8. James, R. D. Large field-induced strains in ferromagnetic shape memory materials / R. D. James, R. Tickle, M. Wuttig // Mater. Sci. Eng. – 1999. – V. A273–275. – P. 320–325.
9. Tickle, R. Ferromagnetic shape memory in the NiMnGa system / R. Tickle, R. D. James, T. Shield, M. Wuttig, V. V. Kokorin // IEEE Trans.Magn. – 1999. – V. 35. – P. 4301–4310.
10. O'Handley, R. C. Phenomenology of giant magnetic-field induced strain in ferromagnetic shape-memory materials / R. C. O'Handley, S. J. Murrey, M.
11. Murrey, S. J. 6% magnetic-field-induced strain by twin-boundary motion in ferromagnetic Ni-Mn-Ga / S. J. Murrey, M. Marioni, S M. Allen, R. C. O'Handley // Appl. Phys. Lett. – 2000. – V. 77. – P. 886–888.
12. Saren, A. Dynamic twinning stress and viscous-like damping of twin boundary motion in magnetic shape memory alloy Ni-Mn-Ga / A. Saren, K. Ullakko // Scripta Materialia. – 2017. – V. 139. – P. 126–129.
13. Остриков, В. О. Статика и динамика границы раздела аустенит / мартенсит в нагруженном призматическом монокристалле с эффектом памяти формы, находящемся в жесткой заделке / В. О. Остриков, О. М. Остриков // Машиностроение. – Минск: БНТУ, 2021. Вып. 33. – С. 139–147.
14. Straka, L. Temperature dependence of twinning stress of Type I and Type II twins in 10M modulated Ni–Mn–Ga martensite / L. Straka, A. Soroka, H. Seiner, H. Hänninen, A. Sozinov // Scripta Materialia. – 2012. – V. 67. – P. 25–28.
15. Остриков, О. М. Физическая модель движения границы остаточного двойника / О. М. Остриков // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия С. Фундаментальные науки. Физика. – 2016. – № 4. – С. 103–107.
16. Воднев, В. Т. Основные математические формулы: Справочник / В. Т. Воднев, А. Ф. Наумович, Н. Ф. Наумович. – Мн.: Выш. шк., 1988. – 269 с.
17. Зайцев, В. Ф. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / В. Ф. Зайцев, А. Д. Полянин. – М.: Физматлит, 2001. – 576 с.

Поступила 15.07.2022

УДК 539.3

Василевич Ю. В.[1], Остриков В. О.[2], Остриков О. М.[2]

СТАТИКА И ДИНАМИКА ГРАНИЦ РАЗДЕЛА АУСТЕНИТ / МАРТЕНСИТ МАРТЕНСИТНОЙ ПРОСЛОЙКИ В НАГРУЖЕННОМ ПРИЗМАТИЧЕСКОМ ФЕРРОМАГНИТНОМ МОНОКРИСТАЛЛЕ С ЭФФЕКТОМ ПАМЯТИ ФОРМЫ, НАХОДЯЩЕМСЯ В ЖЕСТКОЙ ЗАДЕЛКЕ

1. Белорусский национальный технический университет,
Минск, Беларусь
2. УО «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого»,
Гомель, Беларусь

Решена статическая и динамическая задача для находящегося в жесткой заделке нагруженного призматического монокристалла с памятью формы с находящейся в нем мартенситной прослойки. Показано, что в статическом равновесии мартенситной прослойки при данной схеме нагружения в плоскостях границ раздела аустенит / мартенсит действуют силы противоположного знака. При этом изменение ширины мартенситной прослойки линейно зависит от разности скоростей границ раздела.

Введение. В современном машиностроении широко используются материалы с эффектом памяти формы. Структура используемого материала существенно влияет на прочностные и деформационные характеристики в реализуемых изделиях при действии на них силовых нагрузок во время эксплуатации. Представляет научный и практический интерес исследование призматического монокристалла с эффектом запоминания формы с двумя границами раздела, между которыми находится мартенситная или аустенитная прослойка [1–5]. Объем данной прослойки определяет обратимые размеры материала и полностью зависит от положения границ раздела. Чем более подвижными являются границы раздела аустенит / мартенсит, тем легче ими управлять с помощью магнитного поля [6].

