| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 22 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $R_{22,5}$ $P_{22,5}$ | 0 | 0 | 0 | … | 0 | 0 | … |
| … | … | … | … | … | … | … | … | … | … | … | … | … | … |

Суть алгоритма в следующем: задается начальная вершина (в данном случае 0) и от нее сразу же идем в следующую (по порядку согласно матрице смежности), пока не достигнем трансформатора (конец разветвления). Зная активную мощность и сопротивление производим расчет потерь на трансформаторе по формуле (3) и (4), а затем, двигаясь назад в точку разветвления, считаем потери мощности каждой линии по формуле (2) и запоминаем их. Как только мы достигли точки разветвления переходим в следующую ветвь и аналогично рассчитываем ее. После расчета потерь всех ответвлений в точке, значение активной мощности в ней уже будет равняться сумме активных мощностей каждой ветви (для вершины 16:$P_{16} = P_{27} + P_{28}$). Таким образом двигаясь от последней вершины к начальной получим полный расчет сети и по формуле (1) получим численное значение потерь мощности.

*Литература*

1. Фурсанов, М. И. Разработка алгоритма, составление и отладка программы для решения электротехнической задачи / М. И. Фурсанов ; Белорусский национальный технический университет, Кафедра "Электрические системы". – Минск : БНТУ, 2005. – 56 с..

УДК 621.350.11

## МАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ НАДЕЖНОСТИ

Вадейко В.С., Манько А.В.
Научный руководитель – Рудый А.Н., канд.физ.-мат.н., доцент

Теория надежности является общетехнической дисциплиной, обладающей собственными методами и предметом исследования, а также имеет различные области применения. Основное направление этой дисциплины – оценка надежности технических средств, что обуславливает её востребованность в технической сфере. Марковская модель надежности – одна из существующих моделей надежности, характеризующая восстанавливаемую систему с последовательно-параллельной структурой, в которой интенсивности отказов и восстановлений элементов одинаковы ( $\lambda_i = \lambda, \mu_i = \mu$ ). При этом интенсивности переходов между состояниями $\lambda_i, \mu_i$ будут постоянными, зависящими от числа работоспособных элементов, числа ремонтных бригад и режима основных и резервных элементов.

Пусть $X(t)$ – случайный процесс с дискретнымисостояниями $S=\{s_1, s_2, ..., s_n\}$ и непрерывным временем. Случайный процесс $X(t)$ называется марковским, если $\forall\ s_i, s_j \in S,\ t_k > t_{k-1}$, $P\left(X(t_k)=s_j \middle| X(t_{k-1})=s_i\right)$ зависит только от настоящего момента времени $t_{k-1}$ и не зависит от того, в каком состоянии система находилась в прошлом.

Рассмотрим марковскую модель надежности на примере логической схемы дублированной системы с постоянно включенным резервом. $\lambda_1=\lambda_2=2$ сутки$^{-1}$ – интенсивности потока отказов элементов, $\mu_1=\mu_2=5$ сутки$^{-1}$. Примем, что в начальный момент времени оба элемента в рабочем состоянии и систему обслуживают две ремонтные бригады.

Зададимся состояниями: $s_1$ – оба элемента работают, $s_2$ – 1-й элемент отказал и ремонтируется, 2-й – работает, $s_3$ – 1-й элемент работает, 2-й – отказал и ремонтируется, $s_4$ – оба элемента отказали и ремонтируются. В состояниях $s_1$, $s_2, s_3$ система работает, в $s_4$ – система отказала.

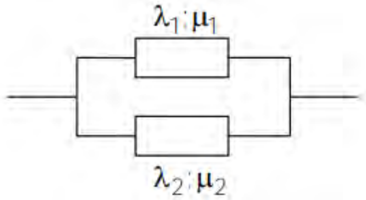


Рис.1. Логическая схема системы.

Составим систему уравнений для заданной системы:

$$\begin{cases} \dfrac{dp_1}{dt} = -(\lambda_1+\lambda_2)p_1 + \mu_1 p_2 + \mu_2 p_3 \\ \dfrac{dp_2}{dt} = \lambda_1 p_1 - (\mu_1+\lambda_2)p_2 + \mu_2 p_4 \\ \dfrac{dp_3}{dt} = \lambda_2 p_1 - (\lambda_1+\mu_2)p_3 + \mu_1 p_4 \\ \dfrac{dp_4}{dt} = \lambda_2 p_2 + \lambda_1 p_3 - (\mu_1+\mu_2)p_4 \\ p_1+p_2+p_3+p_4=1 \end{cases}$$

Для решения системы используем пакет WolframMathematica. Результат в окне вывода имеет вид:

$$\left\{\left\{\frac{1}{49}e^{-14x}\left(2+5e^{7x}\right)^2, \frac{2}{49}\left(5-2e^{-14x}-3e^{-7x}\right),\right.\right.$$
$$\left.\left.\frac{2}{49}\left(5-2e^{-14x}-3e^{-7x}\right), \frac{4}{49}e^{-14x}\left(-1+e^{7x}\right)^2\right\}\right\}$$ Таким образом, функции надежности элементов будут иметь вид:

$$p_1(t)=\frac{25}{49}+\frac{4}{49}e^{-14t}+\frac{10}{49}e^{-7t}; \qquad p_2(t)=\frac{10}{49}-\frac{4}{49}e^{-14t}-\frac{6}{49}e^{-7t};$$

$$p_3(t)=\frac{10}{49}-\frac{4}{49}e^{-14t}-\frac{6}{49}e^{-7t}; \qquad p_4(t)=\frac{4}{49}-\frac{4}{49}e^{-7t}+\frac{4}{49}e^{-14t}.$$

