

ПОСТРОЕНИЕ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ПРОФИЛЕЙ ЗУБЬЕВ НЕКРУГЛЫХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС В ПРИВОДЕ КОЛЕСНО-ШАГАЮЩЕГО ДВИЖИТЕЛЯ

Скойбеда А. Т., Жуковец В. Н.

УО «Белорусский национальный технический университет», Минск

Разработанный в БНТУ образец колесно-шагающего движителя использует комбинированный способ движения, сочетающий перешагивание (за счет поворота штанг и кривошипов) и качение (за счет прокатывания опорных башмаков) [1, 2]. Конструктивные особенности этого движителя позволяют перешагивать препятствия (камни, бревна, уступы, узкие рвы). Данное преимущество позволяет применять колесно-шагающий движитель в мобильных машинах сельскохозяйственного и лесопромышленного назначения [3, 4].

Тем не менее, одним из недостатков этого движителя, является неравномерность скорости перемещения, даже при установившемся режиме движения по плоской поверхности. Для решения данной проблемы, можно обеспечить периодическое изменение угловой скорости ступицы, что требует применения некруглых зубчатых колес в приводе колесно-шагающего движителя [5–8]. Опираясь на результаты указанных работ, следует реализовать очередной этап: построение эвольвентных профилей зубьев данных колес согласно методам вычислений, описанных в работах [6–8]. Применение данной конструкции зубчатого зацепления в приводе движителя позволит значительно повысить равномерность скорости движения. Одним из ожидаемых недостатков конструкции будет неравномерность распределения нагрузки между различными зубьями [7, 8].

Вертикальное положение оси ступицы движителя и аналог скорости движителя по горизонтали выражаются соответственно формулами [9]:

$$Y_{01} = a - b + c = \text{const}; \quad (1)$$

$$\frac{dX_{01}}{d\varphi} = a - b + c + 3 \cdot b \cdot \cos 2\varphi. \quad (2)$$

Значения основных размеров: $a = 0,1$ м – расстояние между осями вращения ступицы и кривошипов, $b = 0,05$ м – длина кривошипа, $c = 0,2365$ м – длина стойки башмака, φ – угол поворота ступицы движителя при значениях в радианах: $-\pi/4 \leq \varphi \leq \pi/4$ [9].

Для обеспечения постоянной скорости перемещения движителя, зубчатое зацепление между шестерней приводного вала и колесом водила должно обеспечивать следующее переменное передаточное отношение [6, 8]:

$$\frac{\omega}{\omega_H} = \frac{u \cdot \left(\frac{dX_{01}}{d\varphi} \right)}{Y_{01}}. \quad (3)$$

Здесь рассматривается установившееся движение КШД, когда частота вращения приводного вала $\omega = \text{const}$. Приведенный коэффициент передаточного отношения $u = \text{const}$ при любом режиме движения. Тогда частота вращения водила:

$$\omega_H = \frac{\omega \cdot Y_{01}}{u \cdot \left(\frac{dX_{01}}{d\varphi} \right)}.$$

Для значений угловой скорости $\omega = const$, вертикальной координаты оси ступицы $Y_{01} = const$, приведенного коэффициента передаточного отношения $u = const$, получим линейную скорость перемещения $v = const$. Следовательно, постоянная скорость транспортного средства на установившемся режиме выражается формулой:

$$v = \omega_H \cdot \left(\frac{dX_{01}}{d\varphi} \right) = \frac{\omega \cdot Y_{01}}{u}. \quad (4)$$

При этом в проектируемой передаче, несмотря на переменное передаточное отношение, за один полный оборот ведомого колеса будут совершаться четыре полных оборота шестерни приводного вала. Уравнения начальных линий проектируемых некруглых зубчатых колес определяются из следующих условий [6, 8]:

$$\frac{\omega}{\omega_H} = \frac{r_H}{r}; \quad (5)$$

$$r + r_H = L = const. \quad (6)$$

Зависимость между углом поворота φ колеса водила и углом поворота θ шестерни приводного вала [6]:

$$\theta = \frac{\pi \cdot (4 \cdot (a - b + c) \cdot \varphi + 6 \cdot b \cdot \sin 2\varphi)}{(a - b + c) \cdot \pi + 6 \cdot b}. \quad (7)$$

Выражения для вычисления радиус-векторов [6]:

$$r_H = \frac{L \cdot 4 \cdot \pi \cdot (a - b + c + 3 \cdot b \cdot \cos 2\varphi)}{((a - b + c) \cdot \pi + 6 \cdot b) + 4 \cdot \pi \cdot (a - b + c + 3 \cdot b \cdot \cos 2\varphi)}; \quad (8)$$

$$r = \frac{L \cdot ((a - b + c) \cdot \pi + 6 \cdot b)}{((a - b + c) \cdot \pi + 6 \cdot b) + 4 \cdot \pi \cdot (a - b + c + 3 \cdot b \cdot \cos 2\varphi)}. \quad (9)$$

По формуле (8) строится в полярных координатах начальная линия колеса водила, как функция вида $r_H = f(\varphi)$. Начальная линия шестерни приводного вала описывается функцией $r = f(\theta)$, для чего следует преобразовать формулу (9), используя выражение (7), из вида $r = f(\varphi)$ к виду $r = f(\theta)$. Из-за сложности формулы (7), более целесообразно для значений обобщенной координаты φ вычислять по формулам (7, 9) значения $\theta = f(\varphi)$ и $r = f(\varphi)$, заносить их в таблицу, ставить между собой в соответствие как $r = f(\theta)$. В итоге будут получены изображения начальных линий, приведенные на рисунке 1.

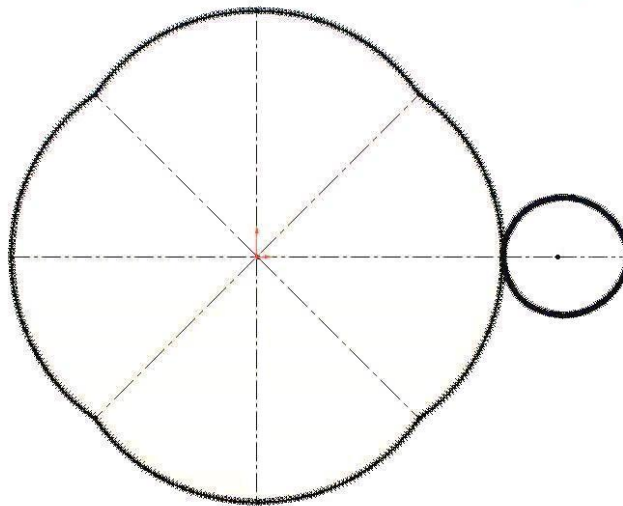


Рис. 1. Начальные линии зубчатого зацепления

Выражение (10) описывает теоретический закон изменения передаточного отношения в виде гладкой непрерывной функции. В реальном зубчатом зацеплении передаточное отношение будет изменяться дискретно, поэтому $U(\varphi)$ будет кусочной функцией, приближенно соответствующей выражению (10). Используя формулы (7–9) для теоретических начальных линий, далее следует приступить к профилированию зубчатых венцов.

