

2. Оценка риска воздействия на здоровье населения химических веществ, загрязняющих воздух жилой среды / Ю.Д. Губернский, С.М. Новиков, Н.В. Калинина, А.В. Мацюк // Гигиена и санитария, №6, 2002. – С. 27-30.
3. Карасева, Н.И. Об установлении источника загрязнения атмосферного воздуха некоторых жилых районов г. Рязани / Н.И. Карасева, А.Д. Шевякова / Материалы II Всеросс. конф. с междунар. участием студентов и молодых ученых, посв. 125-летию со дня рождения чл.-корр. АМН СССР проф. Ф.М. Лазаренко. – Оренбург, 2013. – С.81-82.
4. О результатах лабораторных исследований качества воздуха закрытых помещений по обращениям граждан / Н.И. Карасева, Т.И. Кузнецова., Е.Д. Лобанова, О.А. Кузнецова // Материалы Междунар. научн.-практич. конф. «Актуальные исследования в области безопасности жизнедеятельности». – Ярославль, 2015. – С.113-114.
5. Дмитриева М.Н. Описательная статистика в MS EXCEL / Материалы межрегиональной научной конференции с международным участием Рязанского государственного медицинского университета им. акад. И.П. Павлова. Под общей редакцией В.А. Кирюшина, 2014. - С. 362-365.

УДК 539.3

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ НЕРАВНОМЕРНО НАГРЕТОГО ТРЕХСЛОЙНОГО ШАРА В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ И ОБЛУЧЕНИЯ

Куликов Иван Семенович

*Профессор, доктор физико-математических наук
БНТУ (Белорусский национальный технический университет)
кафедра «Теоретическая механика и мехатроника»,
профессор*

Беларусь, г. Минск

Глембоцкий Артур Викторович

*БНТУ (Белорусский национальный технический университет),
старший преподаватель
Беларусь, Минск*

Аннотация: Разработаны механико-математическая модель и численный метод расчета поведения деформируемого твердого тела сферической формы при воздействии интенсивного облучения потоками частиц высокой энергии, неравномерных температурных полей и механических нагрузок. Разработанная модель и программа адаптированы для расчета напряженно-деформированного состояния (НДС) многослойных шаровых тепловыделяющих элементов (ТВЭЛов) с целью оценки их работоспособности.

Ключевые слова: напряжение; деформация; нагрузка; температура, сфера, облучение.

TRESS-STRAIN STATE OF THREE-LAYER UNEVENLY SARATOGA BALL UNDER CREEP AND IRRADIATION

Kulikov Ivan Semenovich

*Professor, doctor of physics and mathematics
BNTU (Belarusian national technical University)
chair «Theoretical mechanics and mechatronics», Professor
Belarus, Minsk*

Hlembotski Arthur V.

*BNTU (Belarusian national technical University),
senior lecturer
Belarus, Minsk*

Abstract: Mechanics-mathematics model has been developed for the calculation stress-strain condition in spherical solids. This model takes into account mechanical loads, temperature, radiations and creep. One can be used for calculations stress and strain in spherical fuel elements.

Key words: stress; strain; load; temperature; sphere; radiation; fuel element.

Многочисленные данные опытов показывают, что, существует четыре основные особенности физического и механического поведения твердых тел в условиях терморadiационного воздействия: изменение теплофизических характеристик и упругих постоянных, кратковременных и длительных механических свойств материалов и появление эффектов радиационного набухания и радиационной ползучести наряду с тепловой ползучестью (1-3).

Физические уравнения в этом случае принимают вид

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{E} \left[(1 + \nu) \sigma_{ij} - 3\nu \delta_{ij} \sigma \right] + \varepsilon_{ij}^H, \quad (1)$$

$\varepsilon_{ij}^{(H)} = \delta_{ij} \left(\varepsilon_{ij}^{(T)} + \varepsilon_{ij}^{(s)} \right) + \varepsilon_{ij}^{(p)} + \varepsilon_{ij}^{(c)}$, δ_{ij} — символ Кронекера,

E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона,

$\varepsilon_{ij}^{(T)}$ — деформация термического расширения, $\varepsilon_{ij}^{(c)}$ — деформация ползучести,

$\varepsilon_{ij}^{(s)}$ — деформация радиационного набухания,

$\varepsilon_{ij}^{(p)}$ — мгновенная пластическая деформация.