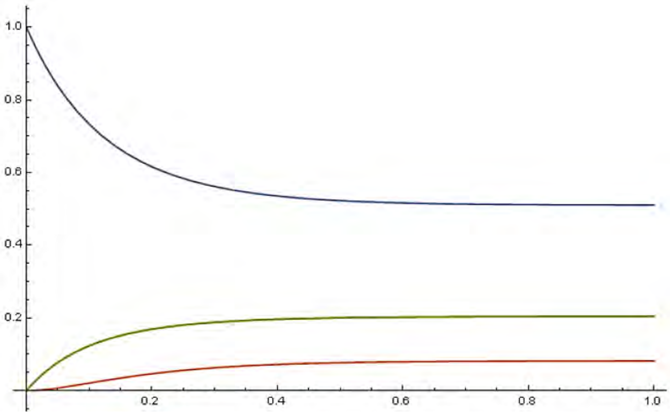


Рис.2.Графики функций вероятности нахождения элементов системы в s1, s2, s3, s4.

Изображенные графики функций вероятности $p_1(t)$, $p_2(t)$, $p_3(t)$, $p_4(t)$ характеризуют соответственно вероятность нахождения системы в состояниях $s_1, s_2, s_3, s_4$. Вероятности нахождения в состояниях $s_2$ и $s_3$ совпадают, из-за чего их графики функций надежности $p_2(t)=p_3(t)$ накладываются.

Рассмотрим на другом примере решение с помощью пакета MathCad.

Рассмотрим ту же систему и предположим, что ее обслуживает одна ремонтная бригада с прямым приоритетом обслуживания.

$\lambda_1=\lambda_2=1$ сутки$^{-1}$, $\mu_1=\mu_2=6$ сутки$^{-1}$. Найдем финальные вероятности.

Зададимся следующими состояниями: $s_1$ – оба элемента работают; $s_2$ – 1-ый элемент отказал и ремонтируется, 2-ой элемент работает; $s_3$ – 1-ый элемент работает, 2-ой элемент отказал и ремонтируется; $s_4$ – 1-ый элемент отказал и ремонтируется, 2-ой отказал и ожидает ремонта; $s_5$ – 2-ой элемент отказал и ремонтируется, 1-ый отказал и ожидает ремонта. В состояниях $s_1$, $s_2$, $s_3$ система работает, в $s_4$, $s_5$ – отказала.

Составим систему дифференциальных уравнений исистему уравнений для финальных вероятностей. Выполним решение в MathCad.

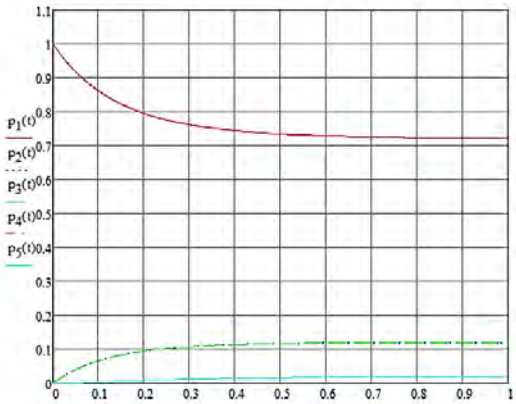


Рис.3.Графики функций вероятности нахождения элементов системы в $s_1$, $s_2$, $s_3$, $s_4$, $s_5$.

Полученные функции вероятности $p_1(t), p_2(t), p_3(t), p_4(t), p_5(t)$ характеризуют вероятность нахождения системы в состояниях $s_1, s_2, s_3, s_4$, $s_5$ соответственно. Вероятности нахождения в состояниях $s_2, s_3$ и $s_4, s_5$ совпадают, из-за чего графики функций надежности $p_2(t) = p_3(t)$ и $p_4(t) = p_5(t)$ накладываются.

Таким образом, с помощью данной теории можно оценивать надежность работы системы при тех условиях, что элементы системы отказывают в работе с определенной частотой, а также имеется ремонтная бригада или устройство, выполняющее замену вышедшего из строя оборудования. Примером такой системы может служить высоковольтная ЛЭП, а элементами – выключатели.

*Литература*

1. Черкесов, Г.Н. Надежность аппаратно-программных комплексов. Учебное пособие. – СПб.: Питер, 2005. – 479 с.: ил.

2. Рудый, А.Н. Элементы математической теории надежности: конспект лекций. – Минск: БНТУ, 2014. – 131 с.

УДК 519.6

## О НЕПРЕРЫВНЫХ ДРОБЯХ И НЕКОТОРЫХ ИХ ПРИЛОЖЕНИЯХ

Сироткин А. И.
Научный руководитель – Роговцов Н. Н., д. ф.-м. наук, профессор

В математике и её приложениях широко используются конечные и бесконечные суммы и произведения различных величин (чисел, функций и т.д.) и непрерывные (цепные) дроби, которые также могут быть конечными