УДК 625.73, 624.21

ПОСТРОЕНИЕ ПЕРЕХОДНОЙ КРИВОЙ АВТОМОБИЛЬНОГО ПУТИ В СЛУЧАЕ 5-ОЙ СТЕПЕНИ, ОПИСЫВАЮЩЕГО ЕЕ ПОЛИНОМА

Анципарович Владислав Витальевич, Ахалли Илья Саидович,
студенты 2-ого курса кафедры «Математические методы в строительстве»
Белорусский национальный технический университет, г. Минск
(Научный руководитель – Акимов В.А., канд. физ.-мат. наук, доцент)

Введение. Переходная кривая в дорожном строительстве является важным транспортным коммуникационным узлом в случае плавного соединения участков дорог разной кривизны. Целью данной работы является первое знакомство с данной проблемой студентов начальных курсов, специальности «Дорожное строительство» на уровне их профессиональной ориентации, в соответствии с выбранной ими профессией.

Рассмотрим простой пример. В начале обучения, на первом курсе, студентам, по дисциплине «Математика» предлагается задача на исследовании непрерывности в точке $x = 1$ функции $\begin{cases} y = 2^x, -\infty < x \le 1 \\ y = x^2 + 1, x > 1 \end{cases}$

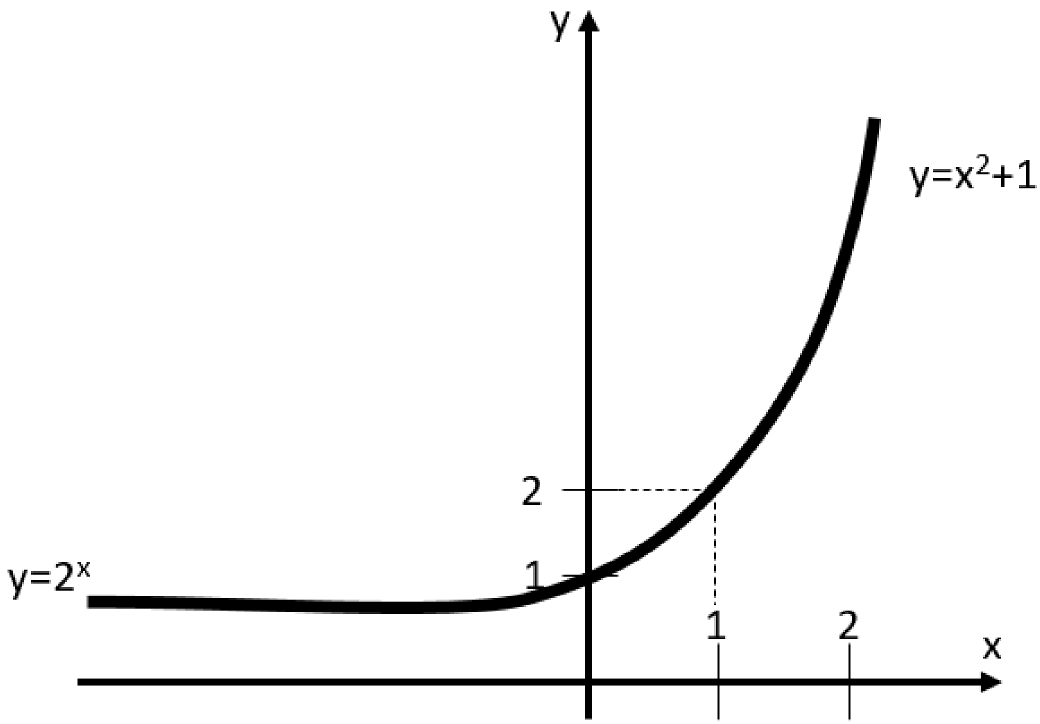

Рисунок 1 – Диаграмма

Если представить, что эта функция описывает дорогу, то эта задача отдаленно напоминает нашу проблему и сразу становится понятным, что в точке $x = 1$ дорога, оставаясь непрерывной, не является гладкой. В ней первые и вторые производные терпят разрыв. С физической точки зрения, наблюдатель в этой точке ощущает толчок.

