13. OLVERA, D., LOPEZ de LACALLE, L. N., COMPEAN, F. I. et al. Analysis of tool tip radial stiffness of turn-milling centers. Int. Journal of Advanced Manufacturing Technologies, 2012, no. 60, pp. 883–891.

14. MUHAMMAD, Bashir Bala; WAN, Min; FENG, Jia et al. Dynamic damping of machining vibration: a review. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2017, no. 89, pp. 2935–2952.

15. LU, Kaibo; LIAN, Zisheng; GU, Fengshou et al. Model-based chatter stability prediction and detection for the turning of the flexible workpiece. Mech. Systems and Signal Process., 2018, vol. 100, pp. 814–826.

16. JAFARZADEH, Ehsan; MOVAHHEDY, Mohammad R. Numerical simulation of interaction of mode coupling and regenerative chatter in machining. J. of Manuf. Processes, 2017, vol. 27, pp. 252–260.

17. STEPAN, Gabor; KISS, Adam K.; GHALAHAMCHI, Behnam et al. Chatter avoidance in cutting highly flexible workpieces. CIRP Annals – Manufacturing Technology, 2017 no. 66 (1), pp. 377–380.

Поступила 18.05.2022

### УДК 621.9.011:517.962.1

# Довнар С. С., Лапука А. Д., Шведова Д. Н., Роденя А. В. МКЭ-АНАЛИЗ НЕСУЩЕЙ СИСТЕМЫ ИСТОРИЧЕСКОЙ БАШНИ АЗИНЕЛЛИ КАК РАЦИОНАЛЬНОГО ОБРАЗЦА ДЛЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ КОМПОЗИТНЫХ КОЛОНН

Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь

Выполнено МКЭ-моделирование башни Азинелли в Болонье. Башня представлена как композитный объект, включающий наружную и внутреннюю оболочки, заполнитель, сложные основание и фундамент. Смоделировано нагружение башни силой тяжести, уклоном на 1,5° и ветровой нагрузкой.

Самым напряженным регионом оказался стык ствола и основания. Здесь есть умеренные концентраторы сжатия (до 1,4 раза), но отсутствует растяжение. МКЭаудит показал, что сочетание модулей упругости оболочек и заполнителя удачно. Концентрация сжимающих напряжений в углах не превышает 1,3 раз. Сочетание собственного веса, уклона и итормовой нагрузки допустимо, но выводит сооружение на границу работоспособности. Сжимающие напряжения на наветренной стороне приближаются к нулю (опасность дезинтеграции), а на подветренной стороне они (  $\sigma_3 \cong -2,5$  МПа ) подходят к допустимому напряжению на сжатие (-4 МПа). Более сильное нагружение башни опасно.

Композитная система башни демонстрирует выносливость и рациональность. Она представляется ценным образцом для проектирования ответственных колонн и стоек в современном машиностроении, например, для создания крупногабаритных многоцелевых станков с ЧПУ типа «Подвижная колонна».

Область исследования. Работа заключается в виртуальном испытании одной из хорошо известных исторических несущих систем (ИНС или legacy load-bearing systems – LLBS). Под ИНС понимаются только те системы, которые выдержали ряд силовых воздействий на протяжении большого периода времени (survived). Поэтому многие из них можно считать удачно составленными и продуманными инженерными объектами. Они полезны как для проектирования, так и для обучения студентов практическому освоению 3D-моделирования и виртуальных испытаний с помощью МКЭ [1].



Рис. 1. Исторические рисунки [2] башни Азинелли в Болонье 1505 г. (*a*), 1767 г. (*б*) и современная 3D-модель (*в*)

В работе рассматривается башня Азинелли в Болонье (рис. 1; самый высокий объект). Это сооружение XII-го века (построено, вероятно, между 1110 и 1119 гг.) [2; 3; 4] является единственной башней (из примерно двухсот), сохранившейся в полном виде со времен средневековья. Башни разрушались или частично разбирались из-за землетрясений, пожаров, неравномерной осадкой грунта и т. д. Убывание числа башен ощутимо при сопоставлении картин 1505 г. и 1767 г. (рис. 1, *а* и *б* соответственно).

Сохранность башни Азинелли свидетельствует о том, что ее несущая система работает удовлетворительно. Архитектурно башня представляет собой (рис. 1, *в*) ствол *Tr* с верхушкой *Top*. На земле вокруг ствола в XV-ом веке была пристроена терраса *Ter*.

Башня широко известна, многократно изучена и описана [3–6]. Однако, в большинстве работ к ней подходят как к сохраняемому историческому объекту, а не как к интересному инженерному решению. В башне прочно (до сих пор) сцеплены друг с другом слои-оболочки кирпичной кладки (*brick*), бетоновидного заполнителя (*filling* или *stuccato*) и камня (селенит – *selenite*). По нашему мнению, башня является удачным образцом композитной детали. Это интересно для техники и, в частности, для машиностроения.

