УДК 621.311

ОПТИМАЛЬНАЯ НУМЕРАЦИЯ ВЕРШИН ГРАФА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ
THE MOST OPTIMAL ENUMERATION OF ELECTRIC NETWORK GRAPH'S APEXES

Г.Д. Козин
Научный руководитель – А.А. Волков, старший преподаватель
Белорусский национальный технический университет, г. МинскG.Kozin
Supervisor – A. Volkau, Senior Lecturer
Belarusian national technical university, Minsk

Аннотация: *в работе рассматриваются методы нумерации вершин графа, преимущества и недостатки этих методов, анализируется актуальность и целесообразность использования рассмотренных методов для небольших сетей и сетей сложной конфигурации.*

Abstract*: the article studies methods of graph's apexes enumeration, their advantages and disadvantages, analyzes the relevance and reasonability of using the examined methods for networks of minor or complex configuration.*

Ключевые слова*: нумерация, матрица, ленточная матрица, упорядочение, граф.*

Keywords*: enumeration, matrix, strip matrix, streamlining, graph.*

Введение

Предположим, что линейная система уравнений узловых напряжений (УУН) установившегося режима решается одним из методов исключения неизвестных (обычно методом Гаусса или его модификациями), причем нулевые элементы в памяти ЭВМ не хранятся и операции с ними не проводятся.

Исключение переменной (прямой ход в методе Гаусса) из УУН, эквивалентны тому, что на схеме электрической сети исключается соответствующий узел, а все узлы смежные исключаемому, оказываются связанными между собой. Таким образом, задача сводится к такой форме записи уравнений состояния, при которой ненулевые элементы матрицы узловых проводимостей будут сгруппированы таким образом, чтобы в ходе решения системы линейных уравнений методом Гаусса появилось как можно меньше новых ненулевых элементов. Такой эффект достигается, если матрица коэффициентов приведена к ленточной форме.

Основная часть

Матрицей в ленточной форме называют такую матрицу, у которой ненулевые элементы расположены в виде “ленты” вдоль главной диагонали матрицы (рисунок 1) [1].

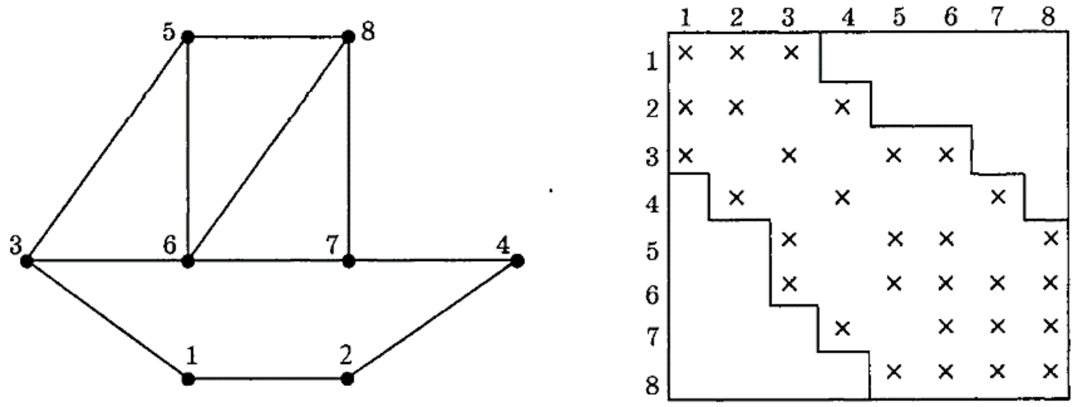


Рисунок 1 – Упорядочение нумерации графа электрической сети для получения ленточной матрицы узловых проводимостей (крестиками обозначены ненулевые элементы)

Для придания матрице ленточной форме используют следующий алгоритм:

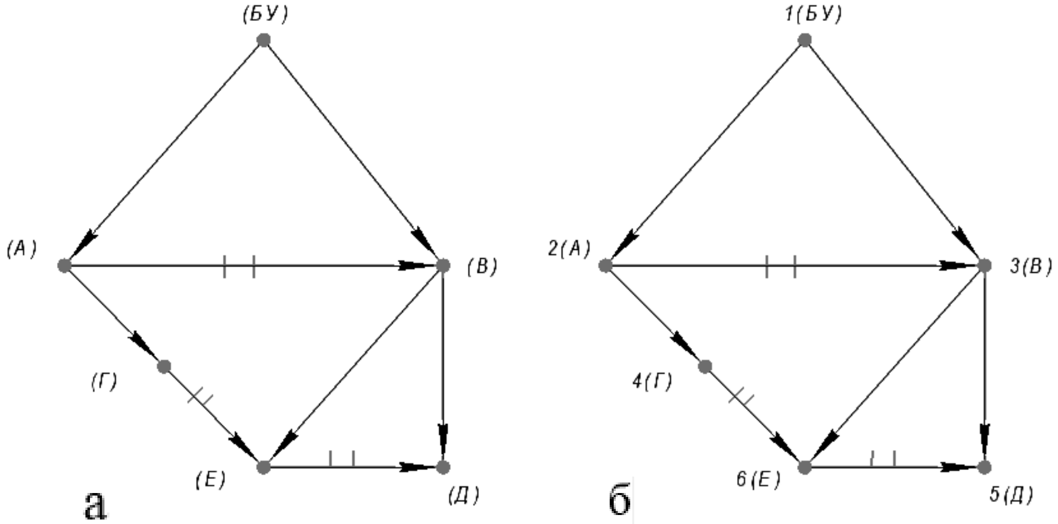
- выбирают узел, к которому подсоединено наименьшее число ветвей, и присваивают ему номер 1. Если таких узлов несколько, то выбираются любой из них;
- присваивают следующие номера узлам, смежные с первым(нумерация ведется в порядке возрастания их степеней);
- выполняем предыдущий шаг до тех пор, пока не будут пронумерованы все узлы.

Также данный процесс справедливо называют окаймлением диагонали. Для иллюстрации изложенного выше алгоритма рассмотрим граф, приведенный на рисунке 2 а.

Начинаем нумерацию от узла с наименьшим количеством присоединенных ветвей. В нашем случае это узлы БУ, Г и Д. Выберем БУ в качестве первого узла.

Далее, в соответствии с пунктом 2 нашего алгоритма, нумеруем узлы, смежные с узлом 1. Выполняем шаг 2 до тех пор, пока все не пронумеруем все узлы (рисунок 2 б).

Расположение ненулевых элементов матрицы Y_y определяется способом нумерации узлов электрической системы. Проиллюстрируем способ нумерации узлов на примере квадратной матрицы соединений узлов, которая состоит из нулей и единиц. Если узел j соединен с узлом i, то на пересечении строки и столбца соответствующих номерам узлов j и i стоит 1 (для учета слабой заполненности знак перед единицей значения не имеет). Таким образом, матрица соединений отличается от матрицы узловых проводимостей лишь тем, что все ненулевые элементы заменены единицами. В данной статье матрица соединений используется для отображения характера изменения матрицы узловых проводимостей при различных способах нумерации заданного графа.



$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

в

Рисунок 2 – Исходная схема(а), пронумерованный вариант(б) и матрица соединений, отображающая ленточный характер матрицы узловых проводимостей (в)

Одно из основных свойств данной факторизации заключается в том, что в процессе исключения не могут появиться ненулевые элементы вне полосы вокруг главной диагонали. Следовательно, необходимость запоминать элементы за пределами “ленты” отпадает, что позволяет уменьшить количество используемой оперативной памяти и повысить скорость расчетов. Тем не менее при этом необходимо запоминать все элементы внутри полосы, даже нулевые, поскольку существует вероятность, что в процессе исключения эти элементы станут ненулевыми. По этой причине, данный подход не использует полностью слабую заполненность структуры, за исключением случаев, когда ширина полосы сравнительно мала и исходное число нулевых элементов в полосе очень невелико.

Область применения методов окаймления диагонали ограничивается узко специальным классом задач и очень невелика. У этих методов, однако, есть ряд преимуществ. Во-первых, процесс исключения – систематический; во-вторых, требуемый объем памяти известен заранее по ширине диагональной полосы, и наконец, будучи методами предварительного упорядочения, они очень просто программируются. С другой стороны, у этих методов есть несколько существенных недостатков. Если при их оценке учесть затраты времени на факторизацию и численное решение, то они становятся неэффективными для сетевых задач общего вида.