Цель работы – решение статической и динамической задач для границ мартенситной прослойки в призматическом нагруженном монокристалле, находящемся в жесткой заделке.

Постановка задачи. Монокристаллический призматический образец с мартенситной прослойкой, находящийся в жесткой заделке, в случае действующей на его незакрепленный торец силы $\vec{F}$, схематически изображен на рис. 1.

Пусть между границами раздела находится мартенситная прослойка длиной l_m (рис. 1), а меду торцами призматического монокристалла и мартенситной прослойкой – две аустенитные фазы каждая длиной l_{a1} и l_{a2} соответственно (рис. 1). Следует отметить, что при наличии в призматическом монокристаллическом образце двух границ раздела торцевые плоскости параллельны друг другу, в то время как в случае оной границы – не параллельны [6]. Таким образом, для решения технологических задач получения устройств на основе ферромагнитных монокристаллов с памятью формы для задания параллельности торцов призматического рабочего элемента из данного материала необходимо введение в него четного количества границ раздела аустенит / мартенсит.

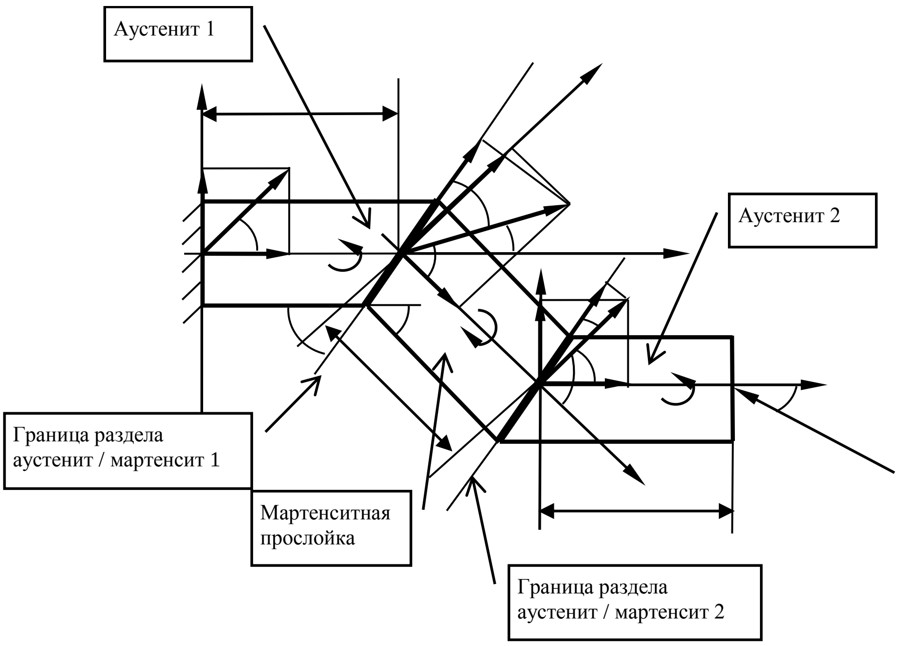

Рис. 1. Схематическое изображение находящегося в жесткой заделке нагруженного призматического монокристаллического образца с мартенситной прослойкой

В плоскости рис. 1 мартенситная прослойка повернута относительно аустенитных частей монокристалла на угол φ, а границы раздела аустенит / мартенсит по отношению к следам в рассматриваемой плоскости граней аустенитных частей призмы – под одинаковыми углами ψ. Примем $\psi \neq \varphi$, а случай $\psi = \varphi$ будем считать частным.