**3D-моделирование.** Созданная с участием студентов<sup>1</sup> геометрическая модель башни Азинелли представлена на рис. 2 (в данной модели терраса отсутствует). Башня является субтильным объектом высотой 97,2 м. Ее ствол Tr (рис. 1, e) прямоугольного сечения состоит из трех секций I, II и III (рис. 2, a) примерно равной высоты. Каждое нижнее ребро секции I принято равным 8,09 м. Секция I идет вверх на высоту 32 м и сужается с уклоном 0,46°. На средней секции II уклон составляет 0,27°. Верхняя секция III продолжает суживаться и достигает поперечного размера 6,5 м под верхушкой 6.

Ствол башни опирается на основание 4, сооруженное на 3,77 м выше уровня грунта 5.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> В создании модели приняли участие студенты Дулуб А. Д. и Кустов С. В.



Рис. 2. 3-D модель башни Азинелли: *a* – общий вид трехступенчатой башни (I, II,III); *б* – наружная (bo) и внутренняя (bi) кирпичные оболочки и заполнители (f1, f2) между ними (модель уменьшена по вертикали в ×5); *в* – основание башни из селенита (sel) с заполнителем (fs) на бетонном фундаменте (c) и

массиве дубовых свай (oak)

На рис. 2,  $\delta$  показано, что стенки башни состоят из трех слоев. Это наружная кирпичная оболочка *bo* (НКО), внутренняя кирпичная оболочка *bi* (ВКО) и заполнители *f1*, *f2* между ними. Данное трехслойное решение часто применяется для создания композиционных пластин, работающих на изгиб.

Наружной оболочке *bo* в модели приписана толщина 320 мм, а внутренней – 300 мм. На рис. 2, *б* видно, что центральный проем, ограниченный *bi*, сужается к низу башни (до квадрата со стороной 2320 мм). Это сделано для увеличения толщины заполнителя *f1*, достигающей 2260 мм на подошве ствола.

При движении снизу к верхнему концу секции II толщина заполнителя уменьшается до 1210 мм. В верхней секции III оболочки *bo*, *bi* сливаются. Под верхушкой башни кирпичная стенка имеет толщиной 1050 мм. Секция III высотой 30,5 м является для башни позднейшей достройкой. Она сложена в XIII-ом веке.

На рис. 2, *в* представлено строение нижней части башни. Здесь ствол башни (bo - fl - bi) с участием небольшой кирпичной мембраны *bm* опирается на основание *sel*. Основание имеет форму усеченной пирамиды и сложено из тесаных каменных блоков (селенит). Видно, что у основания есть наружная и внутренняя оболочки, между которыми находится заполнитель fs. Основание имеет высоту 4,6 м и длину нижних ребер 9,37 м.

Под основанием лежит бетонный фундамент *с* (*concrete*; сделан на основе извести), а под ним – массив вбитых впритык друг к другу дубовых свай (*oak*). Высоты фундамента и массива свай приняты равными 5,2 м и 2,6 м соответственно. Они имеют форму параллелепипеда и охвачены массивом грунта (*soil*).

Обратим внимание на интерфейс «ствол – основание» (ИСО), отмеченный маркерами c1-c2-c3-c4 на рис. 3. Это плоская поверхность, передающая вертикально тяжесть ствола, на основание. О горизонтальном скреплении по этой поверхности ничего не известно. По крайней мере, здесь должны действовать силы трения. В терминах МКЭ ИСО является контактной парой (стыком между стволом и основанием), статус которой нужно уточнить.



Рис. 3. Регулярная сетка конечных элементов в сечении башни над основанием (*a*) и картина контактного давления *p*<sub>c</sub> (МПа) на фрикционном контакте c1–c2–c3–c4 (ИСО) между башней и основанием (*б*; нагружение selfW+lean1.5)

Рис. 3, *а* показывает малую толщину наружной и внутренней кирпичных оболочек (*bo*, *bi*) относительно заполнителя *f1*. В то же время, именно НКО (рис. 4,  $\delta$ ) и ВКО (рис. 4, *в*) оказываются наиболее нагруженными вертикально. Забегая вперед, обратим внимание на картину контактного давления  $p_c$  на рис. 3,  $\delta$ . Здесь давление на кирпичи НКО на стороне с2–с3 составляет 1,8667 МПа (на углах 2,2708 МПа и 2,2642 МПа – на 21 % больше). В заполнителе давление ниже (1,4545 МПа).

При мысленном перемещении к центру башни, на ВКО, давление вновь возрастает – триада маркеров 1,5991–1,5107–1,5811 МПа. Здесь эффект концентрации сжатия в углах невелик (5–6 %).