Все константы, зависящие в общем случае от температуры и облучения и входящие в выражения для термического расширения, радиационного набухания и ползучести, будем использовать как средние по области.

Геометрическая взаимосвязь между компонентами тензора ε_{ij} и вектора u_i определяется общими уравнениями соотношениями Коши.

Краевые условия деформирования, которые могут быть заданы на поверхности S в перемещениях и напряжениях, запишем как

$$u_i = u_{0i}(x_1, x_2, x_3);$$
$$\sigma_{ij} \cos(n\hat{x}_j) = P_i(t).$$

Здесь $\cos(n\hat{x}_j)$ — направляющие косинусы внешней нормали к поверхности S в рассматриваемой точке; $P_i(t)$ — составляющие вектора поверхностных нагрузок, приложенной к поверхности S ; n — единичный вектор внешней нормали к границе S .

Таким образом, с учетом уравнений равновесия (2), задача будет замкнутой, что позволяет определить распределение перемещений, напряжений и деформаций во всех точках заданной деформируемой среды с течением времени t .

Примем следующие основные допущения для решения поставленной задачи:

- 1) деформирование элементарного объема не приводит к выделению или поглощению тепла в нем (изменению температурных полей);
- 2) процесс нагружения (нагрев, облучение, механическое воздействие) происходит достаточно медленно, и инерционными эффектами можно пренебречь;
- 3) деформации и перемещения точек тела малы, и геометрия напряженного состояния мало отличается от геометрии исходного состояния, а граничные условия задаются на поверхности недеформированного тела;
- 4) деформации радиационной и термической ползучести не приводят к изменению объема тела;

5) предполагается, что напряжения не достигают предела текучести материала во время действия нагрузок (нагрев, облучение, механическое воздействие).

В случае определения НДС за пределами упругости также будем предполагать, что:

- деформируемое тело изотропно;
- девиатор тензора деформаций пропорционален девиатору тензора напряжений;
- для каждого материала между интенсивностью напряжений и интенсивностью деформаций существует определенная функциональная связь, не зависящая от вида НДС, т.е. принимается гипотеза о существовании единой кривой деформирования (с учетом несжимаемости материала эта связь за пределами упругости определяется диаграммой растяжения);
- законы ползучести, установленные на основе простейших испытаний в условиях радиационного облучения, как правило, одноосных, можно распространить на сложное напряженно-деформированное состояние.

Принятые допущения позволяют приступить к разработке соответствующей механико-математической модели для решения поставленной задачи, которая заключается в определении НДС. Данную краевую задачу будем решать в перемещениях для каждого момента времени, для которого известны законы распределения силовой нагрузки, температуры, радиационного распухания и ползучести

Выразив из физических уравнений напряжения через деформации и используя соотношения Коши (связь перемещений и деформаций), а затем подставив полученные выражения в уравнения равновесия, получим систему уравнений равновесия в перемещениях, аналогичных уравнениям Ламе в теории упругости для декартовых координат:

$$\left\{ \begin{array}{l} (\lambda + \mu) \frac{\partial \Theta}{\partial x_1} + \mu \nabla^2 u_1 - \lambda \frac{\partial \Theta^{(n)}}{\partial x_1} - 2\mu \left(\frac{\partial \varepsilon_{11}^{(n)}}{\partial x_1} + \frac{\partial \varepsilon_{12}^{(n)}}{\partial x_2} + \frac{\partial \varepsilon_{13}^{(n)}}{\partial x_3} \right) + F_1 = \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \\ (\lambda + \mu) \frac{\partial \Theta}{\partial x_2} + \mu \nabla^2 u_2 - \lambda \frac{\partial \Theta^{(n)}}{\partial x_2} - 2\mu \left(\frac{\partial \varepsilon_{12}^{(n)}}{\partial x_1} + \frac{\partial \varepsilon_{22}^{(n)}}{\partial x_2} + \frac{\partial \varepsilon_{23}^{(n)}}{\partial x_3} \right) + F_2 = \rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} \\ (\lambda + \mu) \frac{\partial \Theta}{\partial x_3} + \mu \nabla^2 u_3 - \lambda \frac{\partial \Theta^{(n)}}{\partial x_3} - 2\mu \left(\frac{\partial \varepsilon_{13}^{(n)}}{\partial x_1} + \frac{\partial \varepsilon_{23}^{(n)}}{\partial x_2} + \frac{\partial \varepsilon_{33}^{(n)}}{\partial x_3} \right) + F_3 = \rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} \end{array} \right. \quad (2)$$

