

Рис. 1. Графики распределения скорости и давления над поверхностью цилиндра

Литература

1. Емцев, Б.Т. Техническая гидромеханика: учебник для ВУЗов по специальности «Гидравлические машины и средства гидроавтоматики».– 2-е изд., перераб. и доп.– М.: Машиностроение, 1987.