Осуществим разбиение проектируемых некруглых зубчатых колес на условные сектора, каждый из которых будет представлять собой часть круглого зубчатого колеса с одним зубом. У каждого сектора свое значение радиуса начальной окружности и свое значение углового интервала разворачивания дуги. При этом у всех секторов должны быть равные длины дуг соответствующих участков начальных окружностей. Начнем разбиение на сектора с ведомого зубчатого колеса. Так как это колесо ранее уже было условно разделено на четыре больших сектора, при разбиении на более мелкие сектора будем рассматривать один большой сектор для значений угла поворота ведомого колеса: $-\pi/4 \leq \varphi \leq \pi/4$.

Далее выполним расчеты дуг начальных линий ведущей шестерни и ведомого колеса согласно методике, приведенной в работах [6, 7]. Исходные данные: межосевое расстояние $L=125$ мм, $a=100$ мм, $b=50$ мм, $c=236,5$ мм, число зубьев шестерни приводного вала $z=20$, число зубьев колеса водила $z_H=80$. Зубчатое колесо водила условно делится на 4 одинаковых сектора по 20 зубьев каждый. Таким образом, получим число секторов разбиения $i=20$. Значения в радианах угла поворота ведомого колеса: $-\pi/4 \leq \varphi \leq \pi/4$, угол поворота ведущей шестерни принимает значения в радианах в интервале: $-\pi \leq \theta \leq \pi$. Значения углов φ_i , θ_i , угловых интервалов $\Delta\varphi_i$, $\Delta\theta_i$ используются при расчетах в радианах, а в таблицу 1 заносятся также и в градусах, значения r_{Hi} и r_i используются при расчетах и заносятся в таблицу 1 в миллиметрах.

Таблица 1 – Параметры разбиения начальных линий зубчатого зацепления

i	φ_i , рад	Φ_i , градусы	$\Delta\varphi_i$, рад	$\Delta\Phi_i$, градусы	r_{Hi} , мм	θ_i , рад	Θ_i , градусы	$\Delta\theta_i$, рад	$\Delta\Theta_i$, градусы	r_i , мм
1	-0,7854	-45,00	0,0827	4,74	94,73	-3,1416	-180,00	0,2588	14,83	30,27
2	-0,7027	-40,26	0,0812	4,65	96,48	-2,8828	-165,17	0,2747	15,74	28,52
3	-0,6215	-35,61	0,0800	4,58	97,96	-2,6081	-149,43	0,2897	16,60	27,04
4	-0,5415	-31,03	0,0790	4,53	99,19	-2,3184	-132,83	0,3035	17,39	25,81
5	-0,4625	-26,50	0,0782	4,48	100,20	-2,0149	-115,44	0,3159	18,10	24,80
6	-0,3843	-22,02	0,0776	4,44	101,00	-1,6990	-97,35	0,3265	18,71	24,00
7	-0,3068	-17,58	0,0771	4,42	101,63	-1,3725	-78,64	0,3353	19,21	23,37
8	-0,2297	-13,16	0,0767	4,40	102,09	-1,0373	-59,43	0,3420	19,59	22,91
9	-0,1529	-8,76	0,0765	4,38	102,39	-0,6953	-39,84	0,3465	19,85	22,61
10	-0,0764	-4,38	0,0764	4,38	102,54	-0,3488	-19,98	0,3488	19,98	22,46
11	0,0000	0,00	0,0764	4,38	102,54	0,0000	0,00	0,3488	19,98	22,46
12	0,0764	4,38	0,0765	4,38	102,39	0,3488	19,98	0,3465	19,85	22,61
13	0,1529	8,76	0,0767	4,40	102,09	0,6953	39,84	0,3420	19,59	22,91
14	0,2297	13,16	0,0771	4,42	101,63	1,0373	59,43	0,3353	19,21	23,37
15	0,3068	17,58	0,0776	4,44	101,00	1,3725	78,64	0,3265	18,71	24,00
16	0,3843	22,02	0,0782	4,48	100,20	1,6990	97,35	0,3159	18,10	24,80
17	0,4625	26,50	0,0790	4,53	99,19	2,0149	115,44	0,3035	17,39	25,81
18	0,5415	31,03	0,0800	4,58	97,96	2,3184	132,83	0,2897	16,60	27,04
19	0,6215	35,61	0,0812	4,65	96,48	2,6081	149,43	0,2747	15,74	28,52
20	0,7027	40,26	0,0827	4,74	94,73	2,8828	165,17	0,2588	14,83	30,27

Используя формулы (5, 8, 9), запишем выражение для передаточного отношения:

$$U(\varphi) = \frac{r_H}{r} = \frac{\omega}{\omega_H} = \frac{d\theta}{d\varphi} = \frac{4 \cdot \pi \cdot (a - b + c + 3 \cdot b \cdot \cos 2\varphi)}{(a - b + c) \cdot \pi + 6 \cdot b} \quad (10)$$

На рисунке 2 приведена диаграмма значений фактической (ломаная линия по данным таблицы 1) и теоретической (плавная линия по формулам (8–10)) передаточной функций.

