

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Маркетинг»

И. Е. Ругалёва

ОБРАБОТКА ДАННЫХ СРЕДСТВАМИ MATHCAD

Пособие

для студентов специальности

1-27 03 01 «Управление инновационными проектами
промышленных предприятий»

Минск
БНТУ
2022

УДК 51:004.9(075.8)
ББК 22.19я7
Р82

Р е ц е н з е н т ы:

доцент кафедры международного бизнеса Белорусского государственного экономического университета, канд. экон. наук, доцент *Е. Н. Дудко*;
кафедра экономического развития и менеджмента
Академии управления при Президенте Республики Беларусь
(зав. каф., канд. экон. наук, доцент *Д. Ф. Рутко*)

Ругалёва, И. Е.

Р82 Обработка данных средствами MathCad : пособие для студентов специальности 1-27 03 01 «Управление инновационными проектами промышленных предприятий» / И. Е. Ругалёва. – Минск : БНТУ, 2022. – 41 с.

ISBN 978-985-583-792-4.

Настоящее пособие предназначено для студентов первого курса очной формы обучения специальностей 1-27 03 01 «Управление инновационными проектами промышленных предприятий», 1-26 03 02 «Маркетинг», в нем представлен комплекс заданий линейной алгебры и математического анализа, снабженный необходимыми комментариями, порядком выполнения, индивидуальными заданиями по вариантам, контрольными вопросами.

УДК 51:004.9(075.8)
ББК 22.19я7

ISBN 978-985-583-792-4

© Ругалёва И. Е., 2022
© Белорусский национальный
технический университет, 2022

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ИНТЕРФЕЙСА	5
1.1. Работа в системе MathCad	6
1.2. Математические выражения	6
Типовые задания	8
Индивидуальные задания	9
Контрольные вопросы	12
2. СИМВОЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ	13
2.1. Символьные операции	13
2.2. Вывод символьных данных	13
Типовые задания	15
Индивидуальные задания	17
Контрольные вопросы	23
3. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ	24
3.1. Решение линейных уравнений	24
3.2. Системы линейных и нелинейных уравнений	27
Типовые задания	32
Индивидуальные задания	35
Контрольные вопросы	40
ЛИТЕРАТУРА	41

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность проблемы развития высшей математики диктует необходимость углубления и специальной подготовки студентов в данной области. В пособии рассмотрены вопросы, позволяющие сформировать у студента целостное и систематизированное представление о численных и аналитических вычислениях посредством системы MathCad, позволяющей выполнять математические расчеты и вычисления в виде таблиц и графиков с помощью компьютера в среде операционной системы Windows.

MathCad является универсальной системой компьютерной математики, в которой сочетаются эффективные методы вычислений, символьные преобразования, программирование, визуализация и анимация результатов с простотой записей выражений.

Система MathCad предназначена для быстрых и точных численных и аналитических (символьных) математических вычислений. С ее помощью можно решать такие задачи из разделов высшей математики, как линейная алгебра, математический анализ, теория вероятности, статистический анализ данных.

В пособии рассмотрены темы и задания по высшей математике с применением системы MathCad, которая предоставляет студентам возможность лучше понять, овладеть и усвоить учебный материал.

Материал структурирован и изложен по темам, каждая из которых включает типовые и индивидуальные задания, позволяющие углубить изучение таких вопросов, как операции с действительными величинами и числами, решение всевозможных алгебраических задач (действия с векторами и матрицами, дифференцирование и интегрирование функций) и задач, связанных с поиском глобального экстремума функции.

1. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ИНТЕРФЕЙСА

Интерфейс MathCad достаточно прост, чтобы пользователь мог быстро освоить основные приемы работы.

При запуске Mathcad отображается пустой документ, в который можно ввести текст, уравнения, графики и изображения.

Главное меню содержит основные пункты, в которых главными являются *Вид / Панели инструментов / Математика* и *Символьные операции*.

Документ MathCad представляет собой рабочий лист с размещенными блоками: математические выражения, фрагменты текста и графические области. Текстовые блоки размещаются в любом месте документа произвольно, используются для комментариев, а математическое выражение и графические области располагают слева направо и снизу вверх.

Математика в документе Mathcad отображается в привычной математической нотации: деление со штангой дробей, экспоненты в поднятом положении. При вводе букв или цифр они отображаются в окружении строк редактирования формул, чтобы показать, какие символы выбраны. Операторы вставляются при нажатии соответствующей кнопки на панелях инструментов оператора или клавиши.

Редактор уравнений Mathcad предназначен для работы в структуре математического выражения, так что выражения не столько типизируются, сколько создаются. Mathcad собирает детали, составляющие выражение, используя правила приоритета и некоторые дополнительные для упрощения ввода знаменателей, степеней и выражений в радикалах.

Панель инструментов *Форматирование* содержит списки прокрутки и кнопки для указания характеристик шрифта в уравнениях и тексте. Если курсор находится в математической области, в этом окне указывается математический стиль выделенных символов или области. Чтобы узнать, что делает кнопка, курсор необходимо навести на нее, пока в строке состояния не появится подсказка и описание.

1.1. Работа в системе MathCad

Рабочий лист, на котором располагаются блоки, – это документ программы MathCad. Блоки делятся на:

1. Математические выражения и графические области (располагаются слева направо, сверху вниз).

2. Фрагменты текста (размещаются произвольно, предназначены для комментариев).

Место ввода каждого блока указывается курсором, имеющим вне блоков вид красного крестика. Блоки можно копировать в буфер обмена, перемещать по рабочему листу, выделять.

Если текст введен без кавычек, то система воспринимает его как математическое выражение.

Ввод текста начинают с кавычек, курсор принимает вид вертикальной красной линии.

1.2. Математические выражения

Математические выражения содержат переменные, константы, операторы, функции, управляющие структуры. Переменные разделяют на локальные, глобальные, системные или встроенные.

Переменным до их использования следует присвоить значения. Действие локальных переменных осуществляют оператором присваивания «:=». Значения глобальных переменных известны в любом месте документа, в том числе и до точки их объявления. Для глобального присваивания используется знак «≡», расположенный на панели инструментов *Вычисление*. Системные или встроенные переменные определены в самой системе, с точностью TOL. Например, $\pi = 3,142$, $g = 9,807 \text{ м/с}^2$.

Для вычисления и вывода значения выражения предназначен знак «=».

Для ввода математических выражений применяются шаблоны и специализированные панели инструментов *Вид / Панели инструментов / Математика*, содержащие часто ис-

пользуемые функции, конструкции и отсутствующие на клавиатуре символы операций. Чтобы ввести математические выражения, необходимо просто расположить строки редактирования математики в документе и начать вводить числа или операторы, такие как «+» или «-».

Для получения результата функции в числовом виде переменную определяют как результат численного расчета в одной строке и применяют аналитическое преобразование.

Команда *Формат / Результат* применима для форматирования численных результатов как дробных или смешанных чисел, а для форматирования отдельного результата, не изменяя остальные, следует дважды щелкнуть нужный результат.

Чтобы расширить область в выражении – нажать *Пробел*.

Для вызова пунктирного прямоугольника выделения, нужно щелкнуть эту область, удерживая нажатой клавишу *Ctrl*.

Формулами в системе MathCad являются математические выражения и функции, ввод которых осуществляют с помощью панелей инструментов (рис. 1.1).

В математике функцией называют соответствие (закон), по которому каждому значению x ставится в соответствие определенное значение y . Основным способом задания функции является формула.

Встроенные функции, имеющиеся в MathCad, вызывают командой *Вставка / Функция* или кнопкой $f(x)$ на панели инструментов *Стандартная*. Имеется возможность создания *собственных* функций (*функции пользователя*) следующим образом:

имя(аргументы) := выражение .