Цель работы и конструктивные черты модели. Требуется лучше понять причины прочности и живучести башни Азинелли. Для этого в данной работе объект испытывается виртуально с помощью МКЭ (программный комплекс ANSYS). Основной задачей является раскрытие напряженно-деформированного состояния (н. д. с.) башни как композитного объекта. Важно увидеть, как взаимодействуют между собой кирпичные оболочки, заполнители и селенитовые стенки в основании башни. Важно оценить возможную несовместность деформирования этих сред. МКЭ-анализ н. д. с. нужен в итоге для поиска опасных концентраторов напряжений. Концентрация растягивающих напряжений была бы весьма нежелательна, так как башня сложена исключительно из хрупких материалов.

Моделирование на текущем этапе будет статическим. Дальнейшее динамическое моделирование представляется не менее важным.

Примем во внимание конструктивные особенности башни Азинелли:

1. Башня является монолитным композитным объектом. Большая часть стен трехслойны: НКО – заполнитель – ВКО.

2. Трехслойные стены башни утолщаются к низу для восприятия веса вышележащего материала. Это является приближением к идеальной концепции *равнопрочной балки* (балки с одинаковым уровнем напряжений по ее длине и в точках каждого сечения [7]). Наружное сечение башни на секциях I, II линейно увеличивается при ходе вниз, а внутреннее – линейно уменьшается до почти полного исчезновения внутреннего проема.

3. Из-за утолщения стен центр тяжести башни (расчетная масса 6300 т) расположен невысоко (36,5 м от подошвы основания – примерно на 1/3 высоты объекта). Это почти точно соответствует переходу от секции I к II.

4. Башня обладает большим числом сопряжений (интерфейсов, стыков), прежде всего между кирпичными оболочками и заполнителями. Прочность вертикальных интерфейсов не вызывает сомнений. Здесь расслоения были бы обнаружены при многочисленных исследованиях.

5. Цельность горизонтальных интерфейсов (например, ИСО) неизвестна. Эти стыки сжаты силой тяжести, что маскирует возможные расслоения. Горизонтальные интерфейсы можно рассматривать как контактные пары, находящиеся, возможно, в статусе *bonded* (схватывание), но, может быть, и в статусе *frictional* (сухое трение с возможностью проскальзывания и открывания-закрывания контактов).

6. Все переходы башни по высоте выполнены углами, без закруглений и сглаживаний. Это провоцирует концентрацию напряжений.

7. Все горизонтальные сечения башни являются прямоугольными. Галтели и закругления в углах здесь также отсутствуют.

*Граничные условия.* В работе изучается н. д. с. собственно башни. Поведение глубоко расположенных слоев почвы находится за рамками исследования. Поэтому моделируемая система жестко закреплена снизу (под массивом свай – маркер В на рис. 4, *a*). Это соответствует, например, скалистому основанию.

В работе проводилось умеренное варьирование граничных условий для выяснения чувствительности к ним модели башни. Испытывался вариант (рис. 4, *в*), когда жесткое закрепление задавалось сразу под фундаментом (маркер FS). Существенной разницы между вариантами опирания не обнаружено.



Рис. 4. Закрепления и нагрузки башни на виде снизу (*a*) и в вертикальных сечениях для НКО (б) и ВКО (в)

Боковые стенки массива грунта фиксировались двояко. На глубинах массива свай они жестко закреплялись (маркеры D, G на рис. 4, *a*). Выше грунт при стенках мог свободно проседать по вертикали (маркеры E, F).

Первой нагрузкой на HC башни является ее собственный вес (стрелка C на рис. 4, *a*). В пакете ANSYS гравитацию задавали как принудительное ускорение всей системы вверх  $g = 9,806 \text{ M/c}^2$ . Эту нагрузку будем обозначать как *selfW* (selfweighted). Она направлена строго по оси башни, что соответствует давнему, средневековому проекту сооружения.

Особенностью башни Азинелли является ее уклон на запад на 1,5° [3], накопившийся за время службы из-за неравномерной осадки грунтов. Для его учета вводили век-

тор ускорения, направленный на запад и равный  $0,231 \text{ м/c}^2$ . Данную нагрузку обозначим как *lean1.5* (leaning). Маркировка расчетного варианта как *selfW+lean1.5* означает наложение стандартной силы тяжести на башню с уклоном.

Третьей рассматриваемой нагрузкой на башню является ветер (стрелка A на рис. 4, *a*, *б*). Его отражает давление  $p_W = 600Pa$ . Это ураганный напор. Давление прикладывалось только к восточной стороне башни равномерно по высоте. Ветровой напор маркируется в работе как *wind600*. Подчеркнем, что ветер принят нагружающим башню в том же направлении (на запад), что и уклон. Сочетание трех воздействий *selfW* + *lean1.5* + *wind600* является самым неблагоприятным.

