Из рисунка видно, что наибольшие напряжения возникают на границах контактной площадки. На основании полученных результатов построены графики зависимости: перемещений y (1) и эквивалентных напряжений σ (2) от величины прилагаемой нагрузки (рис. 3).

Анализ результатов показывает, градиент перемещений и напряжений незначительно убывает при увеличении приложенной силы.

Таким образом, разработанный нами новый метод учета центробежных сил позволил определить напряженно-деформированное состояние кольца при его качении по горизонтальной плоскости с учетом динамических нагрузок.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ротенберг Р.В. Подвеска автомобиля — М.: Машиностроение, 1972. 2. Шимановский А.О., Кракова И.Е. Математическая модель и расчет динамики колесного транспортного средства // Машиностроение. — Мн., 2003. — Вып. 19. — С. 737–741. 3. Pacejka H.B., Besselink I.J. Magic formula tyre model with transient properties// Vehicle System Dynamics.— 27.— 1997.

УДК 691.328

Г.М. Кузeмкина

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ БЕТОННОЙ МАТРИЦЫ С МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ АРМАТУРОЙ

Белорусский государственный университет транспорта
Гомель, Беларусь

Постановка арматуры в бетонную матрицу обеспечивает возможность надежной долговременной эксплуатации строительных конструкций. Качества железобетона в значительной степени зависят от свойств поверхностей сцепления арматуры с бетоном. В результате воздействия окружающей среды происходит коррозия железобетона, что при интенсивных нагрузках может привести к разрушению частей здания. Поэтому проблема обеспечения высоких прочностных качеств железобетона имеет большое значение для практики строительства. Одним из путей решения этой проблемы является оптимизация взаимодействия бетонной матрицы с упрочняющей арматурой.

В работе решается задача об уточненном определении напряженно-деформированного состояния железобетонного композита путем математического моделирования с применением метода конечных элементов.

Отличительной чертой бетона является его высокая прочность при действии сжимающих напряжений и низкая — при действии растягивающих напряжений. Поэтому линейная модель изотропного твердого тела, используемая для конечно-элементного расчета металлических конструкций, не дает точных результатов для железобетонных конструкций. Это обусловило необходимость применения специальных конечных элементов для описания свойств железобетона. При моделировании применены следующие *допущения и ограничения:*

1. Растрескивание разрешается в трех ортогональных направлениях в каждом узле модели.

2. Учет растрескивания от какого-либо узла моделируется путем регулирования свойств материала, причем модификация заключается в рассмотрении распределенной полосы трещин вместо отдельной дискретной трещины.

3. Материал бетон принят изначально изотропным.

Критерий повреждения бетона при многоосном напряженном состоянии (критерий отказа Виллама и Варнке [2]) выражен в форме:

$$\frac{F}{f_c} - S \geq 0,$$

где F — функция главных напряжений σ_{xp}, σ_{yp}, σ_{zp}; S — поверхность повреждения в пространстве главных напряжений (она является пространственным аналогом кругов Мора для материала с нелинейными свойствами); f_c — предельное одноосное сжимающее напряжение, а σ_{xp}, σ_{yp}, σ_{zp} — главные напряжения. Если приведенное неравенство не удовлетворяется, то нет образования трещин или разрушения.

Поверхность повреждений в пространстве главных напряжений представляет собой трехмерную поверхность для напряженных состояний, которые являются двухосными или близкими двухосным. В случае, если самые существенные не равные нулю главные напряжения находятся в направлениях σ_{xp} и σ_{yp}, точки трехмерной поверхности, расположены выше плоскости с нулевыми значениями σ_{zp}, как это показано на рис. 1. Условием отказа материала является знак функции σ_p. Например, если σ_{xp}, σ_{yp} отрицательны, а σ_{zp} имеет небольшое положительное значение, трещины могут быть предсказаны в направлении, перпендикулярном σ_{zp}. Однако если σ_{zp}=0 или имеет небольшое отрицательное значение, то материал может раскрошиться.