Слева, после имени в скобках, перечисляются аргументы, а справа, после знака присваивания, записывается выражение, которое может содержать переменные, константы, формулы и функции.



Рис. 1.1. Панели инструментов программы Mathcad

В то время, как обычные переменные содержат одно значение, массивы (общий термин для матриц и векторов) содержат много значений. Они представлены в виде таблиц чисел, с заданным количеством строк и столбцов. Можно создавать и использовать массивы в расчетах так же, как числовые или скалярные переменные. Многие операторы и функции общего назначения могут использоваться с массивами, но также существуют некоторые специальные операторы и функции для манипулирования массивами.

Типовые задания

Задание 1. Вычислить значение выражения $1,2 \cdot \pi / 8$.

Указания:

1. Набрать последовательность символов $1,2 \cdot \pi / 8$ и завершить ее знаком « \Rightarrow ».

2. Щелкнуть левой клавишей мыши в любом месте рабочего листа. Получить результат в виде

$$1,2 \cdot \pi / 8 = 0,673.$$

В MathCad дробная часть от целой отделяется точкой. Отсутствующие на клавиатуре символы (например, π) вводятся с панелей инструментов.

Задание 2. Упростить выражение $(m + 3n)k - s^2(m + 3n) + s$.

Указания:

1. Ввести нужное выражение.

2. Выбрать команду *Символьные операции / Упростить* или соответствующую кнопку *simplify* на панели инструментов *Символы*:

$$(m + 3n)k - s^2(m + 3n) + s \text{ expand} \rightarrow mk + 3nk - s^2m - 3s^2n + s.$$

Задание 3. Ввести и отформатировать текст *Простейшие вычисления*.

Указания:

1. Установить курсор (красный крестик) на свободное место.

2. Ввести кавычки « ” » и набрать текст.

3. Выделить текст.

4. Установить параметры текста: шрифт Arial Cyr, курсив 12 пт, цвет синий – с помощью панели *Форматирование* или меню *Формат / Текст*.

Индивидуальные задания

Задание 1. Вычислить значения переменных по заданным исходных данных и расчетным формулам (табл. 1.1).

Таблица 1.1

Выбор варианта задания

Вариант	Расчетные формулы	Исходные данные
1	$a = \frac{\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)}{0,5 + \sin^2 y}; b = 1 + \frac{z^2}{3 + \frac{z^2}{5}}$	$x = 1,426$ $y = -1,22$ $z = 3,5$
2	$a = \left x^{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{x}{y}} \right ; b = (x - y) \frac{y - z(y - x)}{1 + (y - x)^2}$	$x = 1,825$ $y = 18,225$ $z = -3,298$
3	$s = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!}; k = x(\sin x^3 + \cos^2 y)$	$x = 0,335$ $y = 0,025$
4	$y = e - bf \sin(af + b) - \sqrt{bf + a}; s = b \sin(af^2) \times \cos(2f) - 1$	$f = -0,5$ $b = 10,7$ $f = 0,44$
5	$Y = e^{-bf} \sin(af + b) - \sqrt{bf + a}; S = b \sin(af^2) \times \cos(2f) - 1$	$a = -0,5$ $b = 10,7$ $f = 0,44$
6	$w = \sqrt{x^2 + b} - \frac{b^2 \sin^3(x + a)}{x}; Y = \cos^2 x^3 - \frac{x}{\sqrt{a^2 + b^2}}$	$a = 1,5$ $b = 15,5$ $x = -2,9$
7	$S = x^3 \operatorname{tg}^3(x + b)^2 + \frac{a}{\sqrt{x + b}}; Q = \frac{bx^2 - a}{e^{ax} - 1}$	$a = 16,5$ $b = 3,4$ $x = 0,61$
8	$R = \frac{x^2(x + 1)}{b} - \sin^2(x + a); Q = \sqrt{\frac{xb}{a}} + \cos^2(x + b)^2$	$a = 0,7$ $b = 0,05$ $x = 0,5$

Окончание табл. 1.1

Вариант	Расчетные формулы	Исходные данные
9	$S = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!}; K = x(\sin x^3 + \cos^2 y)$	$x = 0,335$ $y = 0,025$
10	$a = \frac{3 \cos(x - \frac{\pi}{3})}{0,25 + \sin^3 y}; b = 2 + \frac{z^3}{1 + \frac{z^3}{2}}$	$x = 1,426$ $y = -1,22$ $z = 3,5$
11	$Y = b \operatorname{tg}^2 x - \frac{a}{\sin^2(x/a)}; d = ae^{-a} \cos(bx/a)$	$a = 3,2$ $b = 17,2$ $x = -4,8$

Задание 2. Вычислите значения функции $f(x,y)$ на произвольном наборе переменных (табл. 1.2).

Таблица 1.2

Выбор варианта задания

Вариант	Функции $f(x,y)$
1	$\arcsin^2(x - \beta) + \frac{x^3 + x^2y + xy^2 + y^3}{1 - \frac{x}{a} + \frac{y}{\beta} \cos(x + \beta - 15^\circ)}$
2	$\frac{\sin 5^\circ \sqrt{x^2 + y^2}}{\operatorname{arctg}^2(x^4 + y^4)} (ax^2 + \frac{\beta}{ax^2y} + \beta y^2)$
3	$\sin^2(x - 56^\circ) + \frac{y^2 + xy + x^2}{a^2 + \beta^2} \arccos^2(x - \frac{\pi}{a})$
4	$e^{-(x^2 - y^2)} \frac{\cos(x/a) - \sin^2(y/\beta - 30^\circ)}{\arccos(\sqrt{a^2 + xy})}$

Вариант	Функции $f(x,y)$
5	$\frac{\sqrt[5]{ x^2 - y^2 \cos 48^\circ }}{x\sqrt{ay} + y\sqrt{\beta x}} - \operatorname{arctg}^3\left(\frac{xy}{a + \beta}\right)$
6	$\frac{\operatorname{tg}^2(ax/y + 10^\circ) - \operatorname{ctg}^2(\beta y/x)}{ax^2 + \beta y^2} e^{\sqrt{x+\sqrt{y}}}$
7	$\frac{x^3 + ax^2 + bx + c}{\sqrt{ x-a } + \sqrt{ y-\beta }} \left(\tau \cos^3 45 + \frac{x}{a} - 3 \arccos \psi y\right)$
8	$\frac{\sin(x + 35^\circ)(x-a)^3}{y + (x-a)^2} sh^2\left(-\left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{\beta}\right)^2\right)$
9	$\frac{x + y/\beta}{y + x/a} \arccos^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{y + x/a}{x - y/\beta} \arcsin^2 3y + 25^\circ$
10	$\frac{\arcsin^2 x}{\cos^2 x - \sin^2(x - 75^\circ)} \sqrt{ax^2 + a\beta xy + \beta y}$

Контрольные вопросы

1. Структура интерфейса системы Mathcad.
2. Назначение панелей инструментов и их виды.
3. Правила ввода формул и данных, текстовых блоков.
4. Правила ввода команд и символов математических операций.

2. СИМВОЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Система MathCad позволяет производить не только разнообразные вычисления, но и выполнять символьные операции, результатом которых являются не числа, а формулы.

Некоторые символы, которые можно использовать для имен переменных и функций, трудно ввести в Mathcad. Панель инструментов *Вид / Панели инструментов / Дополнительные символы* позволяет вводить их в математические области, нажимая кнопки. В настоящее время доступны следующие символы: F, C, \pm , \approx .

Функции температуры и функции обратной температуры predefined в Mathcad для присвоения и преобразования значений с единицами измерения температуры. Другие символы не predefined, они доступны для назначения собственных функций и имен переменных.

