

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ MSExcel ДЛЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ КРАМЕРА

*Черняк Валерий Иванович, студент 1-го курса
кафедры «Интеллектуальные и мехатронные системы»
Белорусский национальный технический университет
(Научный руководитель – Бадак Б.А., старший преподаватель
кафедры «Высшая математика»)*

Большой объем расчетных математических задач приходится на решение систем линейных алгебраических уравнений. Многие задачи управленческого и экономического, а также технологического характера основаны на решении систем линейных алгебраических уравнений, или сводящихся к ним. Системы линейных уравнений широко используются в задачах экономики, физики, химии и других науках. Умение решать системы линейных уравнений – это лишь метод для решения более сложных практических задач. Одной из таких задач является задача планирования выпуска продукции.

В работе рассмотрим пример решения задачи о планировании выпуска продукции как аналитическим («ручным») методом, так и с использованием возможностей табличного процессора MSExcel. Исходные данные задачи приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Затраты на выпуск продукции

День	Объем выпуска продукции(единиц)			Затраты (тысяча у.е.)
	Костюмы	Плащи	Куртки	
1	30	25	25	158
2	25	30	30	176
3	35	25	40	185

Отметим, решение прикладной задачи ведётся по известной трехэтапной схеме: формализация; математизация; интерпретация.

Решение:

1 этап – Формализация (приведение каких-либо данных условий к определенной форме).

Пусть x тысяча у.е. - затраты на производство костюма, y - затраты на производство одного плаща, z - затраты на производство куртки. Зная затраты на каждый день и количество произведенной продукции за день, составим систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 30x + 25y + 25z = 158, \\ 25x + 30y + 30z = 176, \\ 35x + 25y + 40z = 185. \end{cases}$$

2 этап – Математизация (внедрение математических методов в определённую область деятельности).

Рассмотрим решение данной системы, применяя **метод Крамера**, так как число искомых значений эквивалентно количеству алгебраических уравнений в системе, то есть образуемая из системы основная матрица должна быть квадратной и не содержать нулевых строчек, а также если определитель не является нулевым. Вычислим определитель:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 30 & 25 & 25 \\ 25 & 30 & 30 \\ 35 & 25 & 40 \end{vmatrix} =$$

$$= 30 \cdot 30 \cdot 40 + 25 \cdot 30 \cdot 35 + 25 \cdot 25 \cdot 25 - 25 \cdot 30 \cdot 35 - 25 \cdot 25 \cdot 40 - 30 \cdot 25 \cdot 30 = 4125.$$

Так как определитель не равен нулю, то система совместна и имеет решение.

$$\begin{aligned} \Delta x &= \begin{vmatrix} 158 & 25 & 25 \\ 176 & 30 & 30 \\ 185 & 25 & 40 \end{vmatrix} \\ &= 158 \cdot 30 \cdot 40 + 176 \cdot 25 \cdot 25 + 25 \cdot 30 \cdot 185 - 25 \cdot 30 \cdot 185 - 158 \cdot 25 \\ &\quad \cdot 30 - 176 \cdot 25 \cdot 40 = 5100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta y &= \begin{vmatrix} 30 & 158 & 25 \\ 25 & 176 & 30 \\ 35 & 185 & 40 \end{vmatrix} \\ &= 30 \cdot 176 \cdot 40 + 25 \cdot 185 \cdot 25 + 158 \cdot 30 \cdot 35 - 25 \cdot 176 \cdot 35 - 25 \cdot 158 \\ &\quad \cdot 40 - 30 \cdot 185 \cdot 30 = 14225 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta z &= \begin{vmatrix} 30 & 20 & 158 \\ 25 & 30 & 176 \\ 35 & 25 & 185 \end{vmatrix} \\ &= 30 \cdot 30 \cdot 185 + 25 \cdot 25 \cdot 158 + 20 \cdot 176 \cdot 35 - 158 \cdot 30 \cdot 35 - 30 \cdot 25 \\ &\quad \cdot 176 - 25 \cdot 20 \cdot 185 = 5725 \end{aligned}$$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{5100}{4125} = 1,2; \quad y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{14225}{4125} = 3,4; \quad z = \frac{\Delta z}{\Delta} = \frac{5725}{4125} = 1,4.$$

С ростом числа переменных в системе, её решение усложняется и становится почти невозможным для вычислений «вручную». В таких случаях все вычисления производятся помощью современных компьютерных программ.

Рассмотрим решение данной задачи в Excel. В библиотеке Excel в разделе математических функций есть функции для работы с матрицами, одна из таких функций МОПР (параметр) - вычисление определителя [1]. Для решения систем линейных уравнений по формулам Крамера нужно применить функцию МОПРЕД (матрица) (рис.1), благодаря которой вычислим определители всех матриц и затем найдем решение системы, введя в ячейки формулы: (рис. 2).

The screenshot shows the Excel interface with the formula bar containing `=MDETERM(B1:D3)`. The grid contains the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		30	25	25		4125		
2		25	30	30				
3		35	25	40				
4								
5		158	25	25		5100		
6		176	30	30				
7		185	25	40				
8								
9		30	158	25		14225		
10		25	176	30				
11		35	185	40				
12								
13		30	25	158		5725		
14		25	30	176				
15		35	25	185				
16								
17		1.236364						
18		3.448485						
19		1.387879						

Рисунок 1 – Формула вычисления определителя

The screenshot shows the Excel interface with the formula bar containing `=F5/F1`. The grid contains the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		30	25	25		4125		
2		25	30	30				
3		35	25	40				
4								
5		158	25	25		5100		
6		176	30	30				
7		185	25	40				
8								
9		30	158	25		14225		
10		25	176	30				
11		35	185	40				
12								
13		30	25	158		5725		
14		25	30	176				
15		35	25	185				
16								
17		1.236364						
18		3.448485						
19		1.387879						

Рисунок 2 – Формула решения системы

3 этап – Интерпретация (процесс обобщения результатов процесса решения задачи).

Таким образом, себестоимость 1,2 тысяч у.е. для производства одного костюма, 3,4 тысяч у.е. – для производства одного плаща и 1,4 тысяч у.е. – для производства одной куртки.

В работе рассмотрен наиболее часто применяемый метод Крамера решения систем линейных уравнений с помощью MSExcel. При оценке методов решения задач значение имеют такие свойства, как универсальность и простота применения для вычислений.

Метод Крамера является наиболее простым, позволяет найти решение по формулам, через известные коэффициенты. Недостатком метода является трудоемкость вычисления определителей, когда число уравнений системы больше трех.

Литература:

1. Журнал новых технологий [Электронный журнал]. – Режим доступа: <https://office-guru.ru/excel/biblioteka-funkcii-v-excel-44.html>. – Дата обращения: 20.11.2022.