Полученный коэффициент корреляции данных сдачи ЦТ по физике и математике равен 0.6997. Данный результат говорит о стремлении к сильной прямой взаимосвязи между исследуемыми величинами.

На основании исследований установлено:

1. Между случайными величинами X и Y существует корреляционная зависимость;
2. Данная зависимость является линейной;
3. Полученное уравнение прямой регрессии можно использовать для прогнозирования баллов, полученных на физике в зависимости от баллов, полученных на математике.

Литература

1. Руководство к решению задач по теории вероятности и математической статистике. 11-е издание. /В.Е.Гмурман – 2008 год, переработанное

УДК 519.2

ИЗУЧЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ПОЛУЧЕННЫХ НА ЭКЗАМЕНЕ ОТМЕТОК И КОЛИЧЕСТВА ПРОПУЩЕННЫХ ЗАНЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИКА»

Рахман Д.К., Бобровко В.В.
Научный руководитель – Чепелев Н.И., к.ф.-м.н., доцент

Целью данной работы является исследование закономерностей между отметками, полученными на экзамене и количеством пропущенных занятий по дисциплине “Математика”.

Для этого из множества студентов выберем 28 человек, у которых известны отметки за экзамени количество пропусков за семестр.

Обозначим через Хотметку, полученнуюна экзамене,Y–количество пропущенных занятий. В результате получаем двумерную случайную величину (X; Y).

Определим, существует ли зависимость между составляющими X и Y.Вычислим среднее значение случайной величины X по данной выборке:

$$\overline{x_{\text{в}}} = \frac{1}{n}\sum x_i = 5{,}821428571$$

Вычислим выборочное среднее для Y:

$$\overline{y_{\text{в}}} = \frac{1}{n}\sum y_i = 4{,}214285714$$

Вычислим σ_{x} (среднеквадратическое отклонение) [2]:

$$\sigma_x = \sqrt{\mathcal{D}(X)} = \sqrt{\overline{X^2} - (\overline{x_в})^2} = 2{,}036340756$$

Вычислим σ_y:

$$\sigma_y = \sqrt{\mathcal{D}(Y)} = \sqrt{\overline{Y^2} - (\overline{y_в})^2} = 5{,}98424803$$

Найдем среднее арифметическое произведений составляющих(X,Y):

$$\overline{XY} = \frac{1}{n}\sum x_i y_i = 19{,}78571429$$

Основной оценкой тесноты связи между составляющимиX и Y послужит выборочный коэффициент корреляции $r_в$[3], который рассчитывается по формуле:

$$r_в = \frac{\overline{XY} - \overline{x_в}\,\overline{y_в}}{\sigma_x \sigma_y} = -0{,}389583242$$

Проверим гипотезу о равенстве нулю коэффициента корреляции генеральной совокупности. Для этого вычисляем статистику:

$$T_{набл} = \frac{r_в\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-{r_в}^2}} = -2{,}156907066$$

По таблице критических точек распределения Стьюдента находим $t_{кр}$:

$$t_{кр} = t\left(\frac{\alpha}{2}, \nu\right) = t(0{,}025; 26) = 2{,}056,$$

где ν – число степеней свободы, α – уровень значимости. Возьмем α=0.05,$\nu = n - 2$, где n– объем выборки.

По таблице распределения Стьюдента находим $t_{кр}$:

$$t_{кр} = 2{,}056$$

$|T_{набл}| > t_{кр}$,гипотезу о равенстве нулю коэффициента корреляции отвергаем, т. е.$r_в \neq 0$, следовательно случайные величины X и Yкоррелируемы (между ними существует зависимость).

Для определения вида зависимости изобразим корреляционное поле. На корреляционном поле откладываем точки $(x_i; y_i)$ и смотрим, около какой линии они группируются (Рисунок 1).

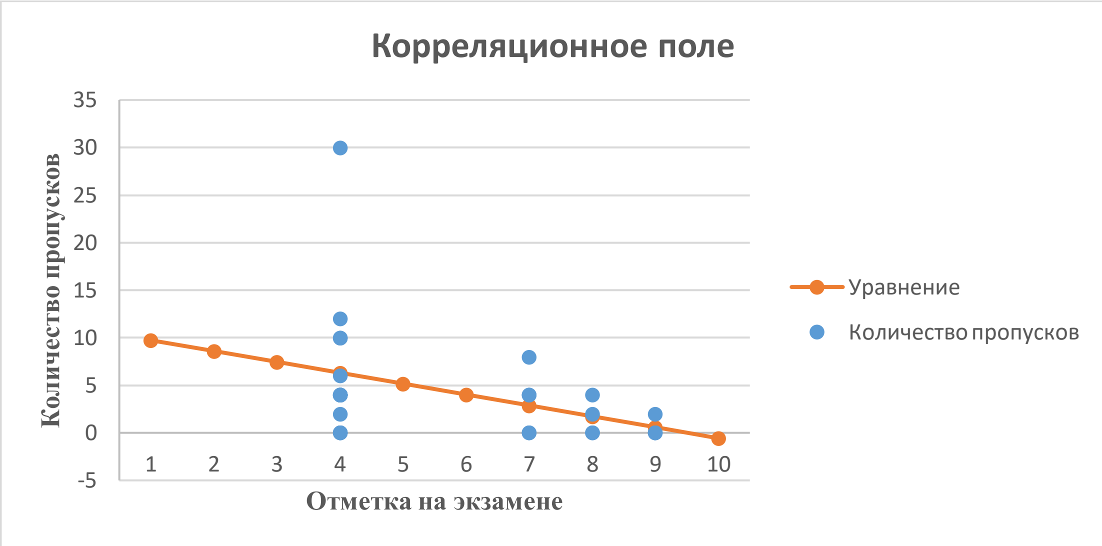

Рисунок 1 – Корреляционное поле

Замечаем, что они группируются около прямой, следовательно, между X и Y существует линейная зависимость$y = ax + b$. Необходимо определить коэффициенты a и b, а также определить зависимость y от x.

Для определения коэффициентов a и b воспользуемся методом наименьших квадратов.

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} = -1{,}144878499$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i \sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n\sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} = 10{,}87911412$$

Тогда получим уравнение прямой регрессии y на x (зависимость среднего значения y от x):

$$y = -1{,}145 \cdot x + 10{,}879$$

На основании исследования установлено:

– Между случайными величинами Xи Yсуществует корреляционная зависимость.

– Данная зависимость является линейной.

– Полученное уравнение прямой регрессии можно использовать для прогнозирования полученных отметок на экзамене в зависимости от количества пропущенных занятий.

Литература

1. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д. Т. Письменный. – 9-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2009. – 608 с.: ил.

2. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. / В.Е. Гмурман. – 9-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2003. – 479 с.: ил.

УДК 519.2

ИССЛЕДОВАНИЕ СВЯЗИ МЕЖДУ БАЛЛОМ АТТЕСТАТА И ЦТ ПО МАТЕМАТИКЕ

Нестеров Ф.С.
Научный руководитель: Чепелев Н.И., к.ф.-м.н., доцент

Целью научной работы является исследование зависимости баллов аттестата и ЦТ по математике с помощью корреляционно-регