

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В КУБИЧЕСКИ АНИЗОТРОПНЫХ МАТЕРИАЛАХ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

*Белорусский государственный университет
Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь*

В данной работе представлены результаты анализа напряженного состояния кубически анизотропной среды в окрестностях фронтов упругих волн с помощью метода характеристик.

Соответствующую систему уравнений движения запишем в отсутствие массовых сил

$$A_4 \Delta u_i + (A_1 - A_2 - 2A_4) \partial_i^2 u_i + (A_2 + A_4) \partial_i \partial_k u_k = \rho \ddot{u}_i, \quad (1)$$

где $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ — вектор перемещений; A_1, A_2, A_4 — постоянные упругости кубически анизотропной среды; $\rho = \rho_0/A_4$; ρ_0 — плотность среды; $\partial_i = \partial/\partial x_i$; точкой обозначается дифференцирование по времени; $i = \overline{1, 3}$; по индексу $k = \overline{1, 3}$ ведется суммирование.

Решение (1), следуя [1], представим в следующем виде

$$\vec{u} = \vec{h} f(B). \quad (2)$$

Здесь $\vec{h} = (h_1, h_2, h_3)$ — вектор прерывности; $B = g(n_x x_k - Vt)$ — фаза; n_i — направляющие косинусы нормали к характеристической поверхности; V — фазовая скорость распространения упругой волны; g — коэффициент пропорциональности.

Подставив (2) в (1), после несложных преобразований получим

$$(1 - v^2 + (a - b - 2)n_i^2)h_i + (b + 1)n_i n_k h_k = 0, \quad (3)$$

где $v = V/c_2$ — безразмерная фазовая скорость; $c_2 = \sqrt{A_4/\rho}$ — скорость распространения поперечной волны.

Отличные от нуля решения для компонент вектора прерывности найдем из (3) из условия равенства нулю определителя, составленного из коэффициентов при h_i . Раскрывая определитель при $n_3 = 0$ (что соответствует распространению волны в координатной плоскости $x_3 = 0$), получаем характеристическое уравнение системы (1)

$$(1-v^2)\left((1-v^2)(a-v^2) + (a-b-2)(a+b)n_1^2n_2^2\right) = 0 \quad (4)$$

где $a = A_1/A_4$; $b = A_2/A_4$.

Из (3) при $n_3 = 0$ будем иметь следующее уравнение для нахождения компонент вектора прерывности

$$(1-v^2 + (a-1)n_1^2) + (b+1)n_1n_2 \frac{h_2}{h_1} = 0. \quad (5)$$

Дополняя уравнение (5), условием нормировки $(h_1)^2 + (h_2)^2 = 1$ [2], найдем составляющие вектора прерывности:

$$h_1^{(j)} = Bn_1n_2/W, \quad h_2^{(j)} = v_j^2 - 1 - An_1^2/W, \\ W = \sqrt{(a-1)^2 n_1^2 + (b+1)^2 n_1^2 n_2^2 + 2(a-1)n_1^2(1-v_j^2) + (1-v_j^2)^2}. \quad (6)$$

Скорости распространения упругих волн находим из (4)

$$v_j = \sqrt{(a+1 \pm \Omega)/2}, \quad v_3 = 1, \quad j = 1, 2, \\ \Omega = \sqrt{(a-1)^2 (n_1^2 - n_2^2)^2 + 4(b+1)^2 n_1^2 n_2^2}. \quad (7)$$

Исследуем напряжения, возникающие в кубически анизотропной среде при распространении упругих волн в условиях плоской деформации. Из закона Гука имеем

$$\sigma_{11} = A_1 \partial_1 u_1 + A_2 \partial_2 u_2, \quad \sigma_{22} = A_2 \partial_1 u_1 + A_1 \partial_2 u_2, \\ \sigma_{12} = A_4 (\partial_1 u_2 + \partial_2 u_1), \quad \sigma_{33} = A_1 (\partial_1 u_1 + \partial_2 u_2). \quad (8)$$

где $\partial = \partial/\partial x$.

Подставляя (2) в (8), будем иметь

$$\bar{\sigma}_{11} \equiv ah_1^{(j)}n_1 + bh_2^{(j)}n_2, \quad \bar{\sigma}_{22} \equiv bh_1^{(j)}n_1 + ah_2^{(j)}n_2, \\ \bar{\sigma}_{12} \equiv h_1^{(j)}n_2 + h_2^{(j)}n_1, \quad \bar{\sigma}_{33} \equiv a(h_1^{(j)}n_1 + h_2^{(j)}n_2). \quad (9)$$

В (9) максимальное значение производной $f'(g(n_1x_1 + n_2x_2 - Vt))$ условно принято за единицу, $\bar{\sigma}_k = \sigma_k/A_4$ — безразмерные напряжения, $k, l = 1, 2$.