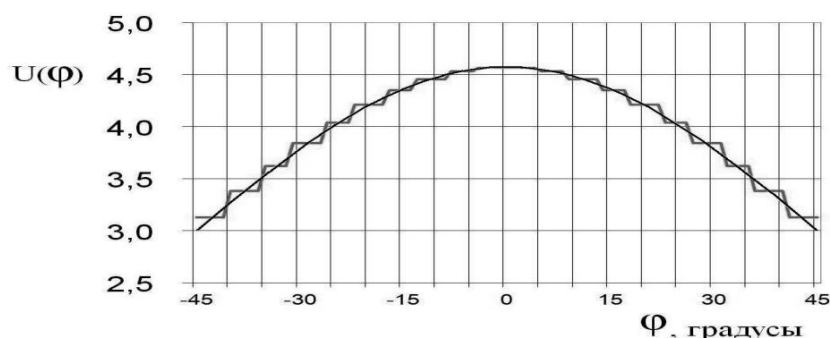


Рис. 2. Диаграмма фактической и теоретической передаточных функций

После разбиения зубчатых колес на условные сектора, следует провести для каждого сектора расчет участков эвольвент. При этом на секторах ведущей шестерни будут

профилироваться зубья, а на секторах ведомого колеса будут строиться впадины между зубьями.

Ведущая зубчатая шестерня: радиус начальной окружности r_i ; радиус основной окружности $r_{bi} = r_i - m$; радиус окружности впадин зубьев $r_{fi} = r_i - 1,25 \cdot m$; радиус окружности вершин зубьев $r_{ai} = r_i + m$.

Ведомое зубчатое колесо: радиус начальной окружности r_{Hi} ; радиус основной окружности $r_{Hbi} = r_{Hi} - m$; радиус окружности впадин зубьев $r_{Hfi} = r_{Hi} - 1,25 \cdot m$; радиус окружности вершин зубьев $r_{Hai} = r_{Hi} + m$.

Выполнив расчеты по этим формулам, используя данные из таблицы 1, результаты проведенных вычислений представим в таблице 2.

Таблица 2 – Радиусы дуг окружностей некруглых зубчатых колес

i	θ_i , градусы	r_i , мм	r_{bi} , мм	r_{fi} , мм	r_{ai} , мм	Φ_i , градусы	r_{Hi} , мм	r_{Hbi} , мм	r_{Hfi} , мм	r_{Hai} , мм
1	-180,00	30,27	27,77	27,15	32,77	-45,00	94,73	92,23	91,60	97,23
2	-165,17	28,52	26,02	25,40	31,02	-40,26	96,48	93,98	93,35	98,98
3	-149,43	27,04	24,54	23,92	29,54	-35,61	97,96	95,46	94,83	100,46
4	-132,83	25,81	23,31	22,69	28,31	-31,03	99,19	96,69	96,06	101,69
5	-115,44	24,80	22,30	21,68	27,30	-26,50	100,20	97,70	97,07	102,70
6	-97,35	24,00	21,50	20,87	26,50	-22,02	101,00	98,50	97,88	103,50
7	-78,64	23,37	20,87	20,24	25,87	-17,58	101,63	99,13	98,51	104,13
8	-59,43	22,91	20,41	19,79	25,41	-13,16	102,09	99,59	98,96	104,59
9	-39,84	22,61	20,11	19,49	25,11	-8,76	102,39	99,89	99,26	104,89
10	-19,98	22,46	19,96	19,34	24,96	-4,38	102,54	100,04	99,41	105,04
11	0,00	22,46	19,96	19,34	24,96	0,00	102,54	100,04	99,41	105,04
12	19,98	22,61	20,11	19,49	25,11	4,38	102,39	99,89	99,26	104,89
13	39,84	22,91	20,41	19,79	25,41	8,76	102,09	99,59	98,96	104,59
14	59,43	23,37	20,87	20,24	25,87	13,16	101,63	99,13	98,51	104,13
15	78,64	24,00	21,50	20,87	26,50	17,58	101,00	98,50	97,88	103,50
16	97,35	24,80	22,30	21,68	27,30	22,02	100,20	97,70	97,07	102,70
17	115,44	25,81	23,31	22,69	28,31	26,50	99,19	96,69	96,06	101,69
18	132,83	27,04	24,54	23,92	29,54	31,03	97,96	95,46	94,83	100,46
19	149,43	28,52	26,02	25,40	31,02	35,61	96,48	93,98	93,35	98,98
20	165,17	30,27	27,77	27,15	32,77	40,26	94,73	92,23	91,60	97,23

Для ведущей зубчатой шестерни вычислим параметры эвольвентных профилей для 10 зубьев. Остальные 10 зубьев будут расположены симметрично к зубьям с вычисленными параметрами, если их ориентировать относительно начального полярного угла $\theta = 0^\circ$.

Величина минимального бокового зазора обозначена как j_n . Для получения зазора строится действительный контур рабочей поверхности зуба вдоль теоретического контура. Передача должна допускать возможность реверса [7], обеспечивать возможность движения по ступеням [1, 2], поэтому линии действительного контура проводятся с обеих сторон зуба, находясь при этом между линиями теоретического контура.

Поскольку в ведомом колесе также будут проводиться линии действительного и теоретического контуров, величина дистанции между ними будет равна на основной окружности значению $\Delta = j_n/4$.

Величина угловой коррекции в градусах:

$$\Delta\Omega_i = \frac{j_n \cdot 180^\circ}{4 \cdot \pi \cdot r_{bi}}. \quad (11)$$

Профиль строится по 5 точкам.

Значения радиус-векторов:

Точка 1: $r_{i1} = r_i - m$;

Точка 2: $r_{i2} = r_i - 0,5 \cdot m$;

Точка 3: $r_{i3} = r_i$;

Точка 4: $r_{i4} = r_i + 0,5 \cdot m$;

Точка 5: $r_{i5} = r_i + m$.

Полярные углы для каждой точки действительного контура определяются с учетом угла построения эвольвенты [10, 11].

$$\begin{aligned} \Omega_{ij} &= \text{tg } \alpha_{ij} - \alpha_{ij}, \text{ радианы;} \\ \Omega_{ij} &= (\text{tg } \alpha_{ij} - \alpha_{ij}) \cdot 180^\circ / \pi, \text{ градусы;} \\ \cos \alpha_{ij} &= \frac{r_i - m}{r_{ij}}; \quad \cos \alpha_{i1} = \frac{r_i - m}{r_i - m} = 1; \quad \cos \alpha_{i2} = \frac{r_i - m}{r_i - 0,5 \cdot m}; \\ \cos \alpha_{i3} &= \frac{r_i - m}{r_i}; \quad \cos \alpha_{i4} = \frac{r_i - m}{r_i + 0,5 \cdot m}; \quad \cos \alpha_{i5} = \frac{r_i - m}{r_i + m}. \end{aligned} \quad (12)$$