где $i, j = 1, 2, 3$, $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2}$, $\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$, $\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}$,

$\Theta = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$, $\Theta^{(n)} = \varepsilon_{11}^{(n)} + \varepsilon_{22}^{(n)} + \varepsilon_{33}^{(n)}$, F_i — объемные силы,

ρ — плотность материала, в общем случае зависящая от температуры и облучения,

P_i — поверхностные силы, u_i — перемещения,

$\varepsilon_{ij}^{(n)} = \delta_{ij} (\varepsilon_{ij}^{(T)} + \varepsilon_{ij}^{(s)}) + \varepsilon_{ij}^{(p)} + \varepsilon_{ij}^{(c)}$, δ_{ij} — символ Кронекера, E — модуль Юнга, ν —

коэффициент Пуассона, t — время.

Переходя к сферической системе координат, получим

$$\left\{ \begin{array}{l} (\lambda + \mu) \frac{\partial \Theta}{\partial r} + \mu \left(\nabla^2 u_r + \frac{2}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{2u_r}{r^2} - \frac{2}{r} \Theta \right) - \lambda \frac{\partial \Theta^{(n)}}{\partial r} - 2\mu \left(\frac{\partial \varepsilon_{rr}^{(n)}}{\partial r} + \frac{\partial \varepsilon_{r\phi}^{(n)}}{\partial \phi} + \frac{\partial \varepsilon_{r\theta}^{(n)}}{\partial \theta} \right) + F_r = \rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} \\ (\lambda + \mu) \frac{\partial \Theta}{\partial \phi} + \mu \left(\nabla^2 u_\phi - \frac{u_\phi}{r^2 \sin^2(\phi)} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \phi} - \frac{2 \cos(\phi)}{r^2 \sin^2(\phi)} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right) - \lambda \frac{\partial \Theta^{(n)}}{\partial \phi} \\ - 2\mu \left(\frac{\partial \varepsilon_{r\phi}^{(n)}}{\partial r} + \frac{\partial \varepsilon_{\phi\phi}^{(n)}}{\partial \phi} + \frac{\partial \varepsilon_{\phi\theta}^{(n)}}{\partial \theta} \right) + F_\phi = \rho \frac{\partial^2 u_\phi}{\partial t^2} \\ (\lambda + \mu) \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} + \mu \left(\nabla^2 u_\theta - \frac{u_\theta}{r^2 \sin^2(\phi)} + \frac{2}{r^2 \sin(\phi)} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{2 \cos(\phi)}{r^2 \sin^2(\phi)} \frac{\partial u_\phi}{\partial \theta} \right) - \lambda \frac{\partial \Theta^{(n)}}{\partial \theta} \\ - 2\mu \left(\frac{\partial \varepsilon_{r\theta}^{(n)}}{\partial r} + \frac{\partial \varepsilon_{\phi\theta}^{(n)}}{\partial \phi} + \frac{\partial \varepsilon_{\theta\theta}^{(n)}}{\partial \theta} \right) + F_\theta = \rho \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial t^2} \end{array} \right. \quad (3)$$

Для каждого слоя $k = 1, 2, 3$ (1 — внешняя оболочка, 2 — промежуточный слой, 3 — тепловыделяющий слой)

$$\lambda^{(\kappa)} = \frac{v^{(\kappa)} E^{(\kappa)}}{(1+v^{(\kappa)})(1-2v^{(\kappa)})}, \quad \mu^{(\kappa)} = \frac{E^{(\kappa)}}{2(1+v^{(\kappa)})},$$

$$\Theta^{(\kappa)} = \varepsilon_{rr}^{(\kappa)} + \varepsilon_{\varphi\varphi}^{(\kappa)} + \varepsilon_{\theta\theta}^{(\kappa)} = \frac{\partial u_r^{(\kappa)}}{\partial r} + \frac{2u_r^{(\kappa)}}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi^{(\kappa)}}{\partial \varphi} + \frac{u_\varphi^{(\kappa)}}{r} \operatorname{ctg}(\varphi) + \frac{1}{r \sin(\varphi)} \frac{\partial u_\theta^{(\kappa)}}{\partial \theta},$$