*МКЭ-модель и ее параметры.* В конечно-элементной модели каждый из материалов принят изотропным и линейно-упругим. Трещины и дефекты сплошности не моделируются. Пластические деформации считаются отсутствующими. Геометрическими нелинейностями (возникают при больших деформациях) пренебрегают.

Прилегающие материалы, например, кладка и заполнитель, скреплены друг с другом контактными парами в статусе *bonded*. Это соответствует действию идеализированного клея. Состояние ИСО варьируется. Смоделирован как вариант цельного соединения ствола и основания (*bonded*), так и полного разъединения, когда ствол на основании удерживается только силами трения (контактная пара в статусе *frictional*).

В отсутствии фрикционных контактных пар МКЭ-модель является линейной. Вход в башню условно не моделируется. Терраса вокруг башни моделируется в части решений.

Механические свойства моделируемых материалов приняты (табл. 1) по опубликованным результатам натурных проб [3; 4; 6].

Материал	Модуль упру- гости Е, МПа	Удельная плотность	Прочность на сжатие, МПа
Селенит (selenite)	4000	2200	6
Бетон фундамента (concrete)	5000	1800	—
Кладка (обобщенно; brick)	4000	1700	4
Заполнитель (stuccato)	3000	1600	4
Грунт вокруг башни (soil)	200	2000	_
Дубовые сваи в массиве (oak)	2280	940	>25
Сталь (steel – for comparizon)	210000	7850	>250

Таблица 1 – Механические свойства материалов для МКЭ-модели

Сетки конечных элементов являются для большинства солидов регулярными. Они используют гексаэдрические конечные элементы. Для вспомогательных солидов, например, зубцовых обрамлений, строились нерегулярные сетки из тетраэдрических конечных элементов. МКЭ-модель башни представлена на рис. 2, *в*, рис. 3, *a*, *б*, рис. 4, *г* и рис. 5, *г*.

*Статический анализ скрепленной модели.* В начале рассмотрим нагружение башни силой тяжести (*selfW*) без учета уклона и ветровой нагрузки.



Рис. 5. Вектора главных напряжений (*a*) и распределения эквивалентных напряжений σ<sub>e</sub> (МПа) в наружной (δ; НКО) и внутренней (*в*; ВКО) кладках, а также в разрезе модели с террасой (*ε*); selfW; ×700

В МКЭ-модели солиды скреплены контактными парами в статусе *bonded*. В н. д. с.  $\sigma_1, \sigma_2$  башни благодаря силе тяжести доминирует одноосное сжатие (рис. 5, *a*). Видны вектора (синие) минимального главного напряжения  $\sigma_3$ . Красные и зеленые вектора максимального и среднего главных напряжений  $\sigma_1, \sigma_2$  не наблюдаются. Следовательно, эти напряжения намного меньше  $\sigma_3$ .

Маркеры на рис. 5, *а* указывают суммарное перемещение частей башни. Верхушка проседает вертикально на 16,14 мм, а ствол на уровне террасы – только на 3,79 мм.

На картинах рис. 5,  $\delta$ –г отражено эквивалентное напряжение  $\sigma_e$ . Здесь оно определяется именно сжимающим напряжением  $\sigma_3$ . Остальные главные напряжения, как правило, невелики. Сопоставление рис. 5,  $\delta$  (НКО) и рис. 5,  $\epsilon$  (ВКО) показывает, что напряжения достаточно плавно растут к низу башни. Важно, что на каждой высоте напряжения в НКО и ВКО практически одинаковы. Равномерность нагружения оболочек обеспечена.

Это подтверждают графики сжимающих напряжений на рис. 6, *a*. Графики даны вдоль траекторий, нисходящих по секции I башни (рис. 6, *б*). Графики A, B, C, D идут по углам и серединам сторон обоих кирпичных оболочек. График E характеризует заполнитель и расположен точно по середине между B и D.Абсцисса на рис. 6, *a* соответствует длине секции I при счете сверху вниз.



Рис. 6. Сжимающие напряжения (*a*) в стволе по отсчетным траекториям (*б*) в НКО (A, B), ВКО (C, D) и заполнителе (E) при движении сверху вниз (*a*, *б* – слева направо) (selfW; top, bot – маркеры верха и низа секции I; соответствуют 0 и 31 на абсциссе)

Абсцисса на рис. 6, *а* соответствует длине (*length*) секции I при счете сверху вниз. Примерно 10 % длины секции I с каждой стороны связано со *стыковыми возмущениями* н. д. с. Между ними (примерно от 4 м до 27 м) лежит участок плавного изменения н. д. с. Здесь напряжения по всем «кирпичным» траекториям практически равны друг другу. Медленный подъем линий A–D отражает рост сжатия к низу башни:  $k_{TopBot} = 1,092/0,786 \le 1,4$ .