2.1. Символьные операции

Для символьного преобразования и вывода выражений предназначен знак « \rightarrow » (стрелка), который вводится с панелей инструментов или комбинацией клавиш *Ctrl + точка*.

Строковая переменная устанавливается в строке с помощью клавиши *стрелка вправо* вертикальным курсором выделения справа от последней пары кавычек без пробелов.

При вычислении выражения с символическим знаком равенства Mathcad упрощает результат, выполняя арифметику и комбинируя сходные переменные. Например, $2x + 5 + 4x - 3 \rightarrow 6x + 2$.

Для выполнения более сложных символьных операций можно вставить ключевое слово, указывающее операцию перед символьным знаком равенства.

2.2. Вывод символьных данных

Символьные операции полезны, хотя не всегда вид полученных формул дает ожидаемый результат (вместо упрощения

может получиться усложнение). Поэтому следует указывать тип преобразования, выбирая подходящие варианты на панели *Символические операции*.

Преобразование *Simplify* (*Упростить*) предназначено для приведения к общему знаменателю, подобных слагаемых, применению тригонометрических тождеств.

Преобразование *Expend* (*Расширить*) применяется для разложения по степеням, раскрытия скобок.

Преобразование *Collect* (*Собрать*) позволяет группировать подобные.

Преобразование *Solve* (*Решить*) выражает указанную переменную через другую в виде формулы, то есть аналитически решает уравнения или неравенства.

Операция *Solve* может быть полезна для получения и анализа формул при решении уравнений и неравенств и для оценки начальных приближений.

При использовании преобразований *Expend*, *Collect*, *Solve* необходимо указывать переменную, относительно которой производится операция.

Команда *Символьные операции* предназначена для символьных вычислений.

В то время как обычные переменные содержат одно значение, массивы (общий термин для матриц и векторов) содержат много значений. Они представлены в виде таблиц чисел с заданным количеством строк и столбцов. Можно создавать и использовать массивы в расчетах так же, как числовые или скалярные переменные. Многие операторы и функции общего назначения могут использоваться с массивами, но также существуют некоторые специальные операторы и функции для манипулирования массивами.

Для доступа к определенному элементу массива используется оператор подстрочного индекса. Для доступа к целому столбцу используется оператор столбца.

Любую матрицу можно вывести как изображение в оттенках серого командой *Вставка / Изображение*. Имеется воз-

возможность масштабирования отображаемых значений пикселей, соответствующих уровням серого от 0 до 255.

Если элемент матрицы с наибольшим индексом стоит первым, быстрота вычислений увеличивается.

Команда *Вставка / Элемент управления* служит для установки кнопок, ползунков, текстовых полей и других элементов управления в MathCad.

Типовые задания

Задание 1. Привести к общему знаменателю сумму дробей $\frac{3}{19} + \frac{47}{93}$.

Указания:

$$\frac{3}{19} + \frac{47}{93} \text{ simplify} \rightarrow \frac{1172}{1767}.$$

Задание 2. Преобразовать выражение $\frac{x^2 - 3x - 4}{x - 4} + 3x - 7$, сократив дробь, и привести подобные слагаемые.

Указания:

$$\frac{x^2 - 3x - 4}{x - 4} + 3x - 7 \text{ simplify} \rightarrow 4x - 6.$$

Задание 3. Преобразовать выражение $(x + y)^3$, раскрыв в нем скобки.

Указания:

$$(x + y)^3 \text{ expend}, x \rightarrow x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot y + 3 \cdot x \cdot y^2 + y^3.$$

Задание 4. Сгруппировать подобные слагаемые в выражении $x^2 - czx^2 + 2z^2x - x$.

Указания:

$$x^2 - czx^2 + 2z^2x - x \text{ collect, } x \rightarrow (1 - c \cdot z)^2 x^2 + (2 \cdot z^2 - 1) \cdot x.$$

Задание 5. Решить уравнение вида $x^2 + 2x - 3 = 0$ и неравенство $x^2 + 2x - 3 < 0$.

Указание:

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \text{ solve, } x \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix};$$

$$x^2 + 2x - 3 < 0 \text{ solve, } x \rightarrow -3 < x < 1.$$

Задание 6. Вычислить предел в точке (*Символьные операции / Вычислить / Аналитически*):

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x};$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sin x^2;$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax^2 + bxy + cy^2}{dx^2 + cxy + fy^2}.$$

Указание:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \rightarrow 1;$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sin x^2 \rightarrow 1;$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax^2 + bxy + cy^2}{dx^2 + cxy + fy^2} \rightarrow \frac{c}{f}.$$

Вычисление пределов справа и слева от точки x :

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} (\operatorname{tg} x) \rightarrow -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} (\operatorname{tg} x) \rightarrow \infty; \quad x := 0.0, 0.1 \dots 3.$$

График функции $\operatorname{tg}(x)$ показывают, что для этой функции при $x \rightarrow \pi/2$ предела в этой точке нет, но есть пределы справа и слева от нее.

Фраза «Underfined» появляется в том случае, если функция не имеет предела в этой точке.

Задание 7. Разложить функцию $f(x) = \frac{\cos(x)}{x}$ в ряд.

Указания:

1. Набрать выражение $\frac{\cos}{x}$.
2. Получить разложение командой *Символьные операции / Переменная / Разложить в ряд*:

$$\frac{\cos(x)}{x} = -\frac{x}{2} + \frac{1}{x} + \frac{x^3}{24}.$$

В разложении можно указать погрешность разложения.

Для вычисления производной аналитически необходимо заполнить оператор производной и нажать сочетание клавиш *Ctrl + точка*.

Индивидуальные задания

Задание 1. Вычислить значения выражения:

1) $\frac{5^3 + 4^2}{6^5 + 7^3};$

2) $\frac{-13^2}{2 \cdot 3^2 - 9^2 \cdot \sqrt{6 - \sqrt{20}}};$

- 3) $\cos(0,2\pi) + |0,5 - \operatorname{tg}(0,8)|$; 4) $\frac{2,35^5 - 1,3^2}{2 \cdot 0,3^2 - 1,1^2}$;
- 5) $\frac{12\sqrt{75}}{5\sqrt{3}} - 2\frac{3}{5}$; 6) $(3\sqrt{15} + \sqrt[4]{6})^2 - \sqrt[3]{5}(\sqrt{2} + \sqrt{3})$;
- 7) $\sqrt[5]{\frac{2}{7} + \sqrt[5]{121}}$; 8) $|\sin(0,1\pi) - \sin(0,4\pi)|$;
- 9) $1,5^{-2} + 3^{-3} + \sqrt{1,7}$; 10) $\operatorname{tg}(0,23)\sqrt{\sin(1,5) - \cos(0,2)}$.

Задание 2. Сгруппировать подобные слагаемые в заданном выражении функции (табл. 2.1). Найти предел при $x \rightarrow 3$, производную. Решить уравнение $g(x) = 0$. Найти решение неравенства вида $g(x) < 0$.

Таблица 2.1

Выбор варианта задания

Вариант	$g(x)$	Вариант	$g(x)$
1	$x^4 - 2x^3 + x^2 - 12x + 20$	6	$x^4 + x^3 - 17x^2 - 45x - 100$
2	$x^4 + 6x^3 + x^2 - 4x - 60$	7	$x^4 - 5x^3 + x^2 - 20x + 25$
3	$x^4 - 14x^2 - 40x - 75$	8	$x^4 - 4x^3 - 2x^2 - 20x + 25$
4	$x^4 - x^3 + x^2 - 11x + 10$	9	$x^4 + 5x^3 + 7x^2 + 7x - 20$
5	$x^4 - x^3 - 29x^2 - 71x - 140$	10	$x^4 + 7x^3 + 9x^2 + 13x - 30$

Задание 3. Разложите выражения (табл. 2.2) на элементарные дроби.