Полярные углы для точек с первой стороны зуба:

$$\begin{aligned} \theta_{i1} &= \theta_i + 0,25 \cdot \Delta\theta_i + \Delta\Omega_i - \Omega_{i3} + \Omega_{i1}; \\ \theta_{i2} &= \theta_i + 0,25 \cdot \Delta\theta_i + \Delta\Omega_i - \Omega_{i3} + \Omega_{i2}; \\ \theta_{i3} &= \theta_i + 0,25 \cdot \Delta\theta_i + \Delta\Omega_i - \Omega_{i3} + \Omega_{i3}; \\ \theta_{i4} &= \theta_i + 0,25 \cdot \Delta\theta_i + \Delta\Omega_i - \Omega_{i3} + \Omega_{i4}; \\ \theta_{i5} &= \theta_i + 0,25 \cdot \Delta\theta_i + \Delta\Omega_i - \Omega_{i3} + \Omega_{i5}. \end{aligned}$$

Полярные углы для точек со второй стороны зуба:

$$\begin{aligned} \theta_{si1} &= \theta_i + 0,75 \cdot \Delta\theta_i - \Delta\Omega_i + \Omega_{i3} - \Omega_{i1}; \\ \theta_{si2} &= \theta_i + 0,75 \cdot \Delta\theta_i - \Delta\Omega_i + \Omega_{i3} - \Omega_{i2}; \\ \theta_{si3} &= \theta_i + 0,75 \cdot \Delta\theta_i - \Delta\Omega_i + \Omega_{i3} - \Omega_{i3}; \\ \theta_{si4} &= \theta_i + 0,75 \cdot \Delta\theta_i - \Delta\Omega_i + \Omega_{i3} - \Omega_{i4}; \\ \theta_{si5} &= \theta_i + 0,75 \cdot \Delta\theta_i - \Delta\Omega_i + \Omega_{i3} - \Omega_{i5}. \end{aligned}$$

Результаты проведенных вычислений представим в таблице 3.

Таблица 3 – Параметры эвольвент зубьев ведущей шестерни

Расчет 1-го зуба ведущей шестерни									
$i=1$	α_{ij} , ра- дианы	α_{ij} , гра- дусы	Ω_{ij} , ра- дианы	Ω_{ij} , гра- ду- сы	θ_{ij} , радиа- ны	θ_{ij} , граду- сы	θ_{sij} , радиа- ны	θ_{sij} , граду- сы	r_{ij} , мм
$j=1$	0,0000	0,00	0,0000	0,00	-3,0999	-177,61	-2,9244	-167,56	27,77
$j=2$	0,2946	16,88	0,0088	0,51	-3,0911	-177,11	-2,9333	-168,06	29,02
$j=3$	0,4093	23,45	0,0245	1,40	-3,0755	-176,21	-2,9489	-168,96	30,27
$j=4$	0,4927	28,23	0,0442	2,53	-3,0558	-175,08	-2,9686	-170,09	31,52
$j=5$	0,5597	32,07	0,0668	3,83	-3,0331	-173,79	-2,9913	-171,39	32,77
Расчет 2-го зуба ведущей шестерни									
$i=2$	α_{ij} , ра- дианы	α_{ij} , гра- дусы	Ω_{ij} , ра- дианы	Ω_{ij} , гра- ду- сы	θ_{ij} , радиа- ны	θ_{ij} , граду- сы	θ_{sij} , радиа- ны	θ_{sij} , граду- сы	r_{ij} , мм
$j=1$	0,0000	0,00	0,0000	0,00	-2,8395	-162,69	-2,6514	-151,91	26,02
$j=2$	0,3039	17,41	0,0097	0,56	-2,8298	-162,14	-2,6611	-152,47	27,27
$j=3$	0,4218	24,17	0,0269	1,54	-2,8126	-161,15	-2,6783	-153,46	28,52
$j=4$	0,5073	29,07	0,0485	2,78	-2,7910	-159,91	-2,6999	-154,69	29,77
$j=5$	0,5757	32,98	0,0733	4,20	-2,7662	-158,49	-2,7247	-156,11	31,02
Расчет 3-го зуба ведущей шестерни									
$i=3$	α_{ij} , ра- дианы	α_{ij} , гра- дусы	Ω_{ij} , ра- дианы	Ω_{ij} , гра- ду- сы	θ_{ij} , радиа- ны	θ_{ij} , граду- сы	θ_{sij} , радиа- ны	θ_{sij} , граду- сы	r_{ij} , мм
$j=1$	0,0000	0,00	0,0000	0,00	-2,5634	-146,87	-2,3631	-135,40	24,54
$j=2$	0,3126	17,91	0,0106	0,61	-2,5528	-146,26	-2,3737	-136,00	25,79
$j=3$	0,4334	24,83	0,0293	1,68	-2,5340	-145,19	-2,3924	-137,08	27,04
$j=4$	0,5207	29,84	0,0528	3,03	-2,5106	-143,85	-2,4159	-138,42	28,29
$j=5$	0,5903	33,82	0,0797	4,57	-2,4837	-142,30	-2,4428	-139,96	29,54
Расчет 4-го зуба ведущей шестерни									
$i=4$	α_{ij} , ра- дианы	α_{ij} , гра- дусы	Ω_{ij} , ра- дианы	Ω_{ij} , гра- ду- сы	θ_{ij} , радиа- ны	θ_{ij} , граду- сы	θ_{sij} , радиа- ны	θ_{sij} , граду- сы	r_{ij} , мм
$j=1$	0,0000	0,00	0,0000	0,00	-2,2724	-130,20	-2,0609	-118,08	23,31
$j=2$	0,3204	18,36	0,0114	0,66	-2,2610	-129,54	-2,0723	-118,73	24,56
$j=3$	0,4437	25,42	0,0316	1,81	-2,2408	-128,39	-2,0925	-119,89	25,81
$j=4$	0,5327	30,52	0,0569	3,26	-2,2156	-126,94	-2,1177	-121,34	27,06
$j=5$	0,6034	34,57	0,0857	4,91	-2,1867	-125,29	-2,1466	-122,99	28,31