По линии Е (заполнитель) сжимающие напряжения увеличиваются в таком же темпе. Напряжения  $\sigma_3$  в заполнителе всегда меньше (74 %–76 %), чем в кладках НКО, ВКО (это возможно назвать *нормой* 75 %). Введем для этого эффекта коэффициент  $k_{BrickF} = 0,75$ .

Переход через зону стыковых возмущений (от 27-го метра к 31-ому) связан с ростом напряжений, прежде всего в углах. Коэффициент концентрации напряжений на ИСО составляет  $k_{joint}^{1s} = 1,37$ .

Вблизи ИСО внутренняя оболочка ВКО нагружена умеренно и равномерно (маркеры 1,058 МПа на рис. 5, *в* и 1,063 МПа на рис. 5, *г*). Наружная оболочка напряжена несколько сильнее: 1,544 МПа на углу и 1,2671 МПа на середине нижнего ребра ствола. Различие напряжений между НКО и ВКО на ИСО колеблется в пределах 1,19–1,45 раз.

Именно ИСО является ключевым (и самым напряженным) регионом башни. На рис. 5 *в*, *г* его отмечают по диагонали маркеры 1,4684 МПа и 1,544 МПа. Подробности н. д. с. в районе ИСО показаны на рис. 6. В целом, же, дизайн внешней и внутренней оболочек можно признать согласованным относительно друг друга.



Рис. 7. Картины максимального главного напряжения  $\sigma_1$  (*a*) и минимального главного напряжения  $\sigma_3$  (*б*) при нагружении башни собственным весом (selfW). МПа, ×1250

Картина максимального главного напряжения  $\sigma_1$  (рис. 7, *a*) демонстрирует, что в башне отсутствуют концентраторы растягивающих напряжений. Исключением является внутренний участок свободной поверхности фундамента (0,62502 МПа). Однако, он не является частью несущей системы. Возможное трещинообразование на нем должно быть локальным эффектом разрядки напряжений.

Ствол башни (три верхних маркера) имеет близкие к нулю  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  Это указывает на состояние одноосного сжатия (норма работы башен и колонн). В глубине фундамента  $\sigma_1$  имеет отрицательную величину (-0,10683 МПа; -0,34359 МПа). Следовательно, присутствует трехмерное сжатие, что положительно для прочности хрупкого материала.

Картина минимального главного напряжения  $\sigma_1$  (рис. 7,  $\delta$ ) говорит о весьма равномерном сжатии всех заполнителей и бетона фундамента (вертикальная траектория из маркеров –0,78882 МПа; –0,77327 МПа; –0,79788 МПа. Это положительная черта н. д. с. Кирпичные кладки НКО и ВКО нагружены вертикальным сжатием тоже равномерно. В горизонтальном сечении ствола в 6 м над ИСО на однородность н. д. с. указывают маркеры –1,0472 МПа; –1,0704 МПа; –1,0516 МПа. Кирпичные оболочки здесь сжаты в ~1,35 раза сильнее, чем заполнитель (*норма 75 %*). Меньшее нагружение заполнителя, чем кирпича, следует признать разумной конструкторско-технологической ситуацией.

Напряжения сжатия концентрируются на ИСО в углах – маркеры –1,5527 МПа и –1,6036 МПа. На серединах сторон (–1,3637 МПа) сжимающие напряжения в  $k_{corner}^{1s} \cong 1,2$  раза меньше (но сильнее, чем в вышележащих сечениях ствола). Подчеркнем, что концентрация напряжений в углах башни касается только стыковых регионов, например, ИСО. В большей части секций сжатие углов и середин сторон примерно одинаково для каждого сечения.

Итак, при нагружении собственным весом (*selfW*) в башне возникают только умеренные концентраторы сжатия. Напряжения в них (например, –1,6036 МПа) достаточно низки по отношению к допустимому уровню в 4 МПа (табл. 1).

Дополним теперь нагружение башни ветровым воздействием (*selfW* + *wind600*). Исходный уклон сооружения отсутствует. Картина векторов главных напряжений (рис. 8, *a*) позволяет выделить наветренную (слева) и подветренную (справа) стороны башни.



Рис. 8. Модель башни Азинелли под ветровой нагрузкой (selfW+wind600): a – вектора главных напряжений (наблюдаем только  $\sigma_3$ );  $\overline{b}$  – картина эквивалентных напряжений  $\sigma_e$  (МПа); e – распределение  $\sigma_e$  внутри башни в районе ИСО (×400)

Господствуют минимальные главные напряжения  $\sigma_3$ . Они визуально максимальны с подветренной стороны внизу башни (маркер  $\sigma_3$ ). Из-за изгиба башни сжимающие напряжения слабеют с наветренной стороны. Начинается разгрузка башни от сжатия.