Таблица 2.2

Выбор варианта задания

1	$\frac{6x^2 - x + 1}{x^3 - x}$	2	$\frac{3x^2 - 2}{(x^2 + x + 1)(x + 1)}$	3	$\frac{7x^3 - x + 2}{x^2 - x}$
---	--------------------------------	---	---	---	--------------------------------

4	$\frac{x+1}{x(x-1)^3}$	5	$\frac{5x^2-4x+16}{(x^2-x+1)^2(x-3)}$	6	$\frac{x-1}{x(x+1)^2}$
7	$\frac{x+3}{x(x+1)^3}$	8	$\frac{3x^2-2}{(x^2+x+1)(x+1)}$	9	$\frac{8x^3+x+3}{x^3-x}$
10	$\frac{7x^2-x+1}{x^2-x}$	11	$\frac{5x^2-7}{(x^2+x-1)(x-1)}$	12	$\frac{x+7}{x(x+1)^3}$

Задание 4. Вычислить интеграл от аналитически заданной функции (табл. 2.3) с помощью операции *Символьные операции / Переменные / Интегрировать*.

Таблица 2.3

Выбор варианта задания

Вариант	Неопределенные интегралы	Определенные интегралы	Производные
1	$\int \frac{x^4 + 5\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}} dx$	$\int_0^{\pi} \sin x^{3x} dx$	$\frac{d}{dx} [(x+1)^2(x-2)^3]$
2	$\int \frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$	$\int_0^1 e^{kx} dx$	$\frac{d}{dx} (\sin x + \operatorname{tg} x)$
3	$\int \cos(4x)^5 \sin x dx$	$\int_{-1}^1 \frac{dx}{1+x^2}$	$\frac{d}{dx} (e^x + \ln x - \sin x + \sqrt[3]{x})$
4	$\int \frac{x^2}{4x^3+9} dx$	$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos x^2} dx$	$\frac{d}{dx} (2^x \sin x + e^{3x})$
5	$\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$	$\int_1^2 \frac{1}{x(1+x^4)} dx$	$\frac{d}{dx} \left[\frac{10}{\operatorname{tg} x} + 5 \ln x + 6\sqrt[4]{x} \right]$

Вариант	Неопределенные интегралы	Определенные интегралы	Производные
6	$\int \frac{dx}{\sin x^2 \cos x^2}$	$\int_3^{10} \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x+6}}$	$\frac{d}{dx}(\sin x^3 + \operatorname{ctg} x)$
7	$\int \frac{dx}{1 + \sin x}$	$\int_0^{\infty} \frac{1}{(1+x)^3} dx$	$\frac{d}{dx}(e^{\operatorname{tg} x^2})$
8	$\int \cos \ln(x) dx$	$\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{1+x^2} dx$	$\frac{d}{dx} \left(\frac{\sqrt[4]{\ln(\sin(x)+2)}}{(\operatorname{tg} x)^3} \right)$
9	$\int \frac{dx}{\cos x^2}$	$\int_0^1 (\ln(x)) dx$	$\frac{d}{dx}(5^x \cos x + e^{5x})$
10	$\int \frac{\sin x^2}{\cos x} dx$	$\int_0^1 \frac{\sin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$	$\frac{d}{dx} \left(\frac{5}{\operatorname{ctg} x} + \ln x^6 + 5\sqrt[4]{x} \right)$

Задание 5. Вычислить вторую производную функции $f(x)$ (табл. 2.4), применяя команду *Символьные операции / Переменные / Дифференцировать*.

Таблица 2.4

Выбор варианта задания

Вариант	$f(x)$	Вариант	$f(x)$
1	$1 / (\operatorname{tg} 2x + 1)$	6	$x^2 \operatorname{arctg}(x / 3)$
2	$\cos x / (2x + 5)$	7	$e^{2x} \sin(3x)$
3	$1 / (x\sqrt{x^3 + 4})$	8	$\operatorname{ctg}(2x) / \sin(2x)^2$
4	$\sin x / (2 + \cos x)$	9	$(x + 1) \sin x$
5	$x^2 \operatorname{lg}(x + 3)$	10	$5x + x \operatorname{lg}(x)$

Задание 6. Для матрицы M вычислить определитель, транспонированную и обратную матрицы, $M \cdot M^{-1}$, ранг матрицы.

Для матриц вида

$$M = \begin{vmatrix} -a & b & c \\ -m & n & k \\ c & b & -a \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} b & -c \\ m & b \\ n & k \end{vmatrix};$$

$$C = \begin{vmatrix} n & a \\ m & b \end{vmatrix}; D = \begin{vmatrix} a-b \\ -n \\ c+b \end{vmatrix}; A = |b-a \quad c|; K = \begin{vmatrix} n & -a & a+b \\ m & b & n+m \\ c & n & c-b \end{vmatrix}.$$

Выполнить действия с матрицами (табл. 2.5), в соответствии с вариантом задания.

Таблица 2.5

Выбор варианта задания

Вариант	Значение элементов матриц	Вычислить
1	$a = 1; b = 0,5; c = -1;$ $m = 2; k = -2,1; n = -0,8$	1) $A + A \cdot M$; 2) $B \cdot C$; 3) M^3 ; 4) $D + m \cdot K$; 5) $A \cdot D + D \cdot M$; 6) K^{-2}
2	$a = -2; b = 1; c = 1,5;$ $m = -3; k = -0,1; n = 1,8$	1) $A + B \cdot M$; 2) $M \cdot C$; 3) B^3 ; 4) $C + m \cdot K$; 5) $AB + D \cdot K$; 6) D^{-3}
3	$a = -1; b = 5; c = 1,3;$ $m = 0,9; k = 0,1; n = -0,5$	1) $A - M$; 2) $B - a \cdot C$; 3) $M^2 - B$; 4) $D - K$; 5) $A + 7 \cdot D$; 6) A^{-2}
4	$a = 1; b = 0,5; c = 1;$ $m = 0,2; k = 0,27; n = 0,7$	1) A^2 ; 2) $B \cdot C + M$; 3) $n \cdot M^2$; 4) $D - K$; 5) $A \cdot B - D \cdot C$; 6) D^{-2}

Вариант	Значение элементов матриц	Вычислить
5	$a = 3; b = 2,1; c = 0,91;$ $m = 1,2; k = 1; n = 3$	1) $A^2 + M$; 2) $B - M$; 3) $b \cdot C^{-3}$; 4) $D + 3K$; 5) $A \cdot K - D$; 6) M^{-2}
6	$a = 4; b = -0,5; c = -1;$ $m = 3,2; k = 1,1; n = 1,8$	1) $A + B \cdot M$; 2) $M \cdot C$; 3) B^3 ; 4) $C + m \cdot K$; 5) $AB + D \cdot K$; 6) D^{-3}
7	$a = 1; b = 2,5; c = 0,3;$ $m = 1; k = -2,1; n = -0,8$	1) $A - M$; 2) $B - a \cdot C$; 3) $M^2 - B$; 4) $D - K$; 5) $A + 7 \cdot D$; 6) A^{-2}
8	$a = 2; b = 0,5; c = -1,1;$ $m = 2; k = 1,9; n = -3,8$	1) A^2 ; 2) $B \cdot C + M$; 3) $n \cdot M^2$; 4) $D - K$; 5) $A \cdot B - D \cdot C$; 6) D^{-2}
9	$a = 3; b = -2,5; c = 4;$ $m = 3; k = -2,1; n = 0,8$	1) $A^2 + M$; 2) $B - M$; 3) $b \cdot C^{-3}$; 4) $D + 3K$; 5) $A \cdot K - D$; 6) M^{-2}
10	$a = 3,1; b = 1,5; c = 2,1;$ $m = 3,2; k = 1,1; n = -1,6$	1) $A + A \cdot M$; 2) $B \cdot C$; 3) M^3 ; 4) $D + m \cdot K$; 5) $A \cdot D + D \cdot M$; 6) K^{-2}

Задание 7. Вычислите пределы согласно варианту (табл. 2.6).