Для сетевых задач общего вида с матрицей высокого порядка единственном приемлемыми представляются методы динамического упорядочения, особенно для задач все большей размерности и при необходимости решения нескольких однотипных задач, однако методы нелегко программировать, и их реализация на ЭВМ требует гораздо больше машинного времени, нежели реализация методов предварительного упорядочения.

Методы динамического упорядочения определяют последовательность исключения узлов в процессе самого исключения, основываясь на минимизации числа возникающих новых ветвей. Наиболее распространенным является метод минимального ранга.

Метод минимального ранга, или метод Марковича (здесь под рангом понимается число смежных узлов, или, что то же самое, число связей с другими узлами) [2]. Суть метода заключается в том, что на каждом шаге треугольного разложения в качестве ведущего выбирается узел, имеющий минимальное количество связей (минимальный ранг). При исключении узла i из графа ЭС ранги смежных к нему узлов должны корректироваться по формуле

$$r_k^{i+1} = r_k^i + \left(r_i^i - 1\right) - l_k - 1, \tag{1}$$

где r_i – ранг узла i; r_k^{i}, r_k^{i+1}- ранг узла k, смежного узлу i, до и после исключения i; l_k – число уже имеющихся связей между узлом k и смежными узлу i узлами. Следовательно, в этом случае на каждом шаге разложения матрицы должны пересчитываться ранги узлов и определяться элементы, имеющие минимальный ранг. Порядок исключения узлов становится известным полностью лишь по завершении треугольного разложения.

Метод минимального ранга минимизирует максимально возможное заполнение на шаге исключения. Применим данный метод для рассмотренного ранее графа (рисунок 3).

Для данной схемы, порядок исключения будет совпадать с порядком нумерации узлов графа.

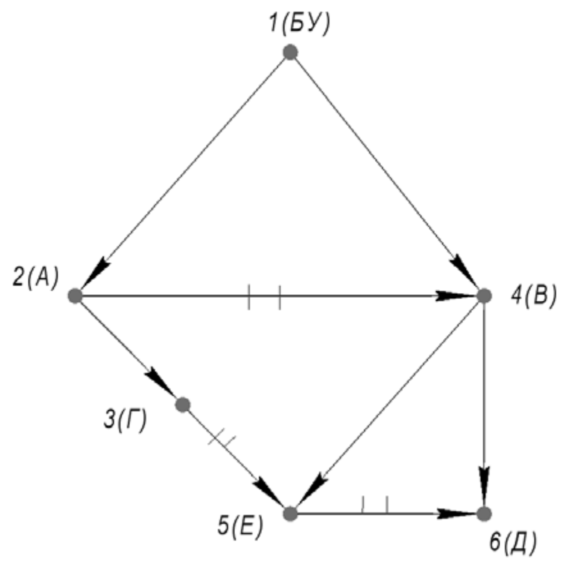


Рисунок 3 – Нумерация по методу минимального ранга

Заключение

Сопоставив результаты двух рассмотренных методов, можем сделать вывод, что для простых задач, содержащих всего несколько переменных, применение разных методов приводит лишь к несущественному различию. Действительно, для очень простых задач, имеющих, например, до 10-15 переменных, даже применение непосредственного обращения матрицы приводит лишь к небольшому увеличению времени расчета. Для задач, содержащих, например, 50 переменных и более, целесообразно не только выбрать наилучший метод нумерации, но и обратить внимание на структуру и эффективность программы в целом.

Для больших сетей произвольной конфигурации наилучшим решением представляется сочетание факторизации с простым динамическим методом упорядочения (метод Марковича).

Литература

1. Идельчик, В.И. Расчеты и оптимизация режимов электрических сетей и систем / В.И. Идельчик. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 288 с.

2. Вычислительные модели потокораспределения в электрических системах: монография / Б.И. Аюев, В.В Давыдов, П.М. Ерохин, В.Г. Неуймин; под ред. П.И. Бартоломея. – М.: Флинта : Наука, 2008. – 256 с.