Картина эквивалентных напряжений  $\sigma_e$  показана на рис. 8,  $\delta$  (распределение минимального главного напряжения, ответственного за сжатие, является практически таким же). Напряжения по причине гравитации возрастают при движении от верха к фундаменту башни. С подветренной стороны напряжения выше («0,18164–1,144– 1,8336» МПа). Здесь сочетаются сжатия от собственного веса и от изгиба ветром. Однако, максимальное напряжение 1,8336 МПа достаточно далеко до опасного уровня (>4 МПа).

С наветренной стороны напряжения ниже («0,18685–0,80742–1,2485» МПа). Тем не менее, они остаются сжимающими даже при вертикальной разгрузке стены ураганным ветром. Кирпичная кладка не попадает под действие растяжения и не растрескивается.

Заполнитель имеет меньший модуль упругости, чем кирпичные оболочки НКО и ВКО (3 и 4 ГПа соответственно). Поэтому он сжат слабее (рис. 8, *в* – маркер «0,92291») кладок (парные маркеры 1,1573 МПа и 1,2941 МПа). Здесь для заполнителя вновь про-являет себя *норма* 75 %.

На картине  $\sigma_e$  вырез сделан (рис. 8, *в*) над ИСО на уровне стабильного н. д. с. Здесь на подветренной стороне наблюдаются напряжения 1,3005–1,2941–1,3047 МПа. Ниже, на ИСО происходит концентрация напряжений: 1,8438–1,4245–1,8577 МПа. Коэффициент концентрации напряжений остается, однако, умеренным  $k_{joint}^{2sw} = 1,31$  (и близким к аналогичному коэффициенту для нагрузки от веса  $k_{joint}^{1s} = 1,37$ ).

Коэффициент концентрации напряжений в углах ИСО можно оценить по триаде маркеров 1,8438–1,4245–1,8577 МПа. Он составляет  $k_{corner}^{2sw} \cong 1,3$  (в предыдущем варианте нагружения  $k_{corner}^{1s} \cong 1,2$ ). Прочность углов башни на сжатие обеспечена.

Рис. 8, *в* иллюстрирует также некоторую разгрузку наветренной стороны башни (пары маркеров 0,88123–1,3005 МПа, например). Изгиб башни слабо затрагивает нижнюю, узкую часть ВКО. Здесь напряжения мало изменяются по профилю (1,0174–1,1573 МПа). Внутренняя кирпичная кладка и заполнитель не являются критическими объектами в башне.

Статические испытания для фрикционной задачи. Стык между стволом башни и основанием (ИСО) был смоделирован также и как фрикционный контакт с коэффициентом трения  $\mu = 0, 2$ . Проводилось ступенчатое нагружение по всем вариантам воздействия. Установлено, что вес башни, особенно ее массивная секция I, эффективно удерживают ИСО от раскрытия и проскальзывания. Н. д. с. башни с расслоениями по ИСО почти неотличимо от н. д. с. башни, где сохранилось сцепление ствола и основания.

Это видно из рис. 9, где даны картины минимального главного напряжения  $\sigma_3$  для трех ведущих вариантов нагружения. Они полностью соответствуют всем предыдущим распределениям. На рис. 9, *а* присутствует одноосное сжатие стержня. На рис. 9, *б*, *в* к нему добавляется классический изгиб балки.



Рис. 9. Картины минимального главного напряжения  $\sigma_3~({\rm M\Pi a})$  с подветренной стороны

(×150): a – вертикальная сила тяжести (selfW);  $\delta$  – уклон башни в 1,5° (selfW+lean1.5); e – ветровое давление  $p_W = 600Pa$  в сторону уклона (selfW+lean1.5+wind600); маркеры на верхушке – суммарные перемещения (мм)

Сопоставление вариантов нагружения на рис. 9, *a* и рис. 9, *в* показывает, что предельно неблагоприятное сочетание (*selfW* + *lean1.5* + *wind600*) дает возрастание сжатия у основания (маркер -2,5374 МПа) только в 1,86 раз по сравнению с базовым вариантом (*selfW*) нагружения собственным весом (маркер -1,3629 МПа). Это говорит о прочности башни.

Появление уклона в 1,5° (рис. 9,  $\delta$ ; *selfW*+*lean1.5*) создает картину  $\sigma_3$ , весьма близкую к худшему случаю на рис. 9,  $\varepsilon$  (маркеры –2,0028 и –2,5374 МПа). Следовательно, изгиб башни от уклона (продольный изгиб) играет большую роль, чем поперечный изгиб от ветровой нагрузки.