$$\Theta^{(\kappa H)} = \varepsilon_{rr}^{(\kappa H)} + \varepsilon_{\varphi\varphi}^{(\kappa H)} + \varepsilon_{\theta\theta}^{(\kappa H)}, \quad \varepsilon_{rr}^{(\kappa H)} = \alpha^{(\kappa)} T^{(\kappa)}, \quad \varepsilon_{\varphi\varphi}^{(\kappa H)} = \alpha^{(\kappa)} T^{(\kappa)}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^{(\kappa H)} = \alpha^{(\kappa)} T^{(\kappa)},$$

$$\Delta = \nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin(\varphi)} \frac{\partial}{\partial \varphi} \sin(\varphi) \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{1}{r^2 \sin^2(\varphi)} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2(\varphi)} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \left(2 \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\operatorname{ctg}(\varphi)}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right).$$

Пренебрегая объемными силами, запишем систему уравнений (3) в более удобном для численного решения виде, который получается путем простой перегруппировкой слагаемых.

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u_r^{(\kappa)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r^{(\kappa)}}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2(\varphi)} \frac{\partial^2 u_r^{(\kappa)}}{\partial \theta^2} + F_1^{(\kappa)}(r, \varphi, \theta) = \rho \frac{\partial^2 u_r^{(\kappa)}}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 u_\varphi^{(\kappa)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_\varphi^{(\kappa)}}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2(\varphi)} \frac{\partial^2 u_\varphi^{(\kappa)}}{\partial \theta^2} + F_2^{(\kappa)}(r, \varphi, \theta) = \rho \frac{\partial^2 u_\varphi^{(\kappa)}}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 u_\theta^{(\kappa)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_\theta^{(\kappa)}}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2(\varphi)} \frac{\partial^2 u_\theta^{(\kappa)}}{\partial \theta^2} + F_3^{(\kappa)}(r, \varphi, \theta) = \rho \frac{\partial^2 u_\theta^{(\kappa)}}{\partial t^2} \end{cases} \quad (4)$$

где:

$$\begin{aligned} F_1^{(k)} &= \left(1 + \lambda^{(\kappa)} / \mu^{(\kappa)} \right) \left(\frac{\partial \Theta^{(\kappa)}}{\partial r} - \frac{\partial^2 u_r^{(\kappa)}}{\partial r^2} \right) + \frac{4}{r} \frac{\partial u_r^{(\kappa)}}{\partial r} + \frac{\operatorname{ctg}(\varphi)}{r^2} \frac{\partial u_r^{(\kappa)}}{\partial \varphi} - \frac{u_r^{(\kappa)}}{r^2} - \frac{2}{r} \Theta^{(\kappa)} - \lambda^{(\kappa)} / \mu^{(\kappa)} \frac{\partial \Theta^{(\kappa H)}}{\partial r} - \\ &- 2 \left(\frac{\partial \varepsilon_{rr}^{(\kappa H)}}{\partial r} + \frac{\partial \varepsilon_{r\varphi}^{(\kappa H)}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \varepsilon_{r\theta}^{(\kappa H)}}{\partial \theta} \right), \\ F_2^{(k)} &= \left(1 + \lambda^{(\kappa)} / \mu^{(\kappa)} \right) \left(\frac{\partial \Theta^{(\kappa)}}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 u_\varphi^{(\kappa)}}{\partial \varphi^2} \right) + \frac{2}{r} \frac{\partial u_\varphi^{(\kappa)}}{\partial r} + \frac{\operatorname{ctg}(\varphi)}{r^2} \frac{\partial u_\varphi^{(\kappa)}}{\partial \varphi} - \lambda^{(\kappa)} / \mu^{(\kappa)} \frac{\partial \Theta^{(\kappa H)}}{\partial r} - \\ &- 2 \left(\frac{\partial \varepsilon_{r\varphi}^{(\kappa H)}}{\partial r} + \frac{\partial \varepsilon_{\varphi\varphi}^{(\kappa H)}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \varepsilon_{\varphi\theta}^{(\kappa H)}}{\partial \theta} \right), \\ F_3^{(k)} &= \left(1 + \lambda^{(\kappa)} / \mu^{(\kappa)} \right) \left(\frac{\partial \Theta^{(\kappa)}}{\partial r} - \frac{1}{r \sin(\varphi)} \frac{\partial^2 u_\theta^{(\kappa)}}{\partial \theta^2} \right) + \frac{2}{r} \frac{\partial u_\theta^{(\kappa)}}{\partial r} + \end{aligned}$$