А теперь вернемся к нашим исследованиям, которые в соответствии с работами [1] и [2] являются 3-ей частью. Итак, нами была выведена формула:

$$y = \frac{3(a - \mathrm{x}_0)(\mathrm{y}_0 - b)^2 - aR^2}{3a^2(\mathrm{y}_0 - b)^3} x^3 + \frac{aR^2 - 2(a - \mathrm{x}_0)(\mathrm{y}_0 - b)^2}{4a^3(\mathrm{y}_0 - b)^3} x^4 (1)$$

Переходной является точка с координатами: $x = a$ и $y = b$. Подставляя эти значения в (1), получим соотношение вида:

$$R = \frac{\sqrt{6}(y_0 - b)}{a} + \sqrt{a(a - x_0) - 2b(y_0 - b)}\ (2)$$

При проектировании транспортных коммуникаций, наряду с формулой (1) нужно учитывать и формулу (2), из которой следует зависимость вида:

$$\frac{a - x_0}{y_0 - b} > \frac{2b}{a} (3)$$

Накладываемые ограничения не всегда удобны, и поэтому напрашивается записать аналитическое уравнение кривой в виде:

$$y = C_1 x^3 + C_2 x^4 + C x^5 (4)$$

Для нахождения постоянных C_1, C_2, C_3 запишем систему 3-х уравнений вида:

$$\begin{cases} 3C_1 + 4C_2 a + 5C_3 a^2 = \dfrac{a - x_0}{a^2(y_0 - b)} \\ 3C_1 + 6C_2 a + 10C_3 a^2 = \dfrac{R^2}{2a(y_0 - b)^3} \\ C_1 + C_2 a + C_3 a^2 = \dfrac{b}{a^3} \end{cases}$$

Решив полученную систему алгебраических уравнений, определили:

$$C_1 = \frac{10b}{a^3} + \frac{R^2}{2a(y_0 - b)^3} - \frac{a(a - x_0)}{a^2(y_0 - b)}$$

$$C_2 = \frac{7(a - x_0)}{a^4(y_0 - b)} - \frac{R^2}{a^2(y_0 - b)^3} - \frac{15b}{a^4}$$

$$C_3 = \frac{R^2}{2a^2(y_0 - b)^3} - \frac{6b}{a^5} - \frac{3(a - x_0)}{a^4(y_0 - b)}$$

В результате получим:

$$y = \left[\frac{10b}{a^3} + \frac{R^2}{2a(y_0 - b)^3} - \frac{a(a - x_0)}{a^2(y_0 - b)}\right] + \left[\frac{7(a - x_0)}{a^4(y_0 - b)} - \frac{R^2}{a^2(y_0 - b)^3} - \frac{15b}{a^4}\right]x^4 + \left[\frac{R^2}{2a^2(y_0 - b)^3} - \frac{6b}{a^5} - \frac{3(a - x_0)}{a^4(y_0 - b)}\right]x^5$$

Сделаем проверку. Если в полученную формулу подставить $x = a$, то должны получить $y = b$.

$$b = 10b + \frac{R^2a^2}{2(y_0 - b)^3} - \frac{4a(a - x_0)}{y_0 - b} + \frac{7(a - x_0)}{y_0 - b} - \frac{R^2a^2}{(y_0 - b)^3} - 15b + \frac{R^2a^2}{2(y_0 - b)^3} + 6b - \frac{3a(a - x_0)}{y_0 - b}$$

Все верно: b = b или 0=0

Аналогично, как и в [2] проверяются условия сопряжения:

$$y'|_{x=a} = \frac{a - x_0}{y_0 - b} \text{ и } y''|_{x=a} = \frac{R^2}{(y_0 - b)^3}$$

Вывод. Изложен новый упрощенный подход, в котором для переходной кривой используется полином 5-ой степени, содержащей пять параметров a, b, R, x_0, y_0, связанных соотношениями:

$$(a - x_0)^2 + (b - y_0)^2 = R^2, a > x_0, \qquad y_0 > b.$$

Литература:

1. Ахалли, И. С. Упрощенная модель переходной кривой автомобильного пути / И. С. Ахалли, В. В. Анципарови; науч. рук. В. А. Акимов // Транспортные сооружения [Электронный ресурс] : материалы 78-й Студенческой научно-технической конференции, апрель-май 2022 / редкол.: С. Е. Кравченко (гл. ред.) [и др.] ; сост. В. А. Ходяков. – Минск : БНТУ, 2022. – С. 369-371.