

а)

б)

Рис.8. Углеродное покрытие на монокристалле кремния; x1500

К числу «уникальны», в особенности для нашего исследователя, принадлежит метод дифференциального интерференционного контраста. Методология данного метода применительно к металлографическому анализу в настоящее время еще только разрабатывается. Тем не менее, исследование отдельных объектов уже возможно (Рисунок 8). Так, поверхность (зону слоя) углеродного покрытия на монокристалле кремния 111 возможно рассматривать в естественном освещении. При использовании дифференциального интерференционного контраста детально видна морфология подслоной зоны.

Таким образом, современный исследователь в своей работе для получения адекватного результата должен использовать широкий спектр металлографических методик исследования.

УДК 539.374

Василевич Ю.В., Сахоненко В.М., Сахоненко С.В.

МОДЕЛЬ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПРЕПРЕГОВ В УСЛОВИЯХ РАВНОВЕСИЯ

*Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь*

Экспериментальные исследования напряженно-деформированного состояния элементов изделий, представляющих собой многослойную композицию тканого материала и полимерного связующего (препрег), показали [1,2], что при действии внешней нагрузки зависимость между напряжениями и деформациями описывается соотношениями:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= s_{11}\sigma_{11} + s_{12}\sigma_{22} + \gamma_{11}, \\ \varepsilon_{22} &= s_{21}\sigma_{11} + s_{22}\sigma_{22} + \gamma_{22}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}$ и σ_{11}, σ_{22} – относительные деформации семейств взаимно-перпендикулярных нитей и соответствующие напряжения; γ_{11}, γ_{22} – постоянные, определяемые экспериментально для исследуемого препрега; s_{ij} ($i, j = 1, 2$) – постоянные упругости композита.

Отметим, что зависимости (1) отличаются от уравнений обобщенного закона Гука введенными постоянными величинами.

Для стеклотканей гладкого переплетения (практически все стеклоткани технического назначения выполняются путем полотняного, сатинового и саржевого плетений) коэффициенты s_{12} и s_{21} можно положить равными нулю вследствие их малости по сравнению с s_{11} и s_{22} , тогда:

$$\varepsilon_{11} = \frac{\sigma_{11}}{E_{11}} + \gamma_{11}, \quad \varepsilon_{22} = \frac{\sigma_{22}}{E_{22}} + \gamma_{22}. \quad (2)$$

Формулы (2) достоверно описывают зависимости деформаций от напряжения для стеклоткани пропитанной связующим [2], находящимся в фазе жидкой субстанции. Для таких структур коэффициент трения между нитями в узлах переплетения достаточно мал. Этому способствует состояние незаполимеризованного связующего в ткани.

Процесс растяжения такого материала делится на две стадии. Первая стадия соответствует изгибу и растяжению, когда искривленная нить выпрямляется и одновременно растягивается, вторая стадия – растяжению выпрямленных нитей. Таким образом, для полосы ткани свойство ее неупругости на первой стадии растяжения объясняется изгибом нитей в процессе качества из-за их переплетения.

Для стеклотканей, применяемых в полимерных композициях, неупругая составляющая, которая характеризуется коэффициентами γ_{ii} ($i = 1, 2$), не превосходит 0,05, а упругая составляющая достигает максимального значения при разрыве нитей и равна примерно 0,02. Таким образом, пренебрежение неупругой составляющей в зависимостях (2) может привести к значительной погрешности в определении напряженно-деформированного состояния.

При рассмотрении механизма сжатия необходимо иметь представление о тканом наполнителе. Строение ткани определяется совокупностью различных факторов, в том числе геометрическими характеристиками взаимного расположения нитей основы и утка с перегибами друг на друга при переходе с одной стороны ткани на другую. При перегибах друг на друга, согласно закономерности переплетения, между натянутыми нитями основы и утка возникают силы взаимного давления. В результате этого возникают силы трения и сцепления между нитями, которые удерживают отдельные нити в ткани как в едином целом.