Построим распределение напряжений при динамическом нагружении кубически анизотропного материала в условиях плоской деформации ($x_3 = 0$). Для этого найдем тангенс угла наклона, определяющий направление луча, проходящего через начало системы координат и точку среды $(x_1^{(j)}, x_2^{(j)})$, до которой дошла энергия волнового возмущения:

$$\operatorname{tg} \varphi_j = \frac{x_2^{(j)}}{x_1^{(j)}} = \frac{(a+1)\Omega \pm \left((a-1)^2 - 2(a+b)(a-b-2)n_1^2 \right)}{(a+1)\Omega \pm \left((a-1)^2 - 2(a+b)(a-b-2)n_2^2 \right)}. \quad (10)$$

Откладывая на луче значения напряжений $\tilde{\sigma}_n$ из (9), которые соответствуют углу α , определяющему значение $\operatorname{tg} \varphi_j$, получим совокупность точек, отражающую распределение динамических напряжений в координатной плоскости кубически анизотропной среды. На рис. 1 представлены кривые динамических безразмерных напряжений $\tilde{\sigma}_n^{(2)}$, инициированных распространением квазипоперечной волны в координатной плоскости $x_3 = 0$ для свинца ($a = 3.236$, $b = 2.722$, значения констант упругости взяты из [3]).

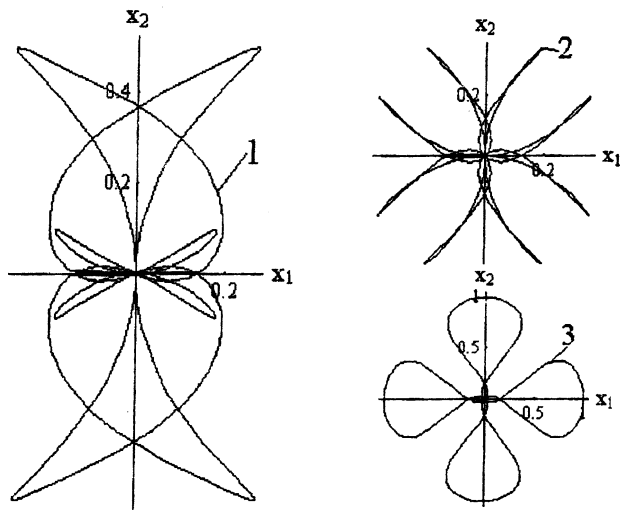


Рис. 1.

Распределение динамических безразмерных напряжений, возникающих при распространении квазипоперечной волны в кубически анизотропной среде:

$$1 - \tilde{\sigma}_{11}^{(2)}; 2 - \tilde{\sigma}_{33}^{(2)}; 3 - \tilde{\sigma}_{12}^{(2)}.$$

Как показывает рис. 1, динамические напряжения $\tilde{\sigma}_{12}^{(2)}$ практически в два раза превышают максимальные напряжения $\tilde{\sigma}_{11}^{(2)}$ (кривая $\tilde{\sigma}_{22}^{(2)}$ получается поворотом $\tilde{\sigma}_{11}^{(2)}$ на угол равный $\pi/2$). Сравнительный анализ распределений

напряжений, возникающих при распространении квазипоперечной и квазипродольной волн, показывает, что кривые $\bar{\sigma}_n^{(2)}$ имеют гораздо более сложный характер в первом случае, что можно объяснить появлением лакун на фронте квазипоперечной волны. Распределение напряжений в плоскости $x_3 = 0$ кубически анизотропной среды, возникающих при распространении квазипоперечной волны со скоростью $v_3 = 1$, имеет практически тот же вид, что и при распространении поперечной волны в изотропной среде [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. Курант Р. Уравнения с частными производными. — М.: Мир. — 1964. — 602 с.
2. Петрашень Г. И. Распространение волн в анизотропной упругой среде. — Л.: Наука. — 1980. — 284 с.
3. Современная кристаллография. Т. IV. Физические свойства кристаллов. — М.: Наука, — 1984. — 584 с.
4. Гузь И. С., Демина Г. С. О распределении напряжений в анизотропной среде при динамическом нагружении // Изв. АН СССР. МТТ. — 1975. — № 2. — С. 171–175.

УДК 537.533.2

Л.И. Гречихин

ЭМИССИОННЫЕ СВОЙСТВА КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕД

*Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь*

В процессе кинематического трения и обработки резанием возникает непрерывное изменение энергии атомных и молекулярных взаимодействий. При этом возникает целый комплекс взаимосвязанных физико-химических явлений: тепловых, сорбционных, электрических и др. [1]. Во всех этих явлениях работа выхода электрона является наиболее емкой характеристикой физико-химической активности трущихся поверхностей. От разности работ выхода соприкасающихся металлов зависит напряженность контактных электрических полей, обеспечивающих значительную адгезию, и, следовательно, электростатическая компонента трения. В настоящей работе рассмотрим динамику возникновения работы выхода с учетом последних достижений в физике твердого тела с позиций кластерного строения.

Кластерная модель трактует эмиссионные свойства с учетом внутрикластерной и кластерной решеточных структур. Внутрикластерное взаимодей-