Реакцию заделки $\vec{R}_A$, также как и силы $\vec{F}_B$ и $\vec{F}_C$ в точках B и C (рис. 1), разложим на составляющие: $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, $\vec{X}'_B$ и $\vec{Y}'_B$, $\vec{X}_C$ и $\vec{Y}_C$, соответственно. Тогда справедливы следующие соотношения:

$$\vec{R}_A = X_A\vec{i} + Y_A\vec{j}\,;\; R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}\,;\; \mathrm{tg}\alpha = Y_A/R_A\,, \tag{1}$$

$$\vec{F}_B = X'_B\vec{i}\,' + Y'_B\vec{j}\,'\,;\; F_B = \sqrt{X_B'^2 + Y_B'^2}\,;\; \mathrm{tg}\beta = Y'_B/F_B\,, \tag{2}$$

$$\vec{F}_C = X_C\vec{i} + Y_C\vec{j}\,;\; F_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2}\,;\; \mathrm{tg}\theta = Y_C/F_C\,. \tag{3}$$

Величины сил $\vec{F}_{ext1}$ и $\vec{F}_{ext2}$, действующих в плоскостях границ раздела аустенит / мартенсит, могут быть найдены из соотношений:

$$F_{ext1} = F_B\cos\delta\,, \tag{4}$$

$$F_{ext2} = F_C\cos\chi\,, \tag{5}$$

где δ и χ – углы наклона сил $\vec{F}_B$ и $\vec{F}_C$ к соответствующим плоскостям границ раздела аустенит / мартенсит (рис. 1).

Пусть к оси CX сила $\vec{F}$ ориентирована под углом γ (рис. 1), который будем считать произвольным.

Примем допущение о невесомости рассматриваемого призматического образца.

Решение статической задачи.

1. Для аустенитной части призматического монокристалла с незакрепленным в жесткой заделке торцом, на который действует сила $\vec{F}$ (рис. 1), в статическом случае будем иметь

$$\vec{F}_C + \vec{F} = 0\,; \tag{6}$$

$$\sum_i F_{iCX} = X_C - F\cos\gamma = 0\,; \tag{7}$$

$$\sum_i F_{iCY} = Y_C + F\sin\gamma = 0\,; \tag{8}$$

$$\sum_i M_C(F_i) = Fl_{a2}\sin\gamma + M_C = 0\,. \tag{9}$$

Учитывая, что

$$X_C = F_C\cos\theta\,, \tag{10}$$

$$Y_C = F_C\sin\theta\,. \tag{11}$$

Из (7) и (8) получим

$$F_C\cos\theta = F\cos\gamma\,, \tag{12}$$

$$F_C\sin\theta = -F\sin\gamma\,. \tag{13}$$

Отсюда $\mathrm{tg}\theta = -\mathrm{tg}\gamma$, что выполняется, например, при $\theta = -\gamma$ [7]. Тогда

$$F_C = F\,. \tag{14}$$

Из (9) получаем

$$M_C = -Fl_{a2}\sin\gamma\,. \tag{15}$$

2. Для мартенситной прослойки для обеспечения статического равновесия должны выполняться условия:

$$\vec{F}_B + \vec{F}_C = 0\,; \tag{16}$$

$$\sum_i F_{iBX'} = F_B\cos\beta + F_C\cos\omega = 0\,; \tag{17}$$

$$\sum_i F_{iBY'} = F_B\sin\beta + F_C\sin\omega = 0\,; \tag{18}$$

$$\sum_i M_B(F_i) = F_C l_m\sin\omega - M_B + M_C = 0\,. \tag{19}$$

Здесь учтено, что

$$X'_B = F_B\cos\beta\,;\ Y'_B = F_B\sin\beta\,;\ X'_C = F_C\cdot\cos\omega\,;\ Y'_C = F_C\sin\omega\,. \qquad (20)$$

На рис. 1 $\vec{X}'_C$ и $\vec{Y}'_C$ не показаны для уменьшения его загромождения.