Наиболее важный тип нитей, пригодных для переработки в композиты – многоволоконные нити, экструдированные из прядильной головки с большим количеством отверстий. Нить, как правило, содержит около 1000 элементарных волокон. При определении параметров тканей необходимо принимать во внимание форму поперечного сечения нитей. Здесь название «нити» относится к отдельным волокнам, пучкам некрученных волокон, пучкам волокон с малой круткой и ровингам. В реальности поперечные сечения нитей имеют неправильную форму. На рис. 1, а) представлена фотография уточного сечения ткани Т-13, выполненной из слабо крученной стеклянной нити. На рис. 1, б) представлена фотография уточного сечения ткани ТР - 0,7 – 80, выполненной из ровинга.

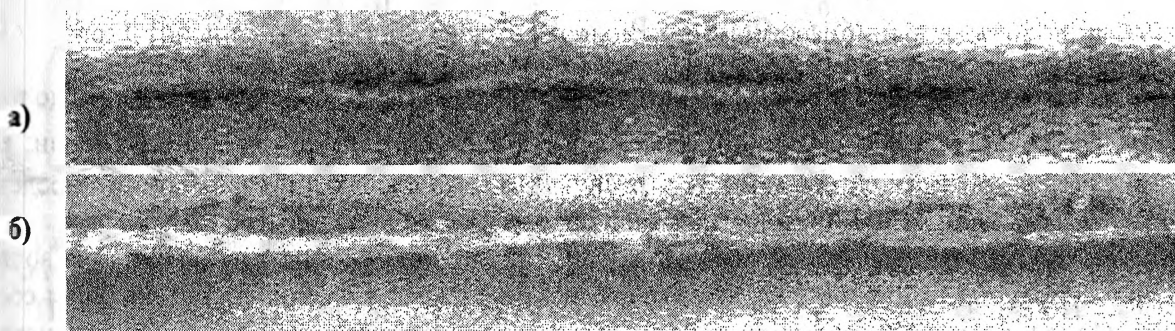


Рисунок 1- Поперечные сечения стеклотканей гладкого переплетения

Как видно из рисунков, поперечное сечение нити сильно расплющено и имеет форму бочочки. Степень сплющивания нитей в ткани зависит в основном от того, насколько свободно скрещенные волокна нитей могут скользить относительно друг друга. Скольжение

облегчено у нитей без крутки, у слабо крученных нитей и у ровингов и затруднено у нитей с высокой степенью крутки. Отметим, что сплющивание поперечного сечения нитей играет важную роль, определяя геометрию препрегов, выполненных на основе тканых материалов, и отражается на способности препрегов допускать сдвиговые деформации со смещением. В дальнейшем будем считать, что нити в тканях сплющены и имеют форму луночки.

Очевидно, что размеры луночки (высота и ширина) изменяются при сжатии. Высота увеличивается, а ширина уменьшается. Поэтому, когда происходит сжатие семейства нитей, то на первой стадии нити доуплотняются, если ткань «недоуплотнена», и этого не происходит при «нормальном уплотнении». Ширина ячейки при этом уменьшается даже при незначительной по величине сжимающей силе. Происходит неупругое сжатие. Вторая стадия сжатия семейства нитей утка сопровождается упругими деформациями. Это подтверждается проведенными экспериментами [2]. При этом установлено, что между деформациями и усилиями сжатия с достаточной степенью точности имеет место линейная зависимость [2]:

$$\varepsilon_{12} = \gamma_{12} + \frac{\sigma_{12}}{E_{12}}, \quad \varepsilon_{21} = \gamma_{21} + \frac{\sigma_{21}}{E_{21}}, \quad (2)$$

где $\varepsilon_{12}, \varepsilon_{21}$ и σ_{12}, σ_{21} – соответственно относительные деформации и напряжения семейств нити утка и основы при сжатии; E_{12}, E_{21} – модули упругости при сжатии семейств нитей утка и основы; γ_{12}, γ_{21} – неупругие составляющие при сжатии нитей утка и основы.