Таблица 2.6

Выбор варианта задания

Вариант	Предел	Вариант	Предел
1	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x + 5}{x^2 + 1}$	6	$\lim_{x \rightarrow -\infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x)$
2	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (2 \sin x - \cos x + \operatorname{ctg} x)$	7	$\lim_{x \rightarrow 0} x + (1 + x)^{\frac{1}{x}}$

Вариант	Предел	Вариант	Предел
3	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{5}$	8	$\lim_{x \rightarrow n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$
4	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3}}{\sqrt[3]{x^3 + 1}}$	9	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 3x + 7}{x^3 + 2}$
5	$\lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x)$	10	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (3 \sin x - \cos x - \operatorname{tg} x)$

Контрольные вопросы

1. Каковы способы ввода векторов и матриц в Mathcad?
2. Охарактеризуйте действия с символьными операциями над выражениями, переменными, матрицами, функциями.
3. Как определить собственную функцию в Mathcad?

3. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ

MathCad содержит мощные средства решения систем уравнений, собранные в категории *Solving (Решить)* и вызываются нажатием кнопки $f(x)$ на панели инструментов *Стандартная*. Рассмотрим некоторые способы решения уравнений в MathCad.

3.1. Решение линейных уравнений

Mathcad поддерживает множество функций для решения одного уравнения в одном неизвестном с помощью больших систем линейных, нелинейных и дифференциальных уравнений с несколькими неизвестными. Существует также множество процедур подгонки и интерполяции для генерации функций и аппроксимаций к данным.

Блок решения относится к группе команд Mathcad, используемых для решения *системы* линейных, дифференциальных уравнений или дифференциальных уравнений в частных производных, задачи оптимизации или задачи линейного программирования.

Блоки решения позволяют настроить эти задачи в натуральной математической нотации, поэтому ограничения, функции и начальные значения проще идентифицировать.

Каждый блок решения включает ключевое слово *Given*, набор ограничений, набор уравнений и функцию решения.

Структура блока решения:

1. Ключевое слово *Given*, вводимое как математическая область.

2. Набор уравнений и / или неравенств, представляющих ограничения. Для создания этих ограничений на логической панели инструментов предназначены следующие операторы: логические значения равны; больше, чем; больше или равно; менее, чем; меньше или равно. Равенство обозначается логическими равными, $Ctrl + [=]$.

Функции для решения и оптимизации решают линейные и нелинейные уравнения и системы уравнений. Функции *Найти (Find)*, *Максимизировать (Maximize)*, *Минимизировать (Minimize)* и *Минерар (Minerr)* используют, главным образом, внутри блоков решения, что позволяет получать естественное представление. Остальные функции используют в программах для интерактивных вычислений или самостоятельно в одном выражении.

Функция *Полирооты (Polyroots)* служит для нахождения корней многочлена, а функция *root()* решает одно уравнение в одном неизвестном.

В Mathcad численное значение корня быстро и точно определяется с помощью функции *root()*. Имеются некоторые задачи, для которых возможности Mathcad позволяют находить решения в символьном (аналитическом) виде.

Множество значений приближений можно задавать с помощью ранжированной переменной. При удачном выборе ее шага функция *root(f(x),x)* возвращает сразу все корни, причем некоторые из них могут повторяться.

Точность вычислений в MathCad задается системной переменной TOL. По умолчанию TOL = 0,001. При необходимости требуемое значение может быть присвоено непосредственно на рабочем листе либо в окне вызываемого меню *Формат / Результат*.

Чтобы решить уравнение символически, нужно ввести уравнение, используя логический знак равенства (*Ctrl + [=]*), или нажать *Ctrl + Shift + [.]* и ввести ключевое слово *solve*, или щелкнуть решение на символьной панели инструментов, затем нажать *Enter*.

Если функция содержит более одной переменной, введите запятую после *Решить (Solve)*, а затем разделенный запятыми список переменных, для которых требуется найти решение. По возможности Mathcad возвращает символьные решения уравнения, иначе возвращается числовое.

Если ранее переменной, для которой выполняется решение, было назначено числовое значение, то Mathcad возвращает ошибку. Чтобы решить эту проблему или очистить значение переменной, введите $x := x$ или примените ключевое слово *explicit*.

Если уравнение имеет несколько решений, Mathcad возвращает ее в векторе, если решение не является периодическим.

Чтобы решить уравнение, правая сторона которого равна 0, необходимо ввести только левую его сторону. Например, можно решить $x - 9 = 0$ следующим образом: $x - 9 \text{ solve} \rightarrow 9$.

Если уравнение содержит более одной переменной, необходимо указать переменную, которую требуется решить после *solve*.

Если уравнение включает числа с десятичными точками, MathCad возвращает десятичный ответ. Например, $5x - 4,5 = 0 \text{ solve} \rightarrow 0,9$.

Если уравнение имеет периодическое решение, то *solve* возвращает единственное значение из набора решений. Например, $\sin(x) = 0 \text{ solve} \rightarrow 0$.

Чтобы увидеть более подробное решение, добавляют модификатор *fully* после *solve*.

MathCad возвращает решение в виде новой генерируемой переменной, представляющей произвольное целое число. Созданной переменной предшествует подчеркивание, чтобы избежать конфликтов с другими переменными, которые вы могли определить в другом месте листа.

Использование векторных и матричных операций упрощает решение многих практических задач, данные в которых можно интерпретировать как векторы или матрицы, а также лежит в основе многих методов решения уравнений и систем.

Работа с векторами и матрицами обеспечивается набором встроенных функций на панели инструментов *Матрица*.

Матрицей называют поименованную область элементов, которые размещаются в таблице и упорядочены по индексам (номерам строк и столбцов). Индексы могут иметь только целочисленные значения и начинаться с нуля или единицы (это

касается как строк, так и столбцов). Это значение следует установить в начале работы на вкладке *Сервис / Параметры* или присвоить $ORIGIN := 1$ непосредственно на рабочем листе.

Обратной называют матрицу, умножение которой на исходную дает единичную матрицу, у которой диагональные элементы равны 1, остальные – 0.

Векторы и матрицы задаются или заполнением шаблона вручную, или с использованием в качестве индексов ранжированной переменной, если возможен способ вычисления значений элементов через их индексы.

3.2. Системы линейных и нелинейных уравнений

Простейшим методом решения систем линейных алгебраических уравнений является метод обратной матрицы, в котором вектор V решения системы равен произведению обратной матрицы коэффициентов при неизвестных M^{-1} и вектора-столбца правых частей V :

$$X = M^{-1}V.$$

Данный метод реализуется встроенной функцией $Isolve(M,V)$.

Пример 1. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 12x - y + z = 6; \\ z + x - y = 2; \\ 5x + 4y - 2z = 4. \end{cases}$$

Указания:

1. Ввести матрицу коэффициентов при неизвестных M и векторе-столбце V правых частей уравнений.

$$M := \begin{pmatrix} 12 & -5 & 1 \\ 1 & -2 & -7 \\ 5 & 3 & -2 \end{pmatrix}; \quad V := \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислить определитель системы $|M| = 478$, проверив условие о единственности решения.

3. Записать произведение $M^{-1}V$ и вывести результат.

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} 0,594 \\ 0,176 \\ -0,251 \end{pmatrix}.$$

Решение с функцией $Lsolve(M,V)$ отличается последним этапом, на котором она записывается. Матрица коэффициентов и вектор-столбец являются ее аргументами.

lsolve решает линейную систему уравнений, заданных в матричной записи.