Таблица 2. Показатели н. д. с. башни для 4-х вариантов нагружения:  $U_{top}^{wind}$  – перемещение верхушки по ветру-уклону;  $p_{corn}^{lee}$  – контактное давление в углу ИСО (на НКО) с подветренной стороны;  $p_{corn}^{wind}$  – такое же давление с наветренной стороны

Показатель	Вариант нагружения башни				
н. д. с.	selfW	selfW + wind600	selfW + lean 1.5	selfW + lean 1.5 + wind 600	
$U_{top}^{wind}$ ,mm	0	50,5	136,7	187,1	
p <sup>lee</sup> p <sub>corn</sub> ,MPa	1,47	1,757	2,27	2,51	
p <sup>wind</sup> , MPa	1,47	1,16	0,64	0,36	

На это указывают данные табл. 2. Только ветер отклоняет верхушку башни на 50,5 мм, а только уклон – на 136,7 мм. Поведение данной нелинейной МКЭ-модели близки к линейной. Сочетание ветра и уклона дает отклонение на 187,1 мм, что почти соответствует линейной комбинации. Причина заключается в том, что фрикционная пара на ИСО (рис. 10 a,  $\delta$ ) не раскрывается и почти не проскальзывает (кроме углов).



Рис. 10. Картины давлений (МПа) на фрикционном контакте ИСО для вариантов нагружения:  $a - \text{selfW} (\times 700); \delta - \text{selfW} + \text{lean1.5} + \text{wind600} (\times 200)$ 

Картины контактных давлений во фрикционной паре являются ожидаемыми. Сильнее всего нагружена НКО. ВКО нагружена точно также, но только для базового случая гравитации (рис. 10, *a*). Заполнитель сжат относительно кладки слабее, по описанной выше *норме* 75 %. Углы обоих кладок нагружены несколько сильнее середин сторон.

Появление изгиба башни из-за ветра-уклона (рис. 10, *б*) почти разгружает наветренную сторону (маркер 0,32644 МПа) и сжимает материал на подветренной стороне (маркер 2,2339 МПа). Сводка контактных давлений приведена в нижних строках табл. 2.

Нагружение башни по варианту (*selfW* + *lean1.5* + *wind600*) должно быть предельно допустимым на практике. При нарастании уклона и при более сильном ветре контактные давления на наветренной стороне (рис. 10,  $\delta$  – слева) станут нулевыми и контакт начнет раскрываться (дезинтеграция структуры).

Одновременно, на подветренной стороне (рис. 10,  $\delta$  – справа) контактные давления вплотную приблизятся к весьма примерному допустимому сжимающему напряжению в 4 МПа (табл. 1). Здесь может начаться выкрашивание. Итак, нагружение башни сверх варианта *selfW* + *lean1.5* + *wind600* нежелательно. Здесь находится граница стабильности структуры. Обсуждение. Материалы башни не проявляют при виртуальных испытаниях никаких конфликтов из-за различия в деформационном поведении. Не наблюдается выраженной несовместности деформирования. Между разными материалами, например, кирпичными оболочками и заполнителем не происходит концентрация напряжений. Башня является достаточно согласованной внутри себя композитной деталью.

Концентрация напряжений в башне не превышает полутора раз. С точки зрения современной практики несущих систем – это весьма скромный уровень. Он вполне допустим.

Облик башни подобен очертаниям современных колонн в крупногабаритных многоцелевых станках класса «Подвижная колонна» [8]. Для развития конструкций этих колонн давно назрел переход от чугунных отливок к композитным решениям, возможно, с участием полимербетона. Здесь башня может служить ценным образцом. Например, колонну станка можно выполнить из двух чугунных отливок (по аналогии с НКО и ВКО), вложенных друг в друга, с заполнением промежутка между отливками полимербетоном (для повышения жесткости и демпфирования резонансов).

### Выводы по напряженному состоянию башни:

1. Несущая система башни подвергается сжатию, близкому к одноосному. Уклон на 1,5° и совпадающий по направлению ветер не выводят наветренную сторону башни на растяжение. Это обеспечивает цельность исторических хрупких материалов башни.

2. Ключевым и самым напряженным регионом башни является область вокруг стыка ствола и основания (ИСО).

3. При всех вариантах статического нагружения в ИНС башни присутствуют умеренные концентраторы сжатия, но отсутствуют концентраторы растяжения.

4. Вероятными причинами выносливости башни в статическом аспекте являются:

А. Хорошее сцепление наружной и внутренней оболочки с промежуточным заполнителем в классическую трехслойную композиционную пластину.

Б. Увеличение толщины заполнителя к низу ствола в сочетании с некоторым увеличением сечения башни. Это делает рост сжатия в направлении вниз медленным (только до 1,45 раза в нижней трети ствола).

В. Представляется удачным сочетание модулей упругости кирпичных оболочек и заполнителя (4/3). В результате в каждом сечении НКО – заполнитель – ВКО напряжены сжатием в примерном соотношении 100 %–75 %–100 %. Это разумное распределение напряжений.

Г. Концентрация сжимающих напряжений в углах в стыках не превышает 1,3 раз по отношению к серединам сторон того же сечения.

Д. Концентрация сжимающих напряжений на переходах профиля башни (прежде всего на ИСО) является умеренной и не превышает 1,4 раз. Это вполне допустимо по условиям прочности кладки на сжатие.