Силы, препятствующие сжатию семейства нитей, представляют собой силы трения в узлах переплетения семейств нитей. Причем, если эти силы трения достигают своего предельного значения, то происходит сдвиг нитей одного семейства относительно другого. Эти же силы трения приложены также и к другому семейству нитей по касательной к ним, но в противоположном направлении. Поэтому силы трения являются источником возникновения в последних растягивающих усилий. Если такое не происходит, то рассматриваемое сжатие является простым, приводящим к потере устойчивости армирующего материала и поэтому не представляет интереса для исследования. Как показано в работе [3], величины предельных сил трения $\tau_{12}^{пр}$ и $\tau_{21}^{пр}$ можно вычислять по формулам:

$$\begin{aligned} \tau_{12}^{пр} &= (k_{11}\sigma_{11} + k_{12}\sigma_{22}) \sin \alpha, \\ \tau_{21}^{пр} &= (k_{21}\sigma_{11} + k_{22}\sigma_{22}) \sin \alpha, \end{aligned} \quad (3)$$

где α – угол между нитями семейств в рассматриваемой точке; k_{ij} ($i, j = 1, 2$) – постоянные имеющие смысл коэффициентов внутреннего трения; σ_{11}, σ_{22} – нормальные напряжения семейств взаимно-перпендикулярных нитей. При этом минимальные значения напряжений растяжения σ_{11}^0 и σ_{22}^0 , при которых возможен сдвиг, определяются зависимостями:

$$\sigma_{11}^0 = \sigma_{10} + \frac{\mu_1}{k_{11}} p, \quad \sigma_{22}^0 = \sigma_{20} + \frac{\mu_2}{k_{22}} p. \quad (5)$$

Здесь σ_{10} и σ_{20} – напряжения растяжения семейств нитей, отнесенные к единице площади соответствующего сечения ткани, возникшие в процессе ткачества полотна ткани; p – давление сжатия препрега между слоями в рассматриваемой ткани. Эти равенства определяют также предсдвиговое состояние на периферийной границе области.

Отметим, что предположение о плоском напряженном состоянии препрегов позволяет рассматривать деформированное состояние только одного слоя ткани. В связи с этим соотношения (1)–(5) следует рассматривать как выражения основных закономерностей напряженно-деформированного состояния, описываемого рассматриваемой математической моделью препрегов.

Как было установлено ранее, связь между семействами нитей осуществляется посредством силы трения. На этом основании условия равновесия следует рассматривать для каж-

этого семейства нитей в отдельности, вырезая соответствующие элементы из каждого семейства нитей и заменяя разрезы усилиями с учетом наложения на них упомянутых сил трения. Кроме всего прочего, для простоты исследования будем рассматривать композиционные материалы как ортотропные структуры, которые представляют собой многослойные среды на основе тканей, имеющих упорядоченное расположение волокон. Все слои сориентированы в одном направлении. Эта система пропитана полимером, находящимся в жидком состоянии. Такие среды называются препрегами.

Рассмотрим задачу о проколе отверстия в препреге. Пусть в препрег внедрен стержень кругового сечения. Это означает, что нити, расположенные до прокола на параллельных прямых, искривляются и занимают вокруг прокалывающего стержня равновесное положение. Расположение крайних нитей показано на рис.2.

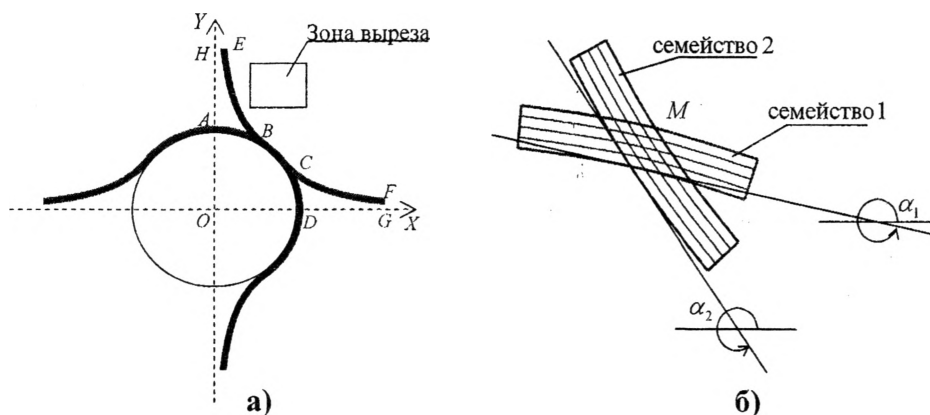


Рисунок 2 - Схема расположения нитей препрега в районе проколотого отверстия: крайние нити а) и нити из зоны выреза б)

Вырежем элемент препрега в виде одного слоя ткани (рис. 2, б) и рассмотрим его равновесие. Разобьем теперь вырезанный элемент условно на два, в каждом из которых содержится нити только одного семейства. Утраченные связи между нитями семейств заменим силами трения скольжения \bar{F}_{11} , \bar{F}_{12} , \bar{F}_{21} , \bar{F}_{22} (см. рис. 3).