Расчет 5-го зуба ведущей шестерни									
$i=5$	α_{ij} , ра- дианы	α_{ij} , гра- дусы	Ω_{ij} , ра- дианы	Ω_{ij} , гра- дусы	θ_{ij} , радиа- ны	θ_{ij} , граду- сы	θ_{sij} , радиа- ны	θ_{sij} , граду- сы	r_{ij} , мм
$j=1$	0,0000	0,00	0,0000	0,00	-1,9678	-112,75	-1,7461	-100,04	22,30
$j=2$	0,3272	18,75	0,0122	0,70	-1,9556	-112,05	-1,7583	-100,74	23,55
$j=3$	0,4528	25,95	0,0337	1,93	-1,9341	-110,82	-1,7798	-101,97	24,80
$j=4$	0,5432	31,12	0,0606	3,47	-1,9073	-109,28	-1,8066	-103,51	26,05
$j=5$	0,6148	35,23	0,0913	5,23	-1,8765	-107,52	-1,8374	-105,27	27,30
Расчет 6-го зуба ведущей шестерни									
$i=6$	α_{ij} , ра- дианы	α_{ij} , гра- дусы	Ω_{ij} , ра- дианы	Ω_{ij} , гра- дусы	θ_{ij} , радиа- ны	θ_{ij} , граду- сы	θ_{sij} , радиа- ны	θ_{sij} , граду- сы	r_{ij} , мм
$j=1$	0,0000	0,00	0,0000	0,00	-1,6511	-94,60	-1,4204	-81,38	21,50
$j=2$	0,3331	19,08	0,0129	0,74	-1,6382	-93,86	-1,4333	-82,12	22,75
$j=3$	0,4605	26,39	0,0356	2,04	-1,6155	-92,56	-1,4560	-83,42	24,00
$j=4$	0,5520	31,63	0,0639	3,66	-1,5872	-90,94	-1,4843	-85,04	25,25
$j=5$	0,6244	35,78	0,0962	5,51	-1,5549	-89,09	-1,5166	-86,90	26,50
Расчет 7-го зуба ведущей шестерни									
$i=7$	α_{ij} , ра- дианы	α_{ij} , гра- дусы	Ω_{ij} , ра- дианы	Ω_{ij} , гра- дусы	θ_{ij} , радиа- ны	θ_{ij} , граду- сы	θ_{sij} , радиа- ны	θ_{sij} , граду- сы	r_{ij} , мм
$j=1$	0,0000	0,00	0,0000	0,00	-1,3239	-75,86	-1,0858	-62,21	20,87
$j=2$	0,3378	19,35	0,0135	0,77	-1,3105	-75,08	-1,0993	-62,99	22,12
$j=3$	0,4668	26,74	0,0371	2,13	-1,2868	-73,73	-1,1230	-64,34	23,37
$j=4$	0,5592	32,04	0,0666	3,82	-1,2573	-72,04	-1,1525	-66,03	24,62
$j=5$	0,6322	36,22	0,1003	5,75	-1,2236	-70,11	-1,1861	-67,96	25,87

Расчет 8-го зуба ведущей шестерни									
$i=8$	α_{ij} , ра- дианы	α_{ij} , гра- дусы	Ω_{ij} , ра- дианы	Ω_{ij} , гра- дусы	θ_{ij} , радиа- ны	θ_{ij} , граду- сы	θ_{sij} , радиа- ны	θ_{sij} , граду- сы	r_{ij} , мм
$j=1$	0,0000	0,00	0,0000	0,00	-0,9882	-56,62	-0,7444	-42,65	20,41
$j=2$	0,3414	19,56	0,0139	0,80	-0,9743	-55,82	-0,7583	-43,45	21,66
$j=3$	0,4715	27,02	0,0384	2,20	-0,9498	-54,42	-0,7827	-44,85	22,91
$j=4$	0,5646	32,35	0,0688	3,94	-0,9194	-52,68	-0,8132	-46,59	24,16
$j=5$	0,6381	36,56	0,1035	5,93	-0,8847	-50,69	-0,8479	-48,58	25,41
Расчет 9-го зуба ведущей шестерни									
$i=9$	α_{ij} , ра- дианы	α_{ij} , гра- дусы	Ω_{ij} , ра- дианы	Ω_{ij} , гра- дусы	θ_{ij} , радиа- ны	θ_{ij} , граду- сы	θ_{sij} , радиа- ны	θ_{sij} , граду- сы	r_{ij} , мм
$j=1$	0,0000	0,00	0,0000	0,00	-0,6459	-37,01	-0,3982	-22,82	20,11
$j=2$	0,3438	19,70	0,0142	0,81	-0,6317	-36,19	-0,4124	-23,63	21,36
$j=3$	0,4747	27,20	0,0392	2,25	-0,6067	-34,76	-0,4374	-25,06	22,61
$j=4$	0,5683	32,56	0,0703	4,03	-0,5756	-32,98	-0,4685	-26,84	23,86
$j=5$	0,6420	36,79	0,1057	6,05	-0,5402	-30,95	-0,5039	-28,87	25,11
Расчет 10-го зуба ведущей шестерни									
$i=10$	α_{ij} , ра- дианы	α_{ij} , гра- дусы	Ω_{ij} , ра- дианы	Ω_{ij} , гра- дусы	θ_{ij} , радиа- ны	θ_{ij} , граду- сы	θ_{sij} , радиа- ны	θ_{sij} , граду- сы	r_{ij} , мм
$j=1$	0,0000	0,00	0,0000	0,00	-0,2992	-17,14	-0,0496	-2,84	19,96
$j=2$	0,3450	19,77	0,0144	0,82	-0,2848	-16,32	-0,0640	-3,66	21,21
$j=3$	0,4763	27,29	0,0396	2,27	-0,2596	-14,87	-0,0892	-5,11	22,46
$j=4$	0,5701	32,66	0,0710	4,07	-0,2282	-13,07	-0,1206	-6,91	23,71
$j=5$	0,6440	36,90	0,1068	6,12	-0,1924	-11,02	-0,1564	-8,96	24,96

У ведущей шестерни будут симметричные зубья, но между ними необходимо построить несимметричные впадины для обеспечения плавных переходов между зубьями. Для этого следует использовать линии сопряжения с переменным радиусом кривизны.

Для ведомого зубчатого колеса вычислим параметры эвольвентных профилей для 10 впадин между зубьями. Остальные 10 впадин сектора будут расположены симметрично к впадинам с вычисленными параметрами, если их ориентировать относительно начального полярного угла $\varphi = 0^\circ$.

