УДК 621.3.011.7:517.98

ОПЕРАТОРНЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Сырцов К. Д.
Научный руководитель –Якимович В. С., к. п. н., доцент

Расчет сложных электрических цепей классическими методами бывает достаточно затруднен. Поэтому часто для расчета цепей применяют операторный метод расчета. Суть метода заключается в том, что данным функциям от времени ставятся в соответствие функции комплексного переменного, причем между функциями возможно осуществить переход, используя преобразование Лапласа. Таким образом, решение из области вещественной переменной t переносится в область комплексного переменного $p = s + i\sigma$.

Операторный метод расчета позволяет значительно облегчить решение системы дифференциальных уравнений, составленных для данной цепи, так как решение дифференциальных уравнений сводится к решению алгебраических уравнений относительно комплексной переменной. Помимо этого, метод решает проблему нахождения постоянных интегрирования при помощи введения начальных условий в уравнения исходной системы.

Для решения задач применяют следующий алгоритм:

– Функции действительной переменной $f(t)$, называемой оригиналом ставится в соответствие функция комплексного переменного $F(p)$, называемая изображением.

– Систему уравнений из оригиналов, составленных по правилам Кирхгофа преобразуют в операторные алгебраические уравнения относительно изображений.

– Решается система уравнений относительно *F(p)*.

– Производят переход от изображения *F(p)* к оригиналу *f(t)*.

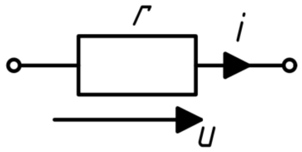
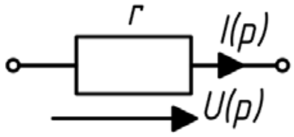
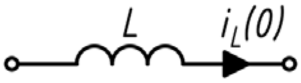
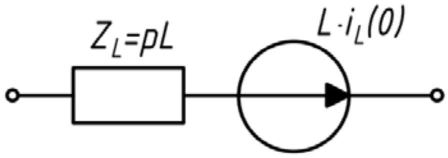
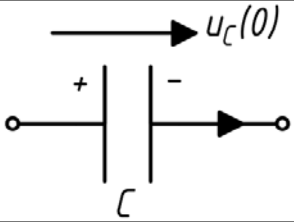
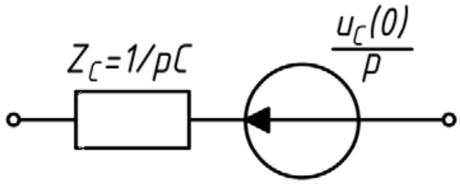
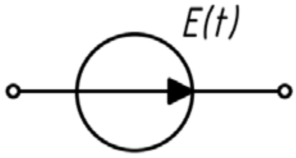
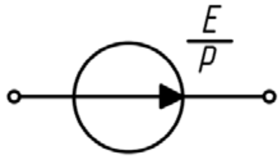
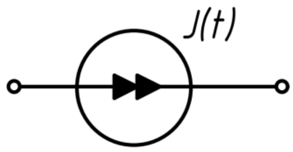
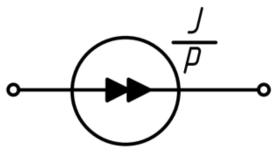
– Для перехода между изображением и оригиналом используется линейное интегральное преобразование Лапласа, которое записывается следующим образом:

$$F(p) = \int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt$$

В результате каждой функции от времени будет соответствовать определенная функция переменной: $f(t) \xrightarrow[\bullet]{\bullet} F(p)$. И наоборот, каждой функции переменной p соответствует единственная функция от времени $F(p) \xleftarrow[\bullet]{\bullet} f(t)$.

Существуют правила, по которым происходит переход к расчетной операторной цепи от реальной представлены в таблице 1.

Таблица 1

Исходная цепь	Операторная цепь
i(t), u(t), e(t), J(t)	I(p), U(p), E(p), J(p)
	
	
	
	
	

Источники постоянного тока и напряжения представляются в операторной цепи замещения как изображения констант. Изначальные ненулевые условия описываются источником тока в цепи с индуктивностью и источником напряжения, направленным в сторону разряда, в емкостной цепи. При помощи правил строится расчетная цепь, которую рассчитывают, как цепь с постоянным током.

Этапы расчета электрической цепи операторным методом:

1) Составление операторной схемы замещения цепи (после коммутации). Обозначение направления токов.

2) Определение докоммутационного состояния цепи (нахождения токов в индуктивностях и напряжений на емкостях до коммутации).

3) Определение операторного изображения искомой величины при помощи любых существующих методов расчета электрических цепей.

4) Нахождение оригинала из полученного изображения.

Рассмотрим реализацию выделенных этапов на конкретном примере. Пусть нам дана коммутируемая *RL*-цепь изображенная на рисунке 1. В момент времени $t=0$ с цепь замыкается ключом *S*. Нам необходимо найти зависимость тока в цепи от времени, если E = 100 В, R = 10 Ом, R_1 = 40 Ом, L = 10 мГн.