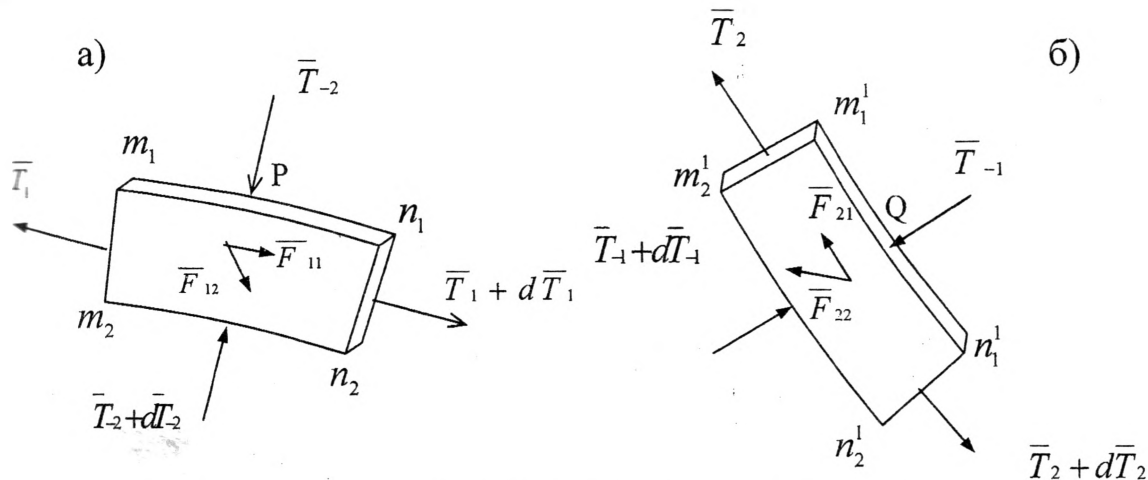


Рисунок 3 - Схема равновесия семейств нитей препрега: первого семейства нитей (нити основы) а) и второго семейства нитей (нити утка) б)

При этом основной признак установления направлений действия сил \bar{F}_{11} и \bar{F}_{21} заключается в том, чтобы направлять их по касательной к нити первого семейства и к нити второго семейства соответственно в сторону уменьшения величины напряжений σ_{11} и σ_{22} . То есть если рассматривать, например, нить первого семейства, то она будет находиться в обрамлении нитей второго семейства, которые в силу переплетения, создают для нее своеобразный канал. Только вдоль этого канала она и может двигаться, преодолевая силы

трения. Силы \bar{F}_{21} и \bar{F}_{22} имеют направления, противоположные направлениям сил \bar{F}_{12} и \bar{F}_{11} соответственно как силы, противодействующие друг другу.

Задача о проколе отверстия, выбранная для установления уравнений равновесия, не ограничивает применение этих уравнений. Они будут справедливы для любой плоской задачи о деформировании препрегов. Этот выбор обусловлен только наглядностью и удобством исследования. Однако, прежде чем перейти к уравнениям равновесия, вернемся к рассмотрению вырезанных элементов и определим, где они находились и какую имели форму до деформации. Если точки P и Q (рис.3), принадлежащие нитям m_1n_1 и $m_1^1n_1^1$ соответственно, после деформации совпадают и образуют точку пересечения M (рис.2), то до деформации они лежали на нитях, но не в точке пересечения. Точка пересечения до деформации этих нитей имеет координаты x, y , и она характеризует пересечение нити первого семейства с координатой y и нити второго семейства с координатой x . Нить m_2n_2 семейства «1» (рис.3) отстоит от нити m_1n_1 на расстоянии $(-dy)$, а нить $m_2^1n_2^1$ находится на расстоянии $(-dx)$ от нити $m_1^1n_1^1$. Знак минус означает отсчет расстояния от нитей в противоположном направлении по отношению к положительным направлениям осей координат Oxy . Таким образом, вырезанные элементы в исходном положении до деформации – это часть полосы шириной $(-dy)$ семейства нитей «1» и часть полосы шириной $(-dx)$ семейства нитей «2». В результате деформации ширина этих полос становится равной соответственно dR_1 и dR_2 , где R_1 и R_2 – радиусы кривизны нитей m_1n_1 и $m_1^1n_1^1$ в рассматриваемой точке M . Следовательно, на основании соотношений (3) между параметрами dx, dy, dR_1 и dR_2 можем установить следующие зависимости:

$$\begin{aligned} dR_1 &= -(1 - \gamma_{12} - \frac{\sigma_{12}}{E_{12}})dy, \\ dR_2 &= -(1 - \gamma_{21} - \frac{\sigma_{21}}{E_{21}})dx. \end{aligned} \tag{6}$$

Если величины $\gamma_{12}, \gamma_{21}, \frac{\sigma_{12}}{E_{12}}$ и $\frac{\sigma_{21}}{E_{21}}$ достаточно малы по сравнению с единицей, то в соотношениях (6) можно ими пренебречь. Как установлено [4], такое предположение справедливо для стеклотканей гладкого переплетения. Из зависимостей (6) получим:

$$R_1 = -y + y_1, \quad R_2 = -x + x_1, \tag{7}$$

где x_1 не зависит от переменных x, α_1 и α_2 , а y_1 не зависит от переменных y, α_1 и α_2 .

Определим положительное направление при обходе вдоль нитей каждого семейства $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow F$ – для семейства «1»; $E \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ – для семейства «2» (рис.2). Таким образом, если, например, мы двигаемся вдоль нити семейства «1» в положительном направлении и при этом угол α_1 уменьшается (т.е. $d\alpha_1 < 0$), то на этом участке нить вогнута (радиус кривизны имеет отрицательное значение). Необходимо отметить, что величины $d\alpha_1, d\alpha_2, dR_1$ и dR_2 достаточно малы и независимы между собой. Кроме того, согласно выбранным направлениям отсчета координат, имеем

$$dR_i > 0, \quad R_i \cdot d\alpha_i > 0, \quad i = \overline{1,2}.$$

Рассмотрим равновесие каждого семейства нитей в отдельности. Для этого приравняем нулю проекции сумм всех сил на касательные и нормальные направления к нитям соответствующих семейств в точке M . В результате получим

$$\begin{aligned}
dT_1 + F_{11} + F_{12} \cos \alpha &= 0, \\
dT_{-2} + T_1 d\alpha_1 - F_{12} \sin \alpha &= 0, \\
dT_2 - F_{21} - F_{22} \cos \alpha &= 0, \\
dT_{-1} + T_2 d\alpha_2 - F_{22} \sin \alpha &= 0,
\end{aligned} \tag{8}$$

где $\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$. Условия $d\alpha_1 < 0$ и $d\alpha_2 > 0$ справедливы для рассматриваемой зоны выреза. В других зонах знаки для $d\alpha_1$ и $d\alpha_2$ могут быть другими (всего существует четыре разных варианта комбинаций). Однако выбор знаков для $d\alpha_1$ и $d\alpha_2$ не влияет на вид уравнений (8).

Силловые факторы в равенствах (8) всегда положительны и зависят от соответствующих напряжений. Поэтому учитывая, что длины нитей $m_1 n_1$ и $m_1^1 n_1^1$ равны $R_1 d\alpha_1$ и $R_2 d\alpha_2$, а толщина ткани равна h_0 , равенства (8) преобразуем к виду

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial \alpha_1} + \frac{R_1}{h_0} \tau_{12}^{np} &= 0, \\
\frac{\partial \sigma_{22}}{\partial \alpha_2} - \frac{R_2}{h_0} \tau_{21}^{np} &= 0,
\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
h_0 \cdot \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial R_1} + \frac{h_0}{R_1} \sigma_{11} - \tau_{21} \cdot \sin \alpha &= 0, \\
h_0 \cdot \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial R_2} + \frac{h_0}{R_2} \sigma_{22} - \tau_{12} \cdot \sin \alpha &= 0.
\end{aligned} \tag{10}$$