Величина угловой коррекции в градусах для ведомого зубчатого колеса:

$$\Delta\Omega_{Hi} = \frac{j_n \cdot 180^\circ}{4 \cdot \pi \cdot r_{Hbi}}. \quad (13)$$

Профиль строится по 5 точкам. Для этого вычислим значения радиус-векторов:

Точка 1: $r_{Hi1} = r_{Hi} - m$;

Точка 2: $r_{Hi2} = r_{Hi} - 0,5 \cdot m$;

Точка 3: $r_{Hi3} = r_{Hi}$;

Точка 4: $r_{Hi4} = r_{Hi} + 0,5 \cdot m$;

Точка 5: $r_{Hi5} = r_{Hi} + m$.

Полярные углы для каждой точки действительного контура:

$$\begin{aligned} \Omega_{Hij} &= \operatorname{tg} \alpha_{Hij} - \alpha_{Hij}, \text{ радианы;} \\ \Omega_{Hij} &= (\operatorname{tg} \alpha_{Hij} - \alpha_{Hij}) \cdot 180^\circ / \pi, \text{ градусы;} \\ \cos \alpha_{Hij} &= \frac{r_{Hi} - m}{r_{Hij}}; \quad \cos \alpha_{Hi1} = \frac{r_{Hi} - m}{r_{Hi} - m} = 1; \quad \cos \alpha_{Hi2} = \frac{r_{Hi} - m}{r_{Hi} - 0,5 \cdot m}; \\ \cos \alpha_{Hi3} &= \frac{r_{Hi} - m}{r_{Hi}}; \quad \cos \alpha_{Hi4} = \frac{r_{Hi} - m}{r_{Hi} + 0,5 \cdot m}; \quad \cos \alpha_{Hi5} = \frac{r_{Hi} - m}{r_{Hi} + m}. \end{aligned} \quad (14)$$

Полярные углы для точек с первой стороны впадины:

$$\begin{aligned} \varphi_{i1} &= \varphi_i + 0,25 \cdot \Delta\varphi_i - \Delta\Omega_{Hi} + \Omega_{Hi3} - \Omega_{Hi1}; \\ \varphi_{i2} &= \varphi_i + 0,25 \cdot \Delta\varphi_i - \Delta\Omega_{Hi} + \Omega_{Hi3} - \Omega_{Hi2}; \\ \varphi_{i3} &= \varphi_i + 0,25 \cdot \Delta\varphi_i - \Delta\Omega_{Hi} + \Omega_{Hi3} - \Omega_{Hi3}; \\ \varphi_{i4} &= \varphi_i + 0,25 \cdot \Delta\varphi_i - \Delta\Omega_{Hi} + \Omega_{Hi3} - \Omega_{Hi4}; \\ \varphi_{i5} &= \varphi_i + 0,25 \cdot \Delta\varphi_i - \Delta\Omega_{Hi} + \Omega_{Hi3} - \Omega_{Hi5}. \end{aligned}$$

Полярные углы для точек со второй стороны впадины:

$$\begin{aligned} \varphi_{si1} &= \varphi_i + 0,75 \cdot \Delta\varphi_i + \Delta\Omega_{Hi} - \Omega_{Hi3} + \Omega_{Hi1}; \\ \varphi_{si2} &= \varphi_i + 0,75 \cdot \Delta\varphi_i + \Delta\Omega_{Hi} - \Omega_{Hi3} + \Omega_{Hi2}; \\ \varphi_{si3} &= \varphi_i + 0,75 \cdot \Delta\varphi_i + \Delta\Omega_{Hi} - \Omega_{Hi3} + \Omega_{Hi3}; \\ \varphi_{si4} &= \varphi_i + 0,75 \cdot \Delta\varphi_i + \Delta\Omega_{Hi} - \Omega_{Hi3} + \Omega_{Hi4}; \\ \varphi_{si5} &= \varphi_i + 0,75 \cdot \Delta\varphi_i + \Delta\Omega_{Hi} - \Omega_{Hi3} + \Omega_{Hi5}; \\ \varphi_{si6} &= \varphi_i + 0,75 \cdot \Delta\varphi_i + \Delta\Omega_{Hi} - \Omega_{Hi3} + \Omega_{Hi6}. \end{aligned}$$

Для построения дополнительной точки используются формулы:

$$\cos \alpha_{Hsi6} = \frac{r_{Hi} - m}{r_{Hi+1} + m}; \quad (15)$$

$$r_{Hsi6} = r_{Hi+1} + m;$$

$$\Omega_{Hsi6} = \operatorname{tg} \alpha_{Hsi6} - \alpha_{Hsi6}, \text{ радианы;} \quad (16)$$

$$\Omega_{Hsi6} = (\operatorname{tg} \alpha_{Hsi6} - \alpha_{Hsi6}) \cdot 180^\circ / \pi, \text{ градусы.}$$

Результаты проведенных вычислений представим в таблице 4.

Таблица 4 – Параметры эвольвент зубьев ведомого колеса

Расчет 1-й впадины ведомого колеса									
$i=1$	α_{ij} , ра- дианы	α_{ij} , гра- дусы	Ω_{ij} , ра- дианы	Ω_{ij} , гра- дусы	Φ_{ij} , радиа- ны	Φ_{ij} , граду- сы	Φ_{sij} , радиа- ны	Φ_{sij} , граду- сы	r_{Hij} , мм
$j=1$	0,0000	0,00	0,0000	0,00	-0,7610	-43,60	-0,7271	-41,66	92,23
$j=2$	0,1637	9,38	0,0015	0,08	-0,7625	-43,69	-0,7256	-41,57	93,48
$j=3$	0,2303	13,19	0,0042	0,24	-0,7652	-43,84	-0,7229	-41,42	94,73
$j=4$	0,2805	16,07	0,0076	0,44	-0,7686	-44,04	-0,7195	-41,22	95,98
$j=5$	0,3221	18,45	0,0116	0,67	-0,7726	-44,27	-0,7155	-40,99	97,23
$j=6$	0,3715	21,28	0,0181	1,04	-	-	-0,7090	-40,62	98,98
Расчет 2-й впадины ведомого колеса									
$i=2$	α_{ij} , ра- дианы	α_{ij} , гра- дусы	Ω_{ij} , ра- дианы	Ω_{ij} , гра- дусы	Φ_{ij} , радиа- ны	Φ_{ij} , граду- сы	Φ_{sij} , радиа- ны	Φ_{sij} , граду- сы	r_{Hij} , мм
$j=1$	0,0000	0,00	0,0000	0,00	-0,6788	-38,89	-0,6454	-36,98	93,98
$j=2$	0,1622	9,29	0,0014	0,08	-0,6802	-38,97	-0,6440	-36,90	95,23
$j=3$	0,2281	13,07	0,0040	0,23	-0,6828	-39,12	-0,6414	-36,75	96,48
$j=4$	0,2779	15,92	0,0074	0,42	-0,6862	-39,31	-0,6380	-36,56	97,73
$j=5$	0,3192	18,29	0,0113	0,65	-0,6901	-39,54	-0,6341	-36,33	98,98
$j=6$	0,3611	20,69	0,0166	0,95	-	-	-0,6289	-36,03	100,46
Расчет 3-й впадины ведомого колеса									
$i=3$	α_{ij} , ра- дианы	α_{ij} , гра- дусы	Ω_{ij} , ра- дианы	Ω_{ij} , гра- дусы	Φ_{ij} , радиа- ны	Φ_{ij} , граду- сы	Φ_{sij} , радиа- ны	Φ_{sij} , граду- сы	r_{Hij} , мм
$j=1$	0,0000	0,00	0,0000	0,00	-0,5980	-34,26	-0,5650	-32,37	95,46
$j=2$	0,1610	9,22	0,0014	0,08	-0,5994	-34,34	-0,5636	-32,29	96,71
$j=3$	0,2264	12,97	0,0039	0,23	-0,6019	-34,49	-0,5611	-32,15	97,96
$j=4$	0,2758	15,80	0,0072	0,41	-0,6052	-34,67	-0,5578	-31,96	99,21
$j=5$	0,3168	18,15	0,0110	0,63	-0,6090	-34,89	-0,5540	-31,74	100,46
$j=6$	0,3519	20,16	0,0153	0,88	-	-	-0,5498	-31,50	101,69

