УДК 621.311

ПРОВЕРКА ГРАФОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ НА СВЯЗНОСТЬ
CHECKING ELECTRIC NETWORK GRAPHS FOR CONNECTIVITY

И.Д. Винников
Научный руководитель – А.А. Волков, старший преподаватель
Белорусский национальный технический университет, г. Минск
I.Vinnikov
Supervisor – A. Volkau, Senior Lecturer
Belarusian national technical university, Minsk

Аннотация: *на основе литературныхисточников рассмотрены понятие графа, его проверка на связность, пример для моей схемы.*

Abstract: *on the basis of literary data the concept of a graph, its connectivity, an example for my scheme.*

Ключевые слова: *граф, проверка, теорема Менгера, ребро, вершина.*

Keywords: *graph, Mengers theorem, edge, vertex.*

Введение

Теория графов является в настоящий момент одним из наиболее динамично развивающихся разделов дискретной математики. Связано это прежде всего с активным ее применением в разнообразных практических приложениях, начиная с информатики и теоретической физики и заканчивая социологией и экономик. Хорошо известно, что ни один предмет невозможно всерьез освоить, не решив определенное количество задач. К теории графов это относится как ни к какой другой науке. Задачи, встречающиеся в этом разделе математики, как правило, достаточно нетривиальны. Кроме того, в теории графов зачастую отсутствует какой-либо набор стандартных приемов, с помощью которых можно решить любую задачу, часто для решения той или иной задачи необходимо придумать свой, довольно нестандартный подход, отличный от методов, использующихся при решении других задач [1].

Основная часть

Для того, чтобы говорить о графах, мы должны ввести само понятие графа:

Графом называется система объектов произвольной природы (вершин) и связок (ребер), соединяющих некоторые пары этих объектов.

Граф G (рисунок 1) состоит из конечного непустого множества V, содержащего p вершин, и заданного множества X, содержащего q неупорядоченных пар различных вершин из V. Каждую пару x={u,v} вершин в X называют ребром графа G, и говорят, что x соединяет u и v. Мы будем писать x=uv и говорить, что u и v – смежные вершины; вершина u и ребро x инцидентны, так же как v и x. Если два различных ребра x и y инциденты одной и той же вершине, то они называются смежными. Граф с p вершинами и q ребрами называется (p, q)- графом. (1, 0)- граф называется тривиальным.

Обычно граф представляется диаграммой, и ее-то часто называют графом. Таким образом, у графа G на рисунке 1 вершины u и v смежные, а вершины u и w нет. Ребра x и y смежные, а x и z нет.

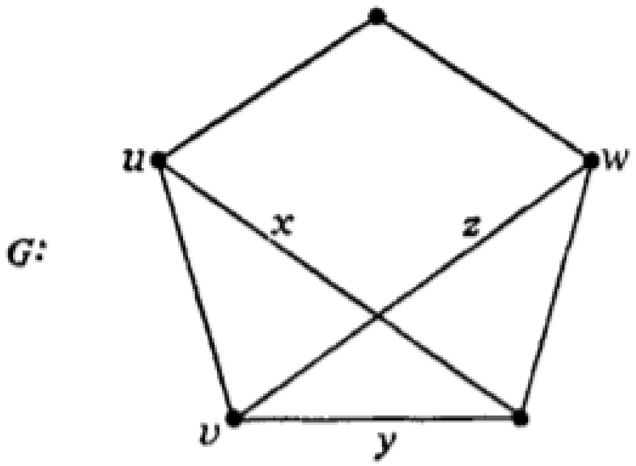

Рисунок 1 – Схема графа

Также, стоит отметить, что в графе не может быть петель, т.е. ребер, соединяющих вершины сами с собой.

Ориентированный граф, или орграф, D состоит из конечного непустого множества V вершин и заданного набора X упорядоченных пар различных вершин. Элементы из X называются ориентированными ребрами, или дугами. В орграфе нет петель. Направленный граф – это орграф, не имеющий симметричных пар ориентированных ребер.

Число ребер, инцидентных одной вершине называется локальной степенью или просто степенью графа [2].

Теперь поговорим о связности графов:

Связностью x=x(G) графа G называется наименьшее число вершин, удаление которых приводит к несвязному или тривиальному графу. Отсюда следует, что связность несвязного графа равна 0, а связность связного графа, имеющего точку сочленения, равна 1. Полный Граф (Kp) нельзя сделать несвязным, сколько бы вершин из него ни удалять, а тривиальный граф получается из Kp после удаления p-1 вершин. Поэтому x(Kp) = p-1. Иногда x называют вершинной связностью.