Здесь при получении зависимостей (9) и (10) предполагалось предсдвиговое состояние трепрега. Это означает, что в зоне деформации должны выполняться зависимости

$$\begin{aligned}
\tau_{12} + \tau_{21} \cdot \cos \alpha &= \tau_{12}^{np}, \\
\tau_{21} + \tau_{12} \cdot \cos \alpha &= \tau_{21}^{np}.
\end{aligned} \tag{11}$$

Величины τ_{12}^{np} и τ_{21}^{np} определяются равенствами (4). Система уравнений (8) разделена на две системы (9) и (10). Решение системы уравнений (9) можно получить независимо от уравнений (10). Для этого подставим (4) в (9). Получим систему двух линейных однородных уравнений в частных производных относительно функций σ_{11} и σ_{22}

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial \alpha_1} + \frac{R_1}{h_0} (k_{11} \sigma_{11} + k_{12} \sigma_{22}) \sin \alpha &= 0, \\
\frac{\partial \sigma_{22}}{\partial \alpha_2} - \frac{R_2}{h_0} (k_{21} \sigma_{11} + k_{22} \sigma_{22}) \sin \alpha &= 0.
\end{aligned}$$

Частное решение этой системы представим в виде:

$$\sigma_{11} = c_1 e^{k \cos \alpha}, \quad \sigma_{22} = c_2 e^{k \cos \alpha},$$

где c_1 , c_2 и k не зависят от α_1 и α_2 .

Подставив значения σ_{11} и σ_{22} в систему уравнений, получим:

$$\begin{aligned}
c_1 \left(k - k_{11} \frac{R_1}{h_0} \right) - c_2 k_{12} \frac{R_1}{h_0} &= 0, \\
c_1 k_{21} \frac{R_2}{h_0} - c_2 \left(k - k_{22} \frac{R_2}{h_0} \right) &= 0.
\end{aligned}$$

Нетривиальное решение системы найдем, если определитель системы будет равен нулю, т.е. приходим к характеристическому уравнению для нахождения k :

$$k^2 - \left(\frac{k_{11}R_1}{h_0} + \frac{k_{22}R_2}{h_0} \right) k + \frac{(k_{11}k_{22} - k_{21}k_{12})}{h_0^2} R_1 R_2 = 0. \quad (12)$$

Для тканей гладкого переплетения следует положить $k_{11} = k_{22} = 0$ и тогда получим:

$$k = \pm \frac{\sqrt{k_{12}k_{21}R_1R_2}}{h_0} = \pm k_1.$$

Учитывая важность использования в инженерной практике стеклотканей гладкого переплетения, в дальнейшем, для удобства и простоты будем проводить исследования для указанных тканей. Общее решение системы (9) запишем в виде:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= A_1 Q_1 e^{k_1 \cos \alpha} + Q_2 e^{-k_1 \cos \alpha}, \\ \sigma_{22} &= Q_1 e^{k_1 \cos \alpha} - A_2 Q_2 e^{-k_1 \cos \alpha}, \end{aligned} \quad (13)$$

где Q_1 и Q_2 - произвольные функции, не зависящие от переменных α_1 и α_2 ,

$$A_1 = \sqrt{\frac{k_{12}R_1}{k_{21}R_2}} = \frac{1}{A_2}.$$

Для стеклотканей гладкого переплетения с учетом зависимостей (4) и (11) системы уравнений (10) примет вид:

$$\begin{aligned} h_0 \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial R_1} - \left(k_{21} - \frac{h_0}{R_1} \right) \sigma_{11} + k_{12} \sigma_{22} \cos \alpha &= 0, \\ h_0 \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial R_2} - \left(k_{12} - \frac{h_0}{R_2} \right) \sigma_{22} + k_{21} \sigma_{11} \cos \alpha &= 0. \end{aligned} \quad (14)$$