Не трудно показать, что условия (17) и (18) выполняются при $\beta=\omega$. При этом, принимая во внимание (14), получим

$$F_B = -F_C = -F\,. \qquad (21)$$

Из (19), с учетом (15) и (21), будем иметь

$$M_B = F\left(l_m\sin\omega - l_{a2}\sin\gamma\right). \qquad (22)$$

3. Для аустенитной части монокристалла с закрепленным в жесткой заделке торцом (рис. 1) при статическом равновесии справедливо

$$\vec{R}_A + \vec{F}_B = 0\,; \qquad (23)$$

$$\sum_i F_{iAX} = X_A + F_B\cos\vartheta = 0\,; \qquad (24)$$

$$\sum_i F_{iAY} = Y_A + F_B\sin\vartheta = 0\,; \qquad (25)$$

$$\sum_i M_A\left(F_i\right) = F_B l_{a1}\sin\vartheta + M_A - M_B + M_C = 0\,. \qquad (26)$$

Для уменьшения загромождения рис. 1 на нем векторы $\vec{X}_B$ и $\vec{Y}_B$ не показаны. При этом из (24), (25) и (26) с учетом (21) следует

$$X_A = -F_B\cos\vartheta = F\cos\vartheta\,; \qquad (27)$$

$$Y_A = -F_B\sin\vartheta = F\sin\vartheta\,; \qquad (28)$$

$$M_A = F\left(l_{a1}\sin\vartheta - 2l_{a2}\sin\gamma - l_m\sin\omega\right). \tag{29}$$

Принимая во внимание (14) и (21) соотношения (4) и (5) можно представить в виде

$$F_{ext1} = -F\cos\delta, \tag{30}$$

$$F_{ext2} = F\cos\chi. \tag{31}$$

Динамика границ раздела. Решение динамической задачи будем вести на базе приведенного в [6] уравнения движения единичной границы раздела аустенит / мартенсит:

$$\frac{\rho A_0}{k_0}\left(\frac{dL}{dt}\right)^2 + \frac{m_0 + \rho A_0\left(L - L_0\right)}{k_0}\frac{d^2L}{dt^2} = F_{ext}, \tag{32}$$

здесь ρ – объемная массовая плотность материала;

A_0 – площадь поперечного сечения образца;

k_0 – коэффициент, связывающий скорость движения границы раздела аустенит / мартенсит (V_b) со скоростью плоскопараллельного перемещения мартенситной части монокристалла (V_m), причем $k_0 = V_b / V_m = \cos\psi + \sin\psi / \tan\phi$ [6];

m_0 – начальная масса мартенситной части образца;

L_0 – начальное положение границы раздела аустенит / мартенсит;

L – текущее положение границы на оси AX, либо CX;

t – время;

F_{ext} – сила, действующая в плоскости границы раздела (в нашем случае $L_0 = L_{0i}$, $L = L_i$, $F_{ext} = F_{exti}$, где i принимает значения 1 или 2).

Решение уравнения (32) имеет вид [8]:

$$L(t) = \frac{1}{a}\left(\frac{D_1 t - 1}{D_2} \pm \sqrt{aF_{ext}}\,t - b\right), \tag{33}$$

где

$$a = \frac{\rho A_0}{k_0},\ b = \frac{m_0}{k_0} - aL_0. \tag{34}$$

Скорость границы раздела аустенит / мартенсит может быть найдена дифференцированием (33) по времени:

$$\frac{dL(t)}{dt} = V_b = \frac{1}{a}\left(\frac{D_1}{D_2} \pm \sqrt{aF_{ext}}\right). \quad (35)$$

Константы D_1 и D_2 определяются по формулам

$$D_1 = \frac{\pm\sqrt{aF_{ext}} - aV_b}{aL_0 + b},\ D_2 = -\frac{1}{aL_0 + b}. \quad (36)$$

Подстановка (36) в (33) дает

$$L(t) = V_b t + L_0. \quad (37)$$

Ширина мартенситной прослойки $l_m(t)$ в любой момент времени t определяется разностью

$$l_m(t) = L_2(t) - L_1(t), \quad (38)$$

где

$$L_1(t) = V_{b1} t + L_{01}, \quad (39)$$

$$L_2(t) = V_{b2} t + L_{02}. \quad (40)$$

Здесь индексы 1 и 2 относятся к первой и второй границе мартенситной прослойки соответственно.