5. Рассмотренное сочетание собственного веса, уклона и ветровой нагрузки (selfW + lean1.5 + wind600) не выводит башню на потерю равновесия даже в случае расслоения ИСО до состояния фрикционного контакта. Однако, сооружение оказывается на границе работоспособности: вертикальные сжимающие напряжения на наветренной стороне приближаются к нулю (опасность растрескивания), а на подветренной стороне они подходят к пределу прочности кладки на сжатие. Более сильное нагружение башни опасно.

6. Башня является гармоничным композитным решением, тяготеющим к идеальной равнопрочной балке. Башня может служить хорошим образцом при проектировании в машиностроении композитных колонн и стоек, имеющих ограничения по весу и поперечному сечению, но обеспечивающих несение сжимающих и изгибных нагрузок.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. ZIENKIEWICZ, O. C. and TAYLOR, R. L. (2000) The finite element method. Butterworth-Heinemann, vol. 1: Basis. Oxford.

2. Bergonzoni, F. (1989). Le Torri di Bologna: quando e perché sorsero, come vennero costruite, quante furono, chi le innalzó, come scomparvero, quali esistono ancora. Casalecchio di Reno: Grafis.

3. Natalia E. Lozano-Ramírez. Finite element modeling of existing masonry towers: The Asinelli tower. Thesis for: Dottore magistrale in Architettura costruzione città. Advisor: Stefano Invernizzi. POLITECNICO DI TORINO. Faculty of Architecture. Turin, Italy. 2015

4. Stefano Invernizzi, Giuseppe Lacidogna, Natalia E. Lozano-Ramírez, Alberto Carpinteri. Structural monitoring and assessment of an ancient masonry tower. Engineering Fracture Mechanics, 2019, vol. 210, pp. 429–443, ISSN 0013-7944, https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2018.05.011

5. Roca, P., Cervera, M., Gariup, G., & Pela', L. (2010). Structural analysis of masonry historical constructions. Classical and advanced Approaches. Archives of Computational Methods in Engineering, 17(3), 299–325. http://doi.org/10.1007/s11831-010-9046-1

6. Palermo, M., Silvestri, S., Gasparini, G., Baraccani, S., & Trombetti, T. (2015). An approach for the mechanical characterisation of the Asinelli Tower (Bologna) in presence of insufficient experimental data. Journal of Cultural Heritage. http://doi.org/10.1016/j.culher.2014.05.002

7. Stanislau Dounar, Alexandre Iakimovitch, Katsiaryna Mishchanka, Andrzej Jakubowski, and Leszek Chybowski. (2020) FEA Simulation of the Biomechanical Structure Overload in the University Campus Planting. Applied Bionics and Biomechanics, Volume 2020, Article ID 8845385. https://doi.org/10.1155/2020/8845385

8. Dounar, S., Iakimovitch, A. & Jakubowski, A. (2021) Finite element analysis of the dynamically created portal in the huge machine tool of "travelling column" type. Scientific Journals of the Maritime University of Szczecin, Zeszyty Naukowe Akademii Morskiej w Szczecinie, 2021, 65 (137) https://repository.am.szczecin.pl/handle/123456789/2658, https://doi.org/10.17402/458

Поступила 18.05.2022

#### УДК 621.9.011:517.962.1

## Довнар С. С.<sup>1</sup>, Якимович А. М.<sup>1</sup>, Яцкевич О. К.<sup>1</sup>, Федорец А. В.<sup>2</sup>, Резник С. В.<sup>3</sup> МКЭ-АУДИТ НАГРУЖЕНИЙ НЕСУЩЕЙ СИСТЕМЫ ТЯЖЕЛОГО ПЕЛЛЕТНОГО ПРЕСС-АВТОМАТА

 Белорусский национальный технический университет Минск, Беларусь
ОАО «МЗОР», Минск, Беларусь
ОАО «СТАНКОГОМЕЛЬ», Гомель, Беларусь

Проведен упруго-пластический МКЭ-анализ пресса для компактирования крупных пеллет. Смоделированы ситуации от номинального нагружения (1,6 МН) до 10-кратной перегрузки. Рассмотрены литой и сварной варианты исполнения корпуса и коленвала.

Выявлена сбалансированность несущей системы. Отсутствуют крупные концентраторы напряжений. Самой податливой деталью является коленвал. В упругой области пресс выдерживает 3-кратную перегрузку. При большем распоре на буртиках коленвала ожидается локальное автофретирование. Пресс способен перенести 6-кратную перегрузку. При более сильном распоре оголовок шатуна выступает в роли предохраняющего пластического шарнира.

Обсуждены эффекты много- и малоцикловой усталости. Рекомендуются кольцевое упрочнение буртиков коленвала и редизайн оголовка шатуна.