На основании выражений (13) и (14) следует, что:

$$\begin{aligned} h_0 \sigma_{12} &= e^{k_1 \cos \alpha} \sum_{n=0}^{\infty} F_n^1 \cos^n \alpha + e^{-k_1 \cos \alpha} \sum_{n=0}^{\infty} F_n^2 \cos^n \alpha + F, \\ h_0 \sigma_{21} &= e^{k_1 \cos \alpha} \sum_{n=0}^{\infty} G_n^1 \cos^n \alpha + e^{-k_1 \cos \alpha} \sum_{n=0}^{\infty} G_n^2 \cos^n \alpha + G. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь F_n^1 , F_n^2 , G_n^1 и G_n^2 - функции, не зависящие от переменных α_1 и α_2 ; функция F не зависит от переменной R_1 , а G - от переменной R_2 . Отметим, что F и G определяют общее решение системы дифференциальных уравнений (14), а остальные слагаемые в каждом выражении для напряжений σ_{12} и σ_{21} - частные решения. Величины F_n^1 , F_n^2 , G_n^1 , G_n^2 найдем из системы (14). При этом приравняем нулю выражения перед множителями $\exp(k_1 \cos \alpha)$ и $\exp(-k_1 \cos \alpha)$ в полученных равенствах после подстановки в систему (14) функций σ_{12} , σ_{21} и значений напряжений σ_{11} и σ_{22} в виде представлений (13). В результате таких преобразований получим следующие зависимости:

$$\begin{aligned}
\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\partial F_n^1}{\partial R_1} + p_1 \cos \alpha \cdot F_n^1 \right) \cos^n \alpha &= (a_1 A_1 - k_{12} \cos \alpha) Q_1, \\
\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\partial G_n^1}{\partial R_2} + p_2 \cos \alpha \cdot G_n^1 \right) \cos^n \alpha &= (a_2 - k_{21} A_1 \cos \alpha) Q_1, \\
\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\partial F_n^2}{\partial R_1} - p_1 \cos \alpha \cdot F_n^2 \right) \cos^n \alpha &= (a_1 + k_{12} A_2 \cos \alpha) Q_2, \\
\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\partial G_n^2}{\partial R_2} - p_2 \cos \alpha \cdot G_n^2 \right) \cos^n \alpha &= -(a_2 A_2 + k_{21} \cos \alpha) Q_2,
\end{aligned} \tag{16}$$

$$\text{где } p_1 = \frac{k_1}{2R_1}; \quad p_2 = \frac{k_1}{2R_2}; \quad a_1 = k_{21} - \frac{h_0}{R_1}; \quad a_2 = k_{12} - \frac{h_0}{R_2}.$$

Равенства (16) имеют место для любых значений α из области определения параметра, а это возможно только тогда, когда коэффициенты при любой степени $\cos \alpha$ в правых частях равенств равны коэффициентам при соответствующих степенях левых частей. В итоге получаем уравнения:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F_0^1}{\partial R_1} &= a_1 A_1 Q_1, & \frac{\partial F_1^1}{\partial R_1} + p_1 F_0^1 &= -k_{12} Q_1, \\
\frac{\partial G_0^1}{\partial R_2} &= a_2 Q_1, & \frac{\partial G_1^1}{\partial R_2} + p_2 G_0^1 &= -k_{21} A_1 Q_1, \\
\frac{\partial F_0^2}{\partial R_1} &= a_1 Q_2, & \frac{\partial F_1^2}{\partial R_1} - p_1 F_0^2 &= k_{12} A_2 Q_2, \\
\frac{\partial G_0^2}{\partial R_2} &= -a_2 A_2 Q_2, & \frac{\partial G_1^2}{\partial R_2} - p_2 G_0^2 &= -k_{21} Q_2, \\
\frac{\partial F_n^1}{\partial R_1} + p_1 F_{n-1}^1 &= 0, & \frac{\partial G_n^1}{\partial R_2} + p_2 G_{n-1}^1 &= 0, \\
\frac{\partial F_{2,n}^2}{\partial R_1} - p_1 F_{2,n-1}^2 &= 0, & \frac{\partial G_{2,n}^2}{\partial R_2} - p_2 G_{2,n-1}^2 &= 0, \\
n &= 2, 3, 4, \dots
\end{aligned}$$

Эти уравнения становятся легко разрешимыми, если будут найдены значения функций Q_1 и Q_2 , которые определяются при решении граничных задач в каждом конкретном случае. Выражения (15) являются быстро сходящимися рядами.

Проведенные исследования показали, что напряжения σ_{11} , σ_{12} , σ_{21} , σ_{22} зависят от переменных в виде обобщенных координат α_1 , α_2 , R_1 , R_2 . Однако на основании зависимостей (6) следует, что эти напряжения могут зависеть и от другой группы переменных: α_1 , α_2 , x , y . В этом случае x и y представляют собой координаты точек препрега до деформации, а обобщенные координаты α_1 и α_2 описывают положение точек препрега после деформации. Таким образом, в отличие от твердых упругих тел, значения напряжений и деформаций для препрегов выражаются одновременно как через координаты точек до деформации, так и через координаты точек после деформации.

Предложенная модель деформирования препрегов позволяет установить зависимость между деформацией и напряжениями сжатия и растяжения армирующего материала, а также зависимость между семействами нитей, которая устанавливается с учетом сил трения. Уравнения равновесия получены в предположении, что композиционные материалы представляют собой ортотропные структуры в виде многослойных сред на основе стеклотканей гладкого переплетения. Решение полученной системы уравнений зависит от двух произвольных функций, которые определяют при решении конкретных граничных задач

ЛИТЕРАТУРА

1. Kawabata, S., Proc. 14 th Text. Res. Symp. At Mt. Fuji, 1985, The Textile Machinery Society of Japan, Osaka, 1985, p.1. 2. Комков, М.А., Колганов, В.И., Колганов, А.В., Сахоненко, В.М., Сахоненко, С.В. Сдвиговые перемещения нитей в неотвержденных тканых композитах под действием внешних нагрузок. Вопросы оборонной техники. Серия 15. Композиционные неметаллические материалы в машиностроении. – М.: НТЦ «Информтехника». – Вып. 1(134)–2 (135), 2004 г, С.51-55. 3. Сахоненко, С.В. Процессы растяжения и сжатия в материале препрегов при проколе отверстий / БГУ – Минск, 2004 – Деп. в ГУ «БелИС». 10.03.2005 - №Д200576. 4. Колганов, В.И., Колганов, А.В., Сахоненко, В.М., Сахоненко, С.В. Моделирование процессов растяжения и сжатия в материале препрегов при выполнении отверстий. Вопросы оборонной техники. Серия 15. Композиционные неметаллические материалы в машиностроении. – М.: НТЦ «Информтехника». – Вып. 1(134)–2 (135), 2004 г, С.31-37

УДК 539.374

Василевич Ю.В., Сахоненко В.М., Сахоненко С.В.

КОНЕЧНАЯ ДЕФОРМАЦИЯ ПРЕПРЕГОВ В ДВУХ ИЗМЕРЕНИЯХ

*Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь*

Предметом исследований являются препреги, которые представляют собой многослойную композицию из тканого материала и полимерного связующего. При этом каждый слой состоит из двух взаимно-перпендикулярных и связанных между собой семейств нитей тканого материала. Связующее не отверждено и находится в состоянии наименьшей вязкости, например, в разогретом состоянии до температуры 80°C. Для того, чтобы перейти к дальнейшим исследованиям, сделаем допущение об абсолютной гибкости нитей в тканых препрегах [1-2]. Предполагаем плоское напряженное состояние в плоскости слоя ткани. Рассматривается напряженное состояние тех зон препрега, в которых под действием внешней нагрузки происходят сдвиговые деформации со смещением одного семейства нитей по отношению к другому. Эти области назовем зонами деформации.

Пусть в начальном или недеформированном состоянии семейства нитей препрега параллельны осям координат Ox , причем первое семейство нитей параллельно оси Ox , а второе – оси Oy . Для препрегов необходимо знать перемещения точек каждого семейства нитей, т.к. если взять какую-либо точку (x, y) препрега в исходном состоянии, то предполагаем, что она характеризует точку пересечения нити первого семейства с координатой y и нити второго семейства с координатой x . После деформации точки соприкосновения нитей разойдутся и будут находиться в одной плоскости, однако, в разных местах. Вычисления перемещений по заданным напряжениям необходимо проводить для нитей каждого семейства