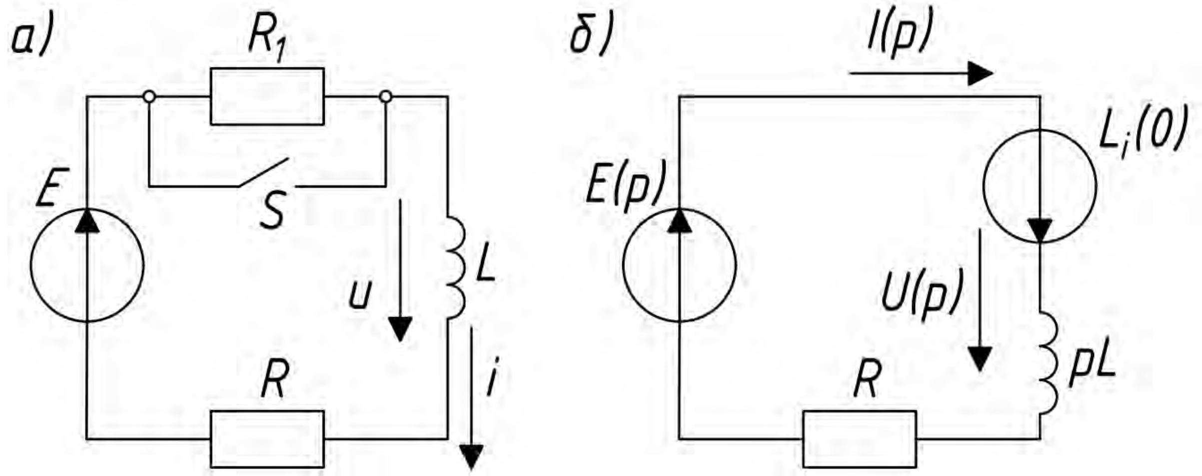


Рисунок 1. Исходная схема (а) и операторная расчетная схема(б).

Решение.

1. Для послекоммутационного режима представляется операторная схема замещения (рисунок 1, схема б) с операторными параметрами *I(p)*, *U(p)*, *E(p)*. Операторное изображение ЭДС не зависит от времени и равно:

$$E(p) = \frac{E}{p} = \frac{100}{p}$$

2. Так как источник E неизменный во времени, то падение напряжения на индуктивности будет равно нулю ($U = 0$). Следовательно, ток до коммутации будет рассчитываться следующим образом:

$$i = \frac{E}{R + R_1} = \frac{100}{10 + 40} = 2\text{A}$$

3. Для контура цепи записывается уравнение по второму правилу Кирхгофа:

$$E(p) + Li(0) = I(p)pL + I(p)R\,.$$

Откуда выразим *I(P)* и преобразуем для удобного нахождения оригинала:

$$I(p) = \frac{E(p) + Li(0)}{R + pL} = \frac{E + pLi(0)}{p(Lp + R)} = \frac{E}{p(Lp + R)} + \frac{Li(0)}{Lp + R} =$$

$$= \frac{E}{R} \cdot \frac{\frac{R}{L}}{p(p + \frac{R}{L})} + i(0)\frac{1}{p + \frac{R}{L}} = 10\frac{1000}{p(p + 1000)} + 2 \cdot \frac{1}{p + 1000}$$

4. Используя таблицу изображений по Лапласу находится значение оригинала функции тока.

$$I(p) \longleftarrow i(t),$$

$$i(t) = 10(1 - e^{-1000t}) + 2e^{-1000t} = (10 - 8e^{-1000t})\text{А}.$$

Литература

1. Денисова, А.В. Применение операторного метода и метода переменных состояния для расчета переходных процессов: Методические указания. / А.В. Денисова. – СПб: НИУ ИТМО, 2012 – 105 с.

2. Ребенков, Е.С. Операторный метод расчета электрических цепей: учебное пособие по курсу «Теоретические основы электротехники». / Е.С. Ребенков. – Новомосковск: ФГБОУ ВО РХТУ им. Д.И. Менделеева, Новомосковский институт (филиал), 2019. – 60с.

УДК 519.6

GOLDEN SECTION IN MATHEMATICS AND ITS APPLICATIONS IN ENGINEERING

Bandara H. M. S. H.
Academic Supervisor - Maria Korolyova, senior lecturer

One of the most important and fascinating base concepts of Mathematics can be considered as the Golden Section (also known as golden ratio, golden mean or divine proportion) which is an irrational number holding the value $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.6180339887$and denoted by the Greek letter Ф.Because of thedistinctive and confounding properties of the Golden Section, not only researchersand mathematicians have studied about it, but also renaissance architects, designers and artists worked on it and incorporated the Golden section proportions indistinguished works of artifacts, sculptures, construction and paintings. The Golden Ratio is contemplated as the mostenchantingto humans' visual perception and not limited to aesthetic beauty but also be found its existence in natural world through the bodyproportions of living beings, the growth patterns of many plants, insects, mathematical series, geometrical patterns and much more.

The earliest documented reference to the Golden Section is found in the book "Elements" written around 300BCE by the prominent Greek mathematician Euclid to solve a geometrical problem.This was called the problem of division of a line segment in extreme and mean ratio. The gist of the problem is the following. A line segment AB must be divided with a point C into two parts such that the ratio between the longer segment CB and the shorter