Haytm решает линейные или нелинейные системы уравнений.

Максимизация (*минимизация*) максимизирует (минимизирует) значение функции, включая линейное программирование.

Minerr минимизирует ошибку наименьших квадратов при решении системы уравнений, решая систему приблизительно.

Используют следующие функции для нахождения решения:

– *Haytm* (*Find*) или *Минерар* (*Minerr*) для решения системы уравнений;

– *Максимизировать* (*Maximize*) или *Минимизировать* (*Minimize*) для оптимизации функции;

– *Odesolve* для решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений;

– *Pdesolve* для решения систем дифференциальных уравнений в частных производных.

Методы и алгоритмы решения

Блоки решения могут быть решены численно или, в случае поиска, символически. Символьная оценка недоступна для дифференциальных уравнений или задач \max / \min . Функции решения и оптимизации системы могут использовать множество алгоритмов, в зависимости от класса задачи в блоке решения. Существует несколько обычных дифференциальных

уравнений и алгоритмов дифференциальных уравнений в частных производных.

Блоки решения сначала оценивают свои ограничения, используя начальные приближения для проверки ошибок и определения области решения, что может диктовать, возвращаются ли реальные или сложные решения. Если проблема рассматривается, как реальные и сложные результаты встречаются во время решения, то принимаются абсолютные значения. Если тип является сложным, то комплексные результаты выполняются как есть.

Во всех методах численного решения нелинейные задачи очень чувствительны к начальным приближениям, к которым применяются примечания по выбору и изменению начальных приближений для корневой функции. Для решения систем уравнений служит функция *Найти* (*var1*, *var2*, ...). Возвращает значения *var1*, *var2*, ..., которые удовлетворяют уравнениям и неравенствам в блоке решения. Если решается для *n* переменных, блок решения должен иметь *n* уравнений. Допускается матричная нотация, как и решение для матричных переменных. Функция *Найти* выбирает подходящий метод из группы доступных методов, в зависимости от того, является ли задача линейной или нелинейной, и других атрибутов.

var1, *var2*, ... – скалярные или матричные переменные, найденные в системе уравнений. Начальные приближения для каждой переменной должны быть определены выше ключевого слова *Given* или в теле блока решения. Если ожидается, что решения будут сложными, необходимо использовать комплексные начальные приближения.

Уравнения, которые должны быть решены, определяются с помощью булевых равных. Значения в уравнениях и начальные приближения могут быть определены в теле блока с использованием знака «= \Rightarrow ». Вывод функции *Найти* может быть назначен одной переменной, вектору явных имен переменных или функции других имен переменных в блоке решения (включая переменные приближения), параметризируя блок

решения. Если переменные имеют различные единицы измерения, они могут быть назначены только явному вектору имен или явному вектору имен функций, чтобы избежать смешанных единиц измерения в матрицах.

Если существует одна неизвестная скалярная переменная, решение является *скалярным*. В противном случае решением является *вектор*, первый элемент которого *var1*, второй – *var2* и так далее. Невозможно выполнить решение для одного элемента вектора, используемого в блоке. Все векторные значения корректируются одновременно для минимизации ошибки.

TOL и CTOL могут влиять на решение нелинейных систем. Установка этих значений слишком маленькими может привести к тому, что решатель не сойдется. Если настройка этих параметров не помогает, используются другие начальные приближения или добавляется ограничение неравенства.

Если система не сходится и необходимо знать найденное решение, даже если оно не соответствует критериям сходимости, то используют конструкцию *Minerr*. Если система не сойдется, можно выполнить другие действия, чтобы переопределить сообщения об ошибках.

Для решения систем уравнений и неравенств с n неизвестными применяется конструкция *Given / Find* (*Дано / Найдти*).

Наибольшая трудность при решении систем нелинейных уравнений состоит в определении начальных приближений, которые должны задаваться до блока решений, начинающегося ключевым словом *Given* (*Дано*). Внутри блока помещаются уравнения и неравенства. Завершает блок решения функция от n аргументов *find*(x_1, x_2, \dots, x_n). Они перечисляются в том порядке, в котором будут выведены в вектор-столбец решения системы.

Пример 2. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} y - 1 = x^3 - 5x; \\ x^2 = y + 1. \end{cases}$$

Указания:

1. Задать начальные приближения, например, (1;1), которые можно определить графическим способом.
2. Набрать ключевое слово *Given*.
3. Ввести уравнения, используя операторы логического сравнения.
4. Завершить блок функцией $find(x,y)$, получить решение системы:

$$\begin{aligned}x &:= 1 \\y &:= 1 \\given \\y - 1 &= x^3 - 5x \\x^2 &= y + 1 \\find(x, y) &= \begin{pmatrix} 0,382 \\ -0,854 \end{pmatrix}.\end{aligned}$$

Конструкция *Given / Find (Дано / Найми)* позволяет быстро получить символьное решение систем линейных алгебраических уравнений и линейных, квадратных, кубических систем. В этом случае начальные приближения перед блоком решения не задаются. После символьных решений можно ставить знак вычислений « \Rightarrow » и получить численные решения.

Чтобы решить систему уравнений символически, используют блок решения и функцию поиска с символьным оператором. Кроме того, можно создать вектор столбца с каждым элементом, содержащим одно уравнение в системе, и решить с помощью оператора *live symbolics*, указав вектор столбца или разделенный запятыми список системных переменных после ключевого слова *solve*.

Другой метод – выбрать только переменную, для которой требуется решить, а не все выражение, и выбрать пункт *Переменная (Variable)* в меню *Символика (Symbolics)*. В этом случае результат не будет обновляться автоматически при внесении из-

менений в другое место листа. Чтобы устранить неравенство, выполните описанную выше процедуру, за исключением типов $>$, $<$, \leq ($Ctrl + \langle 9 \rangle$) или \geq ($Ctrl + \langle 0 \rangle$), вместо $Ctrl + \langle = \rangle$.

Графический способ решения уравнения позволяет в простом и наглядном виде отделять и уточнять корни.

Можно включить уравнения ограничения в вектор столбца с уравнениями, чтобы ограничить решение диапазоном, например, $y > 0$.

Решение систем уравнений, уравнений неравенства или периодических уравнений может дать некоторые особые результаты, которые не имеют значения при численной оценке.

Можно найти корни численно с помощью функции корня, решить линейные системы численно с помощью функции *Lsolve* или решить линейные / нелинейные системы с помощью блока решения.

Типовые задания

Задание 1. Решить систему линейных уравнений методом Крамера.

Указания:

1. Переменной *ORIGIN* присваивается значение равное единице.
2. Ввод матрицы системы и столбца правых частей.
3. Вычисление определителя матрицы системы. Система имеет единственное решение, если определитель отличен от нуля.
4. Вычисление определителей матрицы, полученных заменой соответствующего столбца столбцом правых частей.
5. Определение решения системы по формулам Крамера.

ORIGIN := 1

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}; b := \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}; \Delta := |A|, = -3;$$

$$\Delta_1 := \begin{bmatrix} 7 & 2 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} = -3; \Delta_2 := \begin{bmatrix} 1 & 7 & 3 \\ 1 & 5 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} = 0; \Delta_3 := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} = -6;$$

$$x_1 := \frac{\Delta_1}{\Delta}; x_1 = 1; x_2 := \frac{\Delta_2}{\Delta}; x_2 = 0; x_3 := \frac{\Delta_3}{\Delta}; x_3 = 2.$$

Задание 2. Решить линейной системы методом Гаусса.