По такому принципу определяется реберная связность $\lambda=\lambda(G)$ графа G определяется как наименьшее количество ребер, удаление которых приводит к несвязному или тривиальному графу. Очевидно, что реберная связность несвязного графа равна 0, а реберная связность связного графа, имеющего мост (ребро, при удалении которого граф G становится несвязным), равна 1. Связность, реберная связность и наименьшая степень графа связаны неравенством, найденным Уитни [3].

Теорема 1. Для любого графа G

$$x(G)\leq\lambda(G)\leq\delta(G). \quad (1)$$

Задача определения наибольшей связности, возможной для графа с данным числом вершин и данным числом ребер, была поставлена Бержем и решена Харари.

Теорема 2. Среди всех графов с p вершинами, $\delta(G)\geq p/2$ и q ребрами наибольшая связность равна нулю если $q<P-1$, и равна $(2q/p)$, если $q\geq p-1$ [3].

Следствие 2. Наибольшая реберная связность (p, q)- графа равна его наибольшей связности.

В 1927 г. Менгер показал, что связность графа имеет отношение к числу непересекающихся простых цепей, соединяющих различные вершины графа. С тех пор появилось много вариантов и обобщений результата Менгера, носящих графический характер; рассмотрим некоторые из них.

Пусть u и v – две различные вершины связного графа G. Две простые цепи, соединяющие u и v, называются непересекающимися, если у них нет общих вершин, отличных от u и v и реберно-пересекающимися, если у них нет общих ребер. Множество S вершин, ребер или вершин и ребер разделяет u и v, если u и v принадлежат различным компонентам графа G-S. Теорема Менгера первоначально была сформулирована в “вершинной форме”.

Теорема 3. Наименьшее число вершин, разделяющих две несмежные вершины s и t, равно наибольшему числу непересекающихся простых (s-t)-цепей [3].

Хронологически второй вариант теоремы Менгера был опубликован Уитни в его статье, содержащей критерий n-связности графа.

Теорема 4. Граф n-связен тогда и только тогда, когда любая пара его вершин соединена по крайней мере n вершинно-непересекающимися цепями [3].

Связь между теоремами 3 и 4 легко заметить, если ввести понятие локальной связности. Локальной связностью x(u, v) двух несмежных вершин u и v графа G называется наименьшее число вершин, удаление которых разделяет u и v. Используя введенное понятие, теорему Менгера можно сформулировать так: для любых двух выделенных несмежных вершин u и v справедливо равенство:

$$\varkappa(u, v)= \mu_o(u, v), \tag{2}$$

где $\mu o(u, v)$ – наибольшее число вершинно-непересекающихся цепей, соединяющих u и v. Для неполных графов выражение (2) будет записано в другой форме:

$$\varkappa(u, v)= \min \varkappa(u, v), \tag{3}$$

где $\min \varkappa(u, v)$ – минимум, который берется по всем парам несмежных вершин u и v.

Теорема 5. Для любых двух вершин графа наибольшее число реберно-непересекающихся цепей, соединяющих их, равно наименьшему числу ребер, разделяющих эти две вершины.[1, стр. 67]

Различие между теоремами 3 и 4 заключается в том, что в теореме 3 рассматриваются две выделенные вершины, а в теореме 4 всевозможные пары несмежных вершин. Это различие, так же как и очевидное различие между теоремами 3 и 5, представлено в таблице 1.

Таблица 1 – различия между теоремами 3, 4, 5

Теорема	Разделяемые объекты	Наибольшее число	Наименьшее число
3	Выделенные u, v	Непересекающихся цепей	Вершин, разделяющих u, v
4	Произвольные u, v	Непересекающихся цепей	Вершин, разделяющих u, v
5	Выделенные u, v	Реберно-непересекающихся цепей	ребер, разделяющих u, v

Проведем проверку графа на связность для схемы, представленной на рисунке 2.