$$+ \frac{\operatorname{ctg}(\varphi)}{r^2} \frac{\partial u_\theta^{(\kappa)}}{\partial \varphi} - \frac{u_\theta^{(\kappa)}}{r^2 \sin^2(\varphi)} + \frac{2}{r^2 \sin(\varphi)} \frac{\partial u_r^{(\kappa)}}{\partial \varphi} - \frac{2 \cos(\varphi)}{r^2 \sin^2(\varphi)} \frac{\partial u_\varphi^{(\kappa)}}{\partial \theta} - \frac{\lambda^{(\kappa)}}{\mu^{(\kappa)}} \frac{\partial \Theta^{(\kappa H)}}{\partial r} - 2 \left(\frac{\partial \varepsilon_{r\theta}^{(\kappa H)}}{\partial r} + \frac{\partial \varepsilon_{\phi\theta}^{(\kappa H)}}{\partial \phi} + \frac{\partial \varepsilon_{\theta\theta}^{(\kappa H)}}{\partial \theta} \right).$$

Заменяя производные в уравнениях (4), получим разностную схему:

$$\begin{cases} \left(\Lambda_r^{(\kappa)} + \frac{1}{r_n^2} \Lambda_\phi^{(\kappa)} + \frac{1}{r_n^2 \sin^2(\varphi_m)} \Lambda_\theta^{(\kappa)} \right) u_r^{(\kappa)} + F_1^{(*\kappa)}(r_n, \varphi_m, \theta_s) = \rho \Lambda_t u_r^{(\kappa)} \\ \left(\Lambda_r^{(\kappa)} + \frac{1}{r_n^2} \Lambda_\phi^{(\kappa)} + \frac{1}{r_n^2 \sin^2(\varphi_m)} \Lambda_\theta^{(\kappa)} \right) u_\phi^{(\kappa)} + F_2^{(*\kappa)}(r_n, \varphi_m, \theta_s) = \rho \Lambda_t u_r^{(\kappa)} \\ \left(\Lambda_r^{(\kappa)} + \frac{1}{r_n^2} \Lambda_\phi^{(\kappa)} + \frac{1}{r_n^2 \sin^2(\varphi_m)} \Lambda_\theta^{(\kappa)} \right) u_\theta^{(\kappa)} + F_3^{(*\kappa)}(r_n, \varphi_m, \theta_s) = \rho \Lambda_t u_r^{(\kappa)} \end{cases} \quad (5)$$

Рассмотрим первое уравнение из системы (5). Запишем для многомерного уравнения схему с весами.

$$\sum_{\alpha=1}^3 \Lambda_\alpha \left[\sigma u_r^{(\kappa+1)} + (1-2\sigma) u_r^{(\kappa)} + \sigma u_r^{(\kappa-1)} \right] + F_1^{(*\kappa)}(r_n, \varphi_m, \theta_s) = \frac{1}{h_t^2} \left(u_r^{(\kappa+1)} - 2u_r^{(\kappa)} + u_r^{(\kappa-1)} \right).$$

Полученную схему можно переписать в виде

$$\left(E - \sigma h_t^2 \sum_{\alpha=1}^3 \Lambda_\alpha \right) u_r^{(\kappa+1)} = \left(2E + (1-2\sigma) h_t^2 \sum_{\alpha=1}^3 \Lambda_\alpha \right) u_r^{(\kappa)} - \left(E - \sigma h_t^2 \sum_{\alpha=1}^3 \Lambda_\alpha \right) u_r^{(\kappa-1)} + F_1^{(*\kappa)}(r_n, \varphi_m, \theta_s).$$

Построим экономичную факторизованную схему $\Lambda = \Lambda_r + \Lambda_\phi + \Lambda_\theta$,

$B = I + \beta h_t^2 \Lambda = I + \beta h_t^2 (\Lambda_r + \Lambda_\phi + \Lambda_\theta)$. Заменяем оператор B факторизованным

оператором $\bar{B} = (I + \beta h_t^2 \Lambda_r)(I + \beta h_t^2 \Lambda_\phi)(I + \beta h_t^2 \Lambda_\theta)$, где I — единичный

оператор. Полученная неявная схема будет устойчивой при значениях

параметра $\beta \geq \frac{1}{2} - \frac{1}{h_t^2 \|\Lambda\|}$.