Расчет 4-й впадины ведомого колеса									
$i=4$	α_{ij} , ра- дианы	α_{ij} , гра- дусы	Ω_{ij} , ра- дианы	Ω_{ij} , гра- дусы	Φ_{ij} , радиа- ны	Φ_{ij} , граду- сы	Φ_{sij} , радиа- ны	Φ_{sij} , граду- сы	r_{Hij} , мм
$j=1$	0,0000	0,00	0,0000	0,00	-0,5183	-29,70	-0,4857	-27,83	96,69
$j=2$	0,1599	9,16	0,0014	0,08	-0,5197	-29,78	-0,4843	-27,75	97,94
$j=3$	0,2250	12,89	0,0039	0,22	-0,5222	-29,92	-0,4819	-27,61	99,19
$j=4$	0,2741	15,71	0,0071	0,41	-0,5254	-30,10	-0,4786	-27,42	100,44
$j=5$	0,3149	18,04	0,0108	0,62	-0,5291	-30,32	-0,4749	-27,21	101,69
$j=6$	0,3438	19,70	0,0142	0,81	-	-	-0,4715	-27,02	102,70
Расчет 5-й впадины ведомого колеса									
$i=5$	α_{ij} , ра- дианы	α_{ij} , гра- дусы	Ω_{ij} , ра- дианы	Ω_{ij} , гра- дусы	Φ_{ij} , радиа- ны	Φ_{ij} , граду- сы	Φ_{sij} , радиа- ны	Φ_{sij} , граду- сы	r_{Hij} , мм
$j=1$	0,0000	0,00	0,0000	0,00	-0,4396	-25,19	-0,4073	-23,34	97,70
$j=2$	0,1591	9,12	0,0014	0,08	-0,4409	-25,26	-0,4059	-23,26	98,95
$j=3$	0,2239	12,83	0,0038	0,22	-0,4434	-25,40	-0,4035	-23,12	100,20
$j=4$	0,2727	15,63	0,0070	0,40	-0,4465	-25,58	-0,4003	-22,94	101,45
$j=5$	0,3133	17,95	0,0107	0,61	-0,4502	-25,80	-0,3966	-22,72	102,70
$j=6$	0,3366	19,29	0,0133	0,76	-	-	-0,3940	-22,57	103,50
Расчет 6-й впадины ведомого колеса									
$i=6$	α_{ij} , ра- дианы	α_{ij} , гра- дусы	Ω_{ij} , ра- дианы	Ω_{ij} , гра- дусы	Φ_{ij} , радиа- ны	Φ_{ij} , граду- сы	Φ_{sij} , радиа- ны	Φ_{sij} , граду- сы	r_{Hij} , мм
$j=1$	0,0000	0,00	0,0000	0,00	-0,3616	-20,72	-0,3295	-18,88	98,50
$j=2$	0,1585	9,08	0,0013	0,08	-0,3629	-20,79	-0,3282	-18,80	99,75
$j=3$	0,2230	12,77	0,0038	0,22	-0,3653	-20,93	-0,3257	-18,66	101,00
$j=4$	0,2717	15,56	0,0069	0,39	-0,3685	-21,11	-0,3226	-18,49	102,25
$j=5$	0,3121	17,88	0,0105	0,60	-0,3721	-21,32	-0,3190	-18,28	103,50
$j=6$	0,3302	18,92	0,0126	0,72	-	-	-0,3170	-18,16	104,13
Расчет 7-й впадины ведомого колеса									
$i=7$	α_{ij} , ра- дианы	α_{ij} , гра- дусы	Ω_{ij} , ра- дианы	Ω_{ij} , гра- дусы	Φ_{ij} , радиа- ны	Φ_{ij} , граду- сы	Φ_{sij} , радиа- ны	Φ_{sij} , граду- сы	r_{Hij} , мм
$j=1$	0,0000	0,00	0,0000	0,00	-0,2842	-16,28	-0,2523	-14,45	99,13
$j=2$	0,1580	9,05	0,0013	0,08	-0,2855	-16,36	-0,2509	-14,38	100,38
$j=3$	0,2223	12,73	0,0037	0,21	-0,2879	-16,49	-0,2485	-14,24	101,63
$j=4$	0,2708	15,52	0,0068	0,39	-0,2910	-16,67	-0,2454	-14,06	102,88
$j=5$	0,3111	17,83	0,0104	0,60	-0,2946	-16,88	-0,2418	-13,86	104,13
$j=6$	0,3245	18,59	0,0119	0,68	-	-	-0,2404	-13,77	104,59