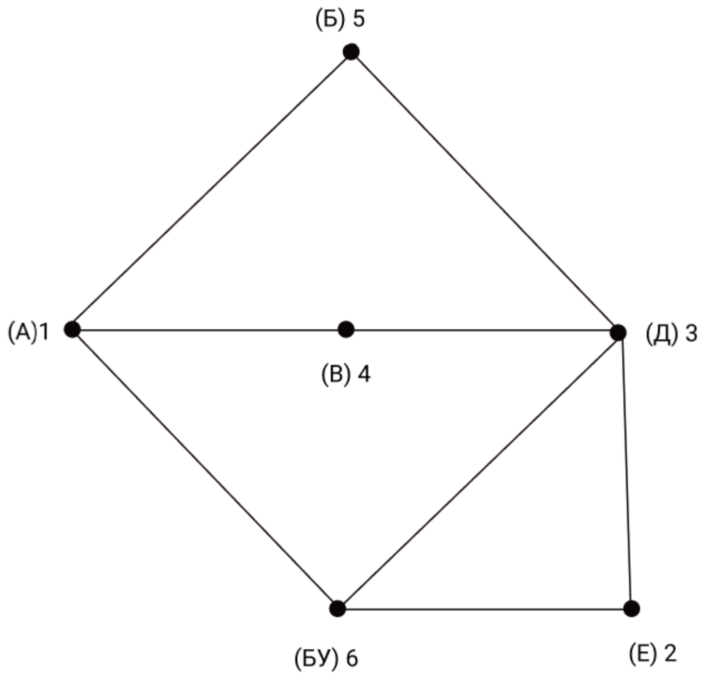

Рисунок 2 – Схема для проверки связности

Сначала проверим наш граф по теореме 1. Для этого найдем связность графа(x), реберную связность(λ) и наименьшую степень графа(δ). Для моей схемы: x = 2(удалим вершины БУ, Д,), λ = 2(удалим ребра Е-БУ, Е-Д), δ = 2(от вершины Е отходит два ребра). Подставляя эти значения в выражение (1) получаем что теорема 1 выполняется для схемы.

Проверку теоремы 2 для нашего графа осуществить нельзя, т.к. не выполняется условие $\delta(G) \geq p/2$.

Далее сделаем проверку графа по теореме 3. Для примера возьмем две несмежные вершины: А и Д. Наибольшее число непересекающихся цепей (А, Д) равно 3 (А→Б→Д, А→В→Д, А→БУ→Д), следовательно, наименьшее число вершин, разделяющих две несмежные вершины А и Д тоже равно 3.

Для 4 теоремы нужно найти min ϰ(u, v). Возьмем произвольные несмежные вершины u=Е, v=А. Определим min ϰ(u, v): u=Е→БУ→А, Е→Д→В→А. F(u)={БУ, Д}, степень d(u)=2. Следуя теореме 4, можно сделать вывод, что граф, представленный на рисунке 2, является 2-связным (вершинно), т.е. ϰ(u, v)= min ϰ(u, v)=2.

Теорема 5: из рисунка 2 видно, что вершины А и Д можно разделить, удалив 3 ребра, и что наибольшее число непересекающихся по ребрам (А, Д) путей будет 3. Из вершины А выходит 3 ребра Е1(Б, В, БУ). В вершину Д заходят тоже 3 ребра Е2(Б, В, БУ). Между вершинами А и Д существуют следующие реберно-независимые пути, включающие ребра множества Е1, в качестве начальных и ребра множества Е2 в качестве конечных. 1 путь: А-Б→Б-Д; 2 путь: А-В→ВД; 3 путь: А-БУ→БУ-Д. В 3 пути ребро БУ-Д можно заменить ребрами БУ-Е→Е-Д. т.е. между множествами Е1 и Е2 существует более 3 реберно-независимых путей, поэтому наименьшее число ребер, определяющих число реберно-непересекающихся путей в данном случае определяется минимальной степенью вершин А и Д. В нашем случае обе равны 3, следовательно вершины А и Д можно разделить, удалив 3 ребер и наибольшее число непересекающихся по ребрам (А – Д) путей также равно 3, что подтверждает правильность теоремы 5.

Заключение

Проверка графа электрической сети на связность является одной из первоочередных задач при задании исходных данных для расчета и анализа ее режима. Данная процедура позволяет выявить ошибки при кодировке схемы, определить наличие узлов и ветвей, оказавшихся не связанными с основной схемой и балансирующим узлом.

Литература

1. Гурский, С.К. Алгоритмизация задач управления режимами сложных систем в электроэнергетике / С.К. Гурский. – Минск: наука и техника, 1977. – 367 с.
2. Основные понятия теории графов [Электронный ресурс]/ Основные понятия теории графов. - Режим доступа: http://www.math.mrsu.ru/text/courses/method/osn_pon_teor_graph.htm. Дата доступа: 17.10.2022.
3. Харари, Ф. Теория графов: пер. с англ. / Ф. Харари; пер. В.П. Козырев; под ред. Г.П. Гаврилов. – Москва: Мир, 1973. – 300 с.