Таким образом, получаем 3 системы уравнений:

$$\begin{cases} \left(I - \beta h_\tau^2 \Lambda_r^{(\kappa)} \right) u_r^{(n+1/3, \kappa)} = \overline{F}_1^{*\kappa} (r_n, \varphi_m, \theta_s) \\ \left(I - \beta h_\tau^2 \Lambda_r^{(\kappa)} \right) u_\phi^{(n+1/3, \kappa)} = \overline{F}_2^{*\kappa} (r_n, \varphi_m, \theta_s), \\ \left(I - \beta h_\tau^2 \Lambda_r^{(\kappa)} \right) u_\theta^{(n+1/3, \kappa)} = \overline{F}_3^{*\kappa} (r_n, \varphi_m, \theta_s) \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \left(I - \frac{\beta h_\tau^2 \Lambda_\phi^{(\kappa)}}{r_n^2} \right) u_r^{(n+2/3, \kappa)} = u_r^{(n+1/3, \kappa)} \\ \left(I - \frac{\beta h_\tau^2 \Lambda_\phi^{(\kappa)}}{r_n^2} \right) u_\phi^{(n+2/3, \kappa)} = u_\phi^{(n+1/3, \kappa)}, \\ \left(I - \frac{\beta h_\tau^2 \Lambda_\phi^{(\kappa)}}{r_n^2} \right) u_\theta^{(n+2/3, \kappa)} = u_\theta^{(n+1/3, \kappa)} \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \left(I - \frac{1}{r_n^2 \sin^2(\varphi_m)} \beta h_\tau^2 \Lambda_\theta^{(\kappa)} \right) u_r^{(n+1, \kappa)} = u_r^{(n+2/3, \kappa)} \\ \left(I - \frac{1}{r_n^2 \sin^2(\varphi_m)} \beta h_\tau^2 \Lambda_\theta^{(\kappa)} \right) u_\phi^{(n+1, \kappa)} = u_\phi^{(n+2/3, \kappa)}. \\ \left(I - \frac{1}{r_n^2 \sin^2(\varphi_m)} \beta h_\tau^2 \Lambda_\theta^{(\kappa)} \right) u_\theta^{(n+1, \kappa)} = u_\theta^{(n+2/3, \kappa)} \end{cases} \quad (8)$$

Системы уравнений должны быть дополнены соответствующими граничными условиями и условиями неразрывности перемещений и напряжений на границах слоев, записанными в конечных разностях. При этом условия для напряжений должны быть преобразованы в условия для перемещений через производные последних путем использования физических уравнений и соотношений Коши в сферических координатах.

Температурные поля в трехслойной сфере можно задать либо в виде некоторой функции, установленной эмпирическим путем, либо путем решения задачи теплопроводности для такой сферы с внутренними источниками тепловыделения. В последнем случае температурное поле описывается тремя уравнениями теплопроводности:

$$\begin{cases} \frac{\partial T^1}{\partial t} = \alpha_1 \Delta T^1 \\ \frac{\partial T^2}{\partial t} = \alpha_2 \Delta T^2 \\ \frac{\partial T^3}{\partial t} = \alpha_3 \Delta T^3 + q(r, \varphi, \theta) \end{cases}, \quad (9)$$

где: $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ — коэффициенты температуропроводности слоевых материалов, $q(r, \varphi, \theta)$ — объемное тепловыделение.

Полученную систему уравнений необходимо дополнить соответствующими начальными и краевыми условиями, а также условиями равенства температур и тепловых потоков на границах слоев. При решении системы уравнений (9) может быть также использована вышеописанная разностная схема.

Рассчитанное температурное поле в сферическом тепловыделяющем элементе в случае задания на поверхности температуры, равной предельной в стационарном режиме работы и неравномерного объемного тепловыделения, соответствующему начальному уровню выгорания ядерного топлива, когда температурные поля максимальные, представлено на рисунках 1, 2.