Расчет 8-й впадины ведомого колеса									
$i=8$	α_{ij} , ра- дианы	α_{ij} , гра- дусы	Ω_{ij} , ра- дианы	Ω_{ij} , гра- дусы	Φ_{ij} , радиа- ны	Φ_{ij} , граду- сы	Φ_{sij} , радиа- ны	Φ_{sij} , граду- сы	r_{Hij} , мм
$j=1$	0,0000	0,00	0,0000	0,00	-0,2072	-11,87	-0,1754	-10,05	99,59
$j=2$	0,1576	9,03	0,0013	0,08	-0,2085	-11,95	-0,1741	-9,98	100,84
$j=3$	0,2218	12,71	0,0037	0,21	-0,2109	-12,08	-0,1717	-9,84	102,09
$j=4$	0,2702	15,48	0,0068	0,39	-0,2140	-12,26	-0,1686	-9,66	103,34
$j=5$	0,3105	17,79	0,0104	0,59	-0,2175	-12,46	-0,1650	-9,46	104,59
$j=6$	0,3193	18,29	0,0113	0,65	-	-	-0,1641	-9,40	104,89
Расчет 9-й впадины ведомого колеса									
$i=9$	α_{ij} , ра- дианы	α_{ij} , гра- дусы	Ω_{ij} , ра- дианы	Ω_{ij} , гра- дусы	Φ_{ij} , радиа- ны	Φ_{ij} , граду- сы	Φ_{sij} , радиа- ны	Φ_{sij} , граду- сы	r_{Hij} , мм
$j=1$	0,0000	0,00	0,0000	0,00	-0,1305	-7,48	-0,0988	-5,66	99,89
$j=2$	0,1574	9,02	0,0013	0,08	-0,1318	-7,55	-0,0975	-5,59	101,14
$j=3$	0,2214	12,69	0,0037	0,21	-0,1342	-7,69	-0,0951	-5,45	102,39
$j=4$	0,2698	15,46	0,0067	0,39	-0,1372	-7,86	-0,0921	-5,28	103,64
$j=5$	0,3100	17,76	0,0103	0,59	-0,1408	-8,07	-0,0885	-5,07	104,89
$j=6$	0,3144	18,01	0,0108	0,62	-	-	-0,0880	-5,04	105,04
Расчет 10-й впадины ведомого колеса									
$i=10$	α_{ij} , ра- дианы	α_{ij} , гра- дусы	Ω_{ij} , ра- дианы	Ω_{ij} , гра- дусы	Φ_{ij} , радиа- ны	Φ_{ij} , граду- сы	Φ_{sij} , радиа- ны	Φ_{sij} , граду- сы	r_{Hij} , мм
$j=1$	0,0000	0,00	0,0000	0,00	-0,0540	-3,10	-0,0224	-1,28	100,04
$j=2$	0,1573	9,01	0,0013	0,08	-0,0553	-3,17	-0,0211	-1,21	101,29
$j=3$	0,2213	12,68	0,0037	0,21	-0,0577	-3,31	-0,0187	-1,07	102,54
$j=4$	0,2696	15,45	0,0067	0,39	-0,0608	-3,48	-0,0157	-0,90	103,79
$j=5$	0,3098	17,75	0,0103	0,59	-0,0643	-3,69	-0,0121	-0,69	105,04
$j=6$	0,3098	17,75	0,0103	0,59	-	-	-0,0121	-0,69	105,04

У ведомого колеса будут симметричные впадины между зубьями, образованные участками эвольвентных кривых. Зубья ведомого колеса будут образовываться путем сопряжения эвольвент соседних секторов. Таким образом, у ведомого колеса будут несимметричные зубья, для профилирования вершин которых следует использовать линии сопряжения с переменным радиусом кривизны.

После построения профилей зубьев ведущей шестерни и впадин ведомого колеса, необходимо в дальнейшем решить задачу сопряжения участков эвольвентных кривых между соседними секторами, чтобы завершить профилирование зубчатых венцов [6, 8]. Следующим этапом должно стать изготовление опытных образцов этих некруглых колес, применение которых должно улучшить кинематические и динамические характеристики процесса движения колесно-щажгающего движителя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Скойбеда А. Т. Колесно-шагающий движитель и его динамические преимущества по сравнению с колесом / А. Т. Скойбеда И. М. Комяк В. Н. Жуковец / Механика-2011: сб. науч. тр. V Белорусского конгресса по теорет. и прикладной механике, Минск, 26–28 окт. 2011 г.: в 2 т. – Минск, 2011. – Том 1. – Стр. 138–144.
2. Скойбеда А. Т., Жуковец В. Н. Колесно-шагающие движители для транспортного средства высокой проходимости // Международный научно-технический журнал «Теоретическая и прикладная механика», Минск, 2013 г., вып. 28. – С. 228–233.
3. Беккер М. Г. Введение в теорию систем местность–машина. – М., «Машиностроение», 1973. – 520 с.
4. Котович С. В. Движители специальных транспортных средств. Часть I: Учебное пособие / МАДИ (ГТУ). – М., 2008. – 161 с.
5. Скойбеда А. Т., Комяк И. М., Жуковец В. Н. Применение некруглых зубчатых колес в приводе колесно-шагающего движителя / Республиканский межведомственный сборник научных трудов «Машиностроение». Выпуск 27. – Минск.: БНТУ, 2013. – С. 113–117.
6. Скойбеда А. Т., Жуковец В. Н. Расчет начальных линий некруглых зубчатых колес // Теоретическая и прикладная механика. Международный научно-технический сборник. Выпуск 31. 2016. – С. 110–117.
7. Скойбеда А. Т., Жуковец В. Н., Калина А. А., Комяк И. М. Перспективные ходовые системы мобильных машин / Сборник научных трудов «Актуальные вопросы машиноведения». Выпуск 8. – Минск, 2019. – Стр. 100–103.
8. Скойбеда А. Т., Жуковец В. Н. Применение линий сопряжения с заданной кривизной при профилировании несимметричных зубьев в приводе колесно-шагающего движителя / Сборник научных трудов «Актуальные вопросы машиноведения». Выпуск 10. – Минск, 2021. – Стр. 177–180.
9. Скойбеда А. Т., Жуковец В. Н. Рациональный профиль опорных башмаков колесно-шагающего движителя // Наука и техника. Международный научно-технический журнал. 2013. № 6. – С. 38–42.
10. Воднев В. Т., Наумович А. Ф., Наумович Н. Ф. Основные математические формулы: Справочник. Под ред. Богданова Ю. С. – Мн.: Выш. шк. 1995. – 380 с.
11. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). – М.: 1973. – 832 с.

Поступила: 31.03.2022