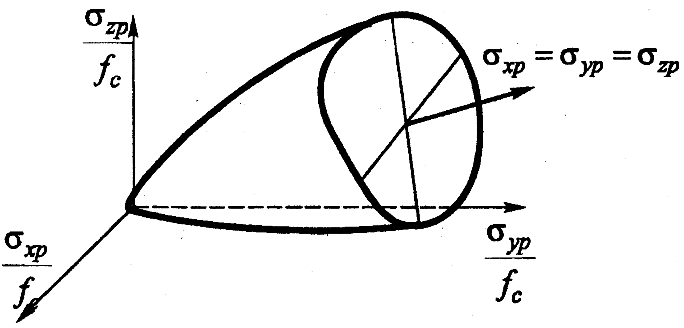

Рис. 1. Поверхность повреждений в пространстве главных напряжений

Повреждения бетона классифицируются по четырем категориям: «сжатие — сжатие — сжатие» ($0 \geq \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$); «растяжение — сжатие — сжатие» ($\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$); «растяжение — растяжение — сжатие» ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0 \geq \sigma_3$); *«растяжение — растяжение — растяжение»* ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0$). Здесь σ_1, σ_2, σ_3 — относительные значения главных напряжений. Для каждой категории установлены аналитические зависимости, описывающие законы изменения функций F_i и S_i. Функции S_i ($i = 1...4$) имеют свойства, соответствующие условию непрерывности поверхности, которую они описывают.

Поскольку бетон имеет нелинейную зависимость напряжений и деформаций, то при конечноэлементном расчете требуется итерационное решение. Если учитывается возможность и растрескивания и скалывания, приходится предусматривать медленное приложение нагрузок, чтобы предотвратить возможное фиктивное разрушение бетона прежде, чем произойдет передача приложенной нагрузки через закрытую трещину. Это обычно случается, когда чрезмерные деформации, вызванные появлением трещин, приводят к большим напряжениям в перпендикулярном направлении, что проявляется через существующую связь продольных и поперечных деформаций.

Выполненные исследования показали, что для обеспечения сходимости решения системы нелинейных уравнений, количество итераций необходимо применять равным не менее пятидесяти. Ускорению расчетов способствует использование фиксированного шага приложения нагрузки, поскольку при автоматизированном подборе шага решение системы нелинейных уравнений оказывается расходящимся, и возникает необходимость значительного увеличения числа итераций.

В результате тестового расчета установлено, что для стержневых конструкций требуемая точность расчетов перемещений достигается при делении самой короткой стороны поперечного сечения сеткой конечных элементов не менее чем на три части. Причем, целесообразно использование регулярной сетки. Для решения задачи об определении закона распределения напряжения по объему арматуры ее поперечное сечение необходимо разбивать не менее чем на шестнадцать площадей.

Разработана новая конечноэлементная модель железобетонной балки, в которой свойства арматуры и бетонной матрицы описывались с помощью методов механики сплошных сред. Это сделано для установления реального закона распределения напряжений в материалах арматуры и матрицы.

В качестве расчетной схемы принята модель консольной балки прямоугольного поперечного сечения с несимметричным армированием, обеспеченным пятью стальными стержнями. Нагружение балки осуществлялось путем приложения равномерно распределенного давления к одной из ее граней. Моделирование бетонных частей конструкции осуществлялось с применением восьмиузлового конечного элемента. Арматура моделировалась двадцатиузловым призматическим конечным элементом. С целью получения оптимального разбиения конструкции на конечные элементы количество частей, на которые разбивались линии геометрической модели, задавалось вручную.

Результаты расчетов показали, что устойчивое решение системы нелинейных уравнений деформирования конструкции получается в случае, если приложенная нагрузка превышает значение, соответствующее образованию первых трещин не более чем на 5%.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что наибольшие сжимающие напряжения наблюдаются в нижней части области защемления (рис. 2). В тоже время напряжения в верхней части области закрепления близки к нулю, так как именно там образуются первые трещины. Подробный анализ областей трещинообразования показал, что они появляются на поверхности балки, а также в местах контакта арматуры с бетоном. Причем на внешней поверхности зона с трещинами распространяется на меньшее расстояние от защемленного конца балки по сравнению с областью взаимодействия арматуры и бетона. Классическая теория деформирования бетона [1] не согласуется с этим фактом.