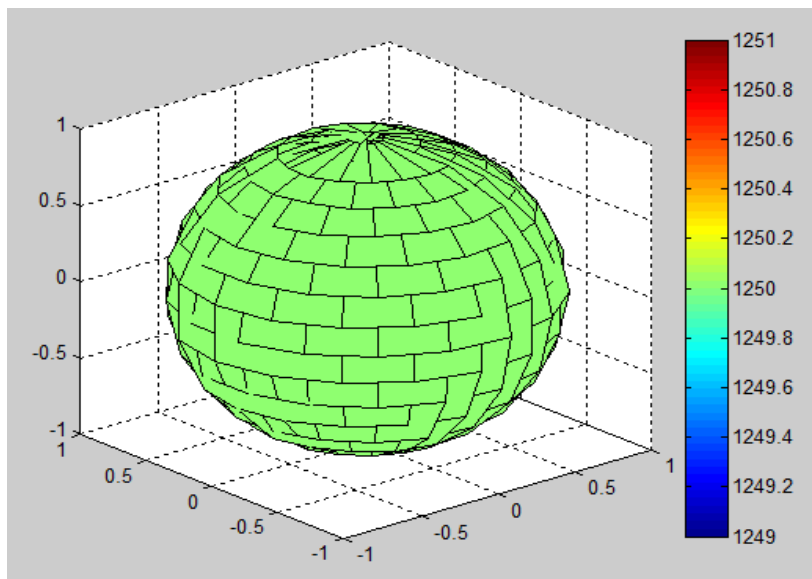


Рис. 1. Температура в поверхностном слое шара (1-й слой)

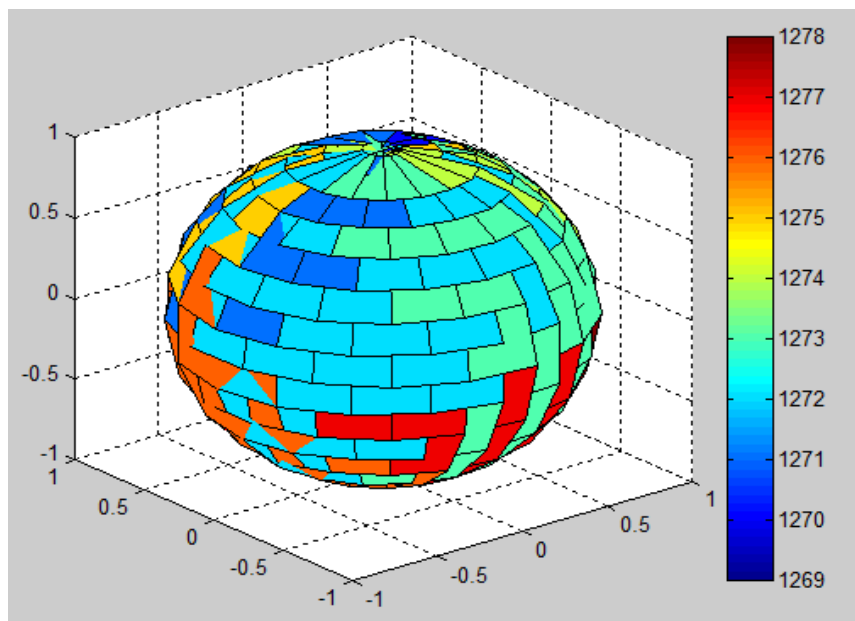


Рис. 2. Температура в центральном тепловыделяющем слое (3-й слой)

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Куликов И.С., Тверковкин Б.Е. Прочность тепловыделяющих элементов быстрых газоохлаждаемых реакторов. – Минск, Наука и техника, 1984. – 104 с.
2. Куликов И.С., Нестеренко В.Б., Тверковки Б.Е. Прочность элементов конструкций при облучении. – Минск, Навука і тэхніка, 1990. – 144 с.
3. Ширвель П.И., Чигарев А.В., Куликов И.С. Прочность неравномерно нагретых цилиндрических тел в условиях ползучести и радиационного облучения. – Минск, БНТУ, 2014. – 252 с.

УДК 621.7.047.7

ЭЛЕКТРОЛИТНО-ПЛАЗМЕННАЯ ОБРАБОТКА ЛАТУНИ

Куликов Иван Семенович
 Профессор, доктор физико-математических наук
 БНТУ (Белорусский национальный технический университет)
 кафедра «Теоретическая механика и мехатроника»,
 профессор
 Беларусь, г. Минск