Указания:

1. Ввод матрицы системы и матрицы-столбца правых частей.
2. Формирование расширенной матрицы системы – функция *augment(A,b)*.
3. Приведение расширенной матрицы системы к ступенчатому виду – функция *rref(Ar)*.
4. Формирование столбца решения системы – функция *submatrix(Ag,1,3,4,4)*.
5. Проверка правильности решения умножением матрицы системы на вектор-столбец решения.

ORIGIN := 1

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}; b := \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix};$$

$$Ar := \text{augment}(A,b); Ar = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 7 \\ 1 & 3 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{bmatrix};$$

$$Ag := \text{rref}(Ar); g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix};$$

$$x := \text{submatrix}(Ag,1,3,4,4); X = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; AX - b = \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix};$$

Задание 3. Используя функцию *Lsolve*, найти решение системы

$$\begin{cases} 2x_1 + 12x_2 - 4 = 40; \\ x_2 + 7x_3 = 4; \\ 10x_1 + 5x_2 = 20. \end{cases}$$

и выполнить проверку найденного решения.

Указания:

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 12 & -4 \\ 0 & 1 & 7 \\ 10 & 5 & 0 \end{bmatrix}; \quad b := \begin{bmatrix} 40 \\ 4 \\ -20 \end{bmatrix};$$

$$X := \text{Lsolve}(a,b); \quad |A| = 810; \quad X = \begin{bmatrix} 40 \\ 4 \\ -20 \end{bmatrix}; \quad AX - b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Задание 4. Решить систему линейных уравнений

$$\begin{cases} x + 2y + z + 3 = 7; \\ x - 3y + 2z = 5; \\ z = 3. \end{cases}$$

Указания:

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix};$$

$$b := \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}; \quad X = A^{-1}b; \quad X = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \quad AX - b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$X := \text{Lsolve}(a,b); \quad X = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Задание 5. Решить систему уравнений с помощью функции *find*.

Указания:

Начальные приближения:

$$x_1 := 0; \quad x_2 := 0; \quad x_3 := 0.$$

given

$$100x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 100;$$

$$6x_1 + 200x_2 + 100x_3 = 500;$$

$$\text{find}(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} 0,905 \\ 3,219 \\ 4,927 \end{pmatrix}.$$

Индивидуальные задания

Задание 1. Исследовать и найти решение системы (табл. 3.1):

– по формулам Крамера;

– методом Гаусса.

Таблица 3.1

Выбор варианта задания

Вариант	Условие	Вариант	Условие
1	$A := \begin{bmatrix} 0.005 & 0.004 & 0.150 & 0 \\ -0.097 & -0.033 & 0.067 & -0.098 \\ 0.025 & 0.033 & 0.05 & 0 \\ 2.857 & 0.100 & -0.300 & 0,025 \end{bmatrix}$ $B := \begin{bmatrix} 0.057 \\ -0.097 \\ 0 \\ 0.025 \end{bmatrix}$	4	$A := \begin{bmatrix} 0.01 & 0.008 & 0.2 & 0.05 \\ -0.08 & 0 & 0.013 & 0.05 \\ 0.25 & 0.067 & 0.067 & 0.069 \\ 0.0057 & 0.15 & -0.267 & 0.05 \end{bmatrix}$ $B := \begin{bmatrix} 0.186 \\ -0.126 \\ 0.646 \\ 0.0086 \end{bmatrix}$
2	$A := \begin{bmatrix} 0.015 & 0.012 & 0.25 & 0.1 \\ -0.07 & -0.033 & 0.02 & 0.075 \\ 0.35 & 0.1 & 0.075 & 0.11 \\ 0.0086 & 0.2 & -0.233 & 0.075 \end{bmatrix}$ $B := \begin{bmatrix} 0.388 \\ -0.084 \\ 1.357 \\ 0.149 \end{bmatrix}$	5	$A := \begin{bmatrix} 0.02 & 0.016 & 0.3 & 0.15 \\ -0.06 & 0.067 & 0.027 & 0.1 \\ 0.45 & 0.133 & 0.08 & 0.139 \\ 0.011 & 0.25 & -0.2 & 0.1 \end{bmatrix}$ $B := \begin{bmatrix} 0.662 \\ 0.029 \\ 2.312 \\ 0.379 \end{bmatrix}$
3	$A := \begin{bmatrix} 0.025 & 0.02 & 0.35 & 0.2 \\ -0.05 & 0.1 & 0.033 & 0.125 \\ 0.55 & 0.167 & 0.083 & 0.161 \\ 0.014 & 0.3 & -0.167 & 0.125 \end{bmatrix}$ $B := \begin{bmatrix} 1.008 \\ 0.212 \\ 3.597 \\ 0.7 \end{bmatrix}$	6	$A := \begin{bmatrix} 0.03 & 0.024 & 0.4 & 0.25 \\ -0.04 & 0.133 & 0.04 & 0.15 \\ 0.65 & 0.2 & 0.086 & 0.179 \\ 0.017 & 0.35 & -0.133 & 0.15 \end{bmatrix}$ $B := \begin{bmatrix} 1.427 \\ 0.465 \\ 4.465 \\ 1.111 \end{bmatrix}$

Окончание табл. 3.1

Вариант	Условие	Вариант	Условие
7	$A := \begin{bmatrix} 0.035 & 0.028 & 0.45 & 0.3 \\ -0.03 & 0.167 & 0.047 & 0.175 \\ 0.75 & 0.233 & 0.088 & 0.195 \\ 0.02 & 0.4 & -0.1 & 0.175 \end{bmatrix}$ $B := \begin{bmatrix} 1.918 \\ 0.788 \\ 6.611 \\ 1.613 \end{bmatrix}$	9	$A := \begin{bmatrix} 0.04 & 0.032 & 0.6 & 0.45 \\ -0.02 & 0.2 & 0.053 & 0.2 \\ 0.85 & 0.267 & 0.089 & 0.208 \\ 0.023 & 0.45 & -0.067 & 0.2 \end{bmatrix}$ $B := \begin{bmatrix} 2.481 \\ 1.182 \\ 8.52 \\ 2.205 \end{bmatrix}$
8	$A := \begin{bmatrix} 0.045 & 0.036 & 0.55 & 0.4 \\ -0.01 & 0.233 & 0.06 & 0.225 \\ 0.95 & 0.3 & 0.09 & 0.22 \\ 0.026 & 0.5 & -0.033 & 0.225 \end{bmatrix}$ $B := \begin{bmatrix} 3.117 \\ 1.646 \\ 10.664 \\ 2.888 \end{bmatrix}$	10	$A := \begin{bmatrix} 0.05 & 0.04 & 0.6 & 0.45 \\ 0 & 0.267 & 0.067 & 0.25 \\ 1.05 & 0.333 & 0.091 & 0.23 \\ 0.029 & 0.55 & 0 & 0.25 \end{bmatrix}$ $B := \begin{bmatrix} 3.825 \\ 2.181 \\ 13.045 \\ 3.661 \end{bmatrix}$

Задание 2. Найти корни уравнения (табл. 3.2) графическим способом, уточнить корни с помощью функции *root()* и конструкции *given / find*.

Таблица 2

Выбор варианта задания

Вариант	$f(x)$	Вариант	$f(x)$
1	$e^{x-1} - x^3 - x;$ $x \in [0;1]$	2	$0,25x^3 + x - 2;$ $x \in [0;2]$

Вариант	$f(x)$	Вариант	$f(x)$
3	$x - \frac{1}{3 + \sin(3,6x)};$ $x \in [0;1]$	7	$\arccos \frac{1-x^2}{1+x^3} - x;$ $x \in [2;3]$
4	$\arccos x - \sqrt{1-0,3x^3};$ $x \in [0;1]$	8	$3x - 4 \ln x - 5;$ $x \in [2;4]$
5	$\sqrt{1-0,4x^2} - \arcsin x;$ $x \in [0;1]$	9	$e^x - e^{-x} - 2;$ $x \in [0;1]$
6	$3x - 14 + e^x - e^{-x};$ $x \in [1;3]$	10	$\sqrt{1-x} - \operatorname{tg} x;$ $x \in [0;1]$

Задание 3. Найти корни уравнения $g(x) = 0$ (табл. 3.3) с помощью функции *polyroots(V)*. Для определения начальных значений построить график функции.