Разработанная конечноэлементная модель позволила установить, что напряжения в поперечных сечениях арматуры существенно изменяются в пределах сечения каждого арматурного стержня, в то время как обычно считается, что эти напряжения постоянны. Напряжения по длине арматурного стержня изменяются не монотонно (рис. 3). Максимум напряжений наблюдается в области, отстоящей от места закрепления торца стержня на расстоянии, равном трем диаметрам арматуры. Классическая теория предсказывает максимальные напряжения на конце стержня. Полученный результат можно объяснить перераспределением напряжений вследствие образования трещин.

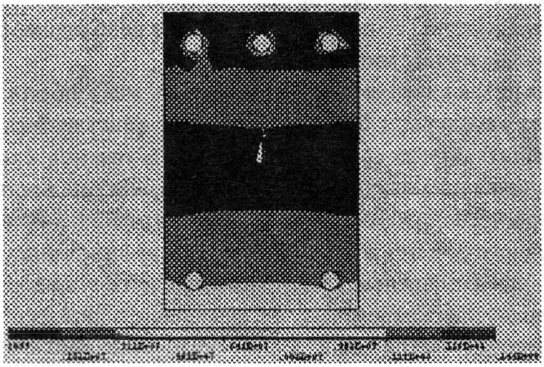

Рис. 2. Распределение эквивалентных напряжений по сечению бетонной матрицы

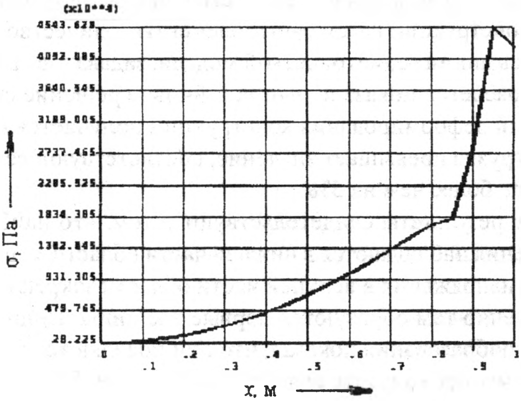

Рис. 3. Распределение напряжений по длине арматуры

Таким образом, на основании конечноэлементного анализа деформирования железобетонной балки установлено, что классическая модель, применяемая в настоящее время при проектировании железобетонных конструкций, неверно описывает особенности деформирования арматуры и бетонной матрицы в областях с наличием трещин. При конструировании железобетонных конструкций с целью обеспечения их надежной и безопасной эксплуатации этот факт надо обязательно учитывать.

ЛИТЕРАТУРА

1. СНиП 2.03.01-84 Бетонные и железобетонные конструкции — М., 1985.— 285 с. 2. Willam K.J., Warnke E.P. Constitutive Model for the Triaxial Behaviour of Concrete // Proceedings of International Association Bridge Structural. Engineerings, Report 19, Section III.— Zurich, 1975. — P. 1–30. 3. Куземкина Г.М., Шимановский А.О., Черноус Д.А. Конечноэлементное моделирование бетонной матрицы с упрочняющей арматурой // Международная научная конф. «Полимерные композиты, покрытия, пленки. Поликом 2003». — С. 53–55.

УДК 593.3

А.В. Курбачев

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ В НЕОДНОРОДНОЙ УПРУГОЙ СРЕДЕ

Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь

В [3] исследовано взаимодействие гармонической продольной волны с однослойным безграничным по протяженности экраном в воздушном пространстве. Показано, что колебания ограждения из жестких материалов, на которое падает волна под углом θ, могут быть описаны уравнениями движения тонких плит, если длина следа падающей волны не менее шестикратной толщины плиты. Если материал плиты является мягким (в нем скорости продольной и поперечной волн существенно меньше скорости звука в воздухе), то условием применимости уравнения изгибных колебаний тонкой плиты является требование о шестикратном превышении длины поперечной волны толщины ограждения.

Описано условие возникновения в плите пространственного резонанса. В отличие от обычного резонанса системы, характеризуемого совпадением частоты вынужденных колебаний под действием внешней гармонической силы с частотой собственных колебаний системы, здесь имеется совпадение геометрических размеров: след падающей волны равен длине волны изгиба в плите. Поскольку плита предполагается неограниченной, то все частоты ее колебаний являются собственными. При явлении совпадения распределение давления в падающей волне вдоль плиты точно соответствует распределению смещений при собственных колебаниях плиты той же частоты, что и