Выводы. Решена статическая и динамическая задача для находящегося в жесткой заделке нагруженного призматического монокристалла с памятью формы с находящейся в нем мартенситной прослойки. Показано, что в статическом равновесии мартенситной прослойки при данной схеме нагружения в плоскостях границ раздела аустенит / мартенсит действуют силы противоположного знака. При этом изменение ширины мартенситной прослойки линейно зависит от разности скоростей границ раздела.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ullakko, K. Magnetically controlled shape memory alloys: a new class of actuator materials / K. Ullakko // J. Mater. Eng. Perform. – 1996. – V. 5. – P. 405–409.

2. James, R. D. Large field-induced strains in ferromagnetic shape memory materials / R. D. James, R. Tickle, M. Wuttig // Mater. Sci. Eng. – 1999. – V. A273–275. – P. 320–325.

3. Tickle, R. Ferromagnetic shape memory in the NiMnGa system / R. Tickle, R. D. James, T. Shield, M. Wuttig, V. V. Kokorin // IEEE Trans.Magn. – 1999. – V. 35. – P. 4301–4310.

4. O’Handley, R. C. Phenomenology of giant magnetic-field induced strain in ferromagnetic shape-memory materials / R. C. O’Handley, S. J. Murrey, M. Marioni, H. Nembach, S. M. Allen // J. Appl. Phys. 2000. – V. 87. – P. 4712–4717.
5. Murrey, S. J. 6% magnetic-field-induced strain by twin-boundary motion in ferromagnetic Ni-Mn-Ga / S. J. Murrey, M. Marioni, S M. Allen, R. C. O’Handley // Appl. Phys. Lett. – 2000. – V. 77. – P. 886–888.
6. Saren, A. Dynamic twinning stress and viscous-like damping of twin boundary motion in magnetic shape memory alloy Ni-Mn-Ga / A. Saren, K. Ullakko // Scripta Materialia. – 2017. – V. 139. – P. 126–129.
7. Воднев, В. Т. Основные математические формулы: Справочник / В. Т. Воднев, А. Ф. Наумович, Н. Ф. Наумович. – Мн.: Выш. шк., 1988. – 269 с.
8. Зайцев, В. Ф. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / В. Ф. Зайцев, А. Д. Полянин. – М.: Физматлит, 2001. – 576 с.
Поступила 15.07.2022

УДК 539.3

Василевич Ю. В.[1], Остриков О. М.[2]

РОЛЬ СИЛ НЕУПРУГОЙ ПРИРОДЫ В ФОРМИРОВАНИИ ОСТАТОЧНЫХ КРАЕВЫХ НАНОДВОЙНИКОВ КЛИНОВИДНОЙ ФОРМЫ

1. Белорусский национальный технический университет,
Минск, Беларусь
2. УО «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого»,
Гомель, Беларусь

Получено условие равновесия краевого нанодвойника при наличии сил неупругой природы. Показано, что для обеспечения возможности существования остаточного нанодвойника в деформированном твердом теле необходимо наличие сил внутреннего трения.

Введение. Исследование механического двойникования материалов, используемых в машиностроении, теплоэнергетике и др. отраслях промышленности обусловлено потребностью инженерной практики и необходимостью моделирования процессов разрушения в области механики деформируемого твердого тела. Связано это с тем, что высокие скорости развития двойниковых прослоек и связанные с этим динамические эффекты способствуют большой концентрации напряжений на границах двойников и в их вершинах, которые необходимо учитывать при прогнозировании полей напряжений для обеспечения прочности деталей, особенно в ответственных узлах механических систем.

В отличие от упругих двойников, остаточные механические двойники не исчезают после снятия деформирующей нагрузки на кристалл [1–6]. Основной вклад в практически нулевую подвижность границ остаточных двойников преимущественно обеспечивается полными дислокациями, возникающими у границ раздела двойник – материнский кристалл в результате релаксации напряжений, обусловленных не только внешней нагрузкой, но и двойниковыми границами, являющимися концентраторами больших внутренних напряжений [7; 8]. Полные дислокации являются главной составляющей в природе неупругих сил, препятствующих перемещению двойникующих дислокаций [8]. Представляет научный интерес разработка методики количественной оценки роли сил неупругой природы, обеспечивающих фиксацию двойниковых границ после снятия нагрузки, деформировавшей кристалл.