Таблица 3.3

Выбор варианта задания

Вариант	$g(x)$	Вариант	$g(x)$
1	$x^4 - 2x^3 + x^2 - 12x + 20$	6	$x^4 + x^3 - 17x^2 - 45x - 100$
2	$x^4 + 6x^3 + x^2 - 4x - 60$	7	$x^4 - 5x^3 + x^2 - 15x + 50$
3	$x^4 - 14x^2 - 40x - 75$	8	$x^4 - 4x^3 - 2x^2 - 20x + 25$
4	$x^4 - x^3 + x^2 - 11x + 10$	9	$x^4 + 5x^3 + 7x^2 + 7x - 20$
5	$x^4 - x^3 - 29x^2 - 71x - 140$	10	$x^4 - 7x^3 + 7x^2 - 5x + 100$

Задание 4. Найти решения системы линейных уравнений (табл. 3.4) с помощью конструкции *given / find* и функции *Lsolve*.

Таблица 3.4

Выбор варианта задания

Вариант	Система линейных уравнений	Вариант	Система линейных уравнений
1	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 8; \\ 3x_1 + 3x_3 = 6; \\ 2x_1 - x_2 + 3x_4 = 4; \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \end{cases}$	6	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 5x_3 + x_4 = -4; \\ x_1 - 3x_2 - 6x_4 = -7; \\ 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 2; \\ x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 6x_4 = -2 \end{cases}$
2	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 22; \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 17; \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 8; \\ x_1 - 2x_3 - 3x_4 = -7 \end{cases}$	7	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 26; \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 34; \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 26; \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 26 \end{cases}$
3	$\begin{cases} 9x_1 + 10x_2 - 7x_3 - x_4 = 23; \\ 7x_1 + x_3 - 5x_4 = 37; \\ 5x_1 - 2x_3 + x_4 = 22; \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 26 \end{cases}$	8	$\begin{cases} 2x_1 - 8x_2 - 3x_3 - 2x_4 = -18; \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 28; \\ x_2 + x_3 + x_4 = 10; \\ 11x_2 + x_3 + 2x_4 = 21 \end{cases}$
4	$\begin{cases} 6x_1 - x_2 + 10x_3 - x_4 = 158; \\ 2x_1 + x_2 + 10x_3 + 7x_4 = 128; \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 - x_4 = 7; \\ x_1 - 12x_2 + 2x_3 - x_4 = 17 \end{cases}$	9	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 66; \\ 2x_2 - 6x_3 + x_4 = -63; \\ 8x_1 - 3x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 146; \\ 2x_1 - 7x_2 + 6x_3 - x_4 = 80 \end{cases}$
5	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 6x_3 + x_4 = 88; \\ 5x_1 + 2x_3 - 3x_4 = 88; \\ 7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 181; \\ 3x_1 - 7x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 99 \end{cases}$	10	$\begin{cases} 2x_1 - 3x_3 - 2x_4 = -16; \\ 2x_1 - x_2 + 13x_3 + 4x_4 = 213; \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 72; \\ x_1 - 12x_3 - 5x_4 = -159 \end{cases}$

Задание 5. Найти решения системы нелинейных уравнений (табл. 3.5) с помощью функции *minerr*. Начальные приближения определите графически.

Таблица 3.5

Выбор варианта задания

Вариант	Система нелинейных уравнений	Вариант	Система нелинейных уравнений
1	$\begin{cases} \sin x + 2y = 2; \\ \cos(y - 1) + x = 0,7 \end{cases}$	6	$\begin{cases} \sin y + x = -0,4; \\ 2y - \cos(x + 1) = 0 \end{cases}$
2	$\begin{cases} \sin(x + 0,5) - y = 1; \\ \cos(y - 2) + x = 0 \end{cases}$	7	$\begin{cases} \sin(x + 2) - y = 1,5; \\ \cos(y - 2) + x = 0,5 \end{cases}$
3	$\begin{cases} \cos x + y = 1,5; \\ 2x - \sin(y - 0,5) = 1 \end{cases}$	8	$\begin{cases} \cos(x + 0,5) - y = 2; \\ \sin y - 2x = 1 \end{cases}$
4	$\begin{cases} \cos(x + 0,5) + y = 0,8; \\ \sin y - 2x = 1,6 \end{cases}$	9	$\begin{cases} \cos(x - 2) + y = 0; \\ \sin(y + 0,5) - x = 1 \end{cases}$
5	$\begin{cases} \sin(x - 1) = 1,3 - y; \\ x - \sin(y + 1) = 0,8 \end{cases}$	10	$\begin{cases} \cos(x + 0,5) + y = 1; \\ \sin(y + 0,5) - x = 1 \end{cases}$

Контрольные вопросы

1. Что называется обратным ходом метода Гаусса?
2. Что называется прямым ходом метода Гаусса?
3. В каком случае система линейных уравнений имеет единственное, бесконечное множество решений?

ЛИТЕРАТУРА

1. Далингер, В. А. Теория вероятностей и математическая статистика с применением MathCAD : учебник и практикум / В. А. Далингер. – М. : Юрайт, 2016. – 145 с.
2. Дьяконов, В. П. MathCAD 8.0 Pro в математике, физике и Internet / В. П. Дьяконов, И. В. Абраменкова. – М. : Нолидж, 2019. – 512 с.
3. Гурский, Д. Вычисления в Mathcad 12 / Д. Гурский, Е. Турбина. – СПб. : Питер, 2016. – 544 с.
4. Грибкова, В. П. Математический анализ: практикум : учебное пособие / В. П. Грибкова [и др.]. – Минск : Четыре четверти, 2017. – 296 с.
5. Кремер, Н. Ш. Высшая математика для экономистов : учебник для студентов вузов, обучающихся на экономических специальностях / Н. Ш. Кремер [и др.]. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2020. – 479 с.
6. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам / Д. Т. Письменный. – 7-е изд. – М. : Айрис-пресс, 2019. – 287 с.
7. Малинковский, Ю. В. Теория вероятностей : учебник для студентов математических специальностей / Ю. В. Малинковский. – Минск : РИВШ, 2019. – 268 с.
8. Дьяконов, В. П. Компьютерная математика. Теория и практика / В. П. Дьяконов. – М. : Изд-во Нолидж, 2001. – 296 с.
9. Макаров, Е. И. Инженерные расчеты в Mathcad 15 : учебный курс / Е. И. Макаров. – Питер-Москва, 2011. – 400 с.
10. Фриск, В. В. Основы теории цепей. Расчеты и моделирование с помощью пакета компьютерной математики Mathcad / В. В. Фриск. – М. : СОЛОН-Пресс, 2016. – 88 с.

Учебное издание

РУГАЛЁВА Ирина Евгеньевна

ОБРАБОТКА ДАННЫХ СРЕДСТВАМИ MATHCAD

Пособие

для студентов специальности

1-27 03 01 «Управление инновационными проектами
промышленных предприятий»

Редактор *Е. И. Бенищевич*

Компьютерная верстка *Е. А. Беспанской*

Подписано в печать 10.11.2022. Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага офсетная. Ризография.

Усл. печ. л. 2,44. Уч.-изд. л. 1,20. Тираж 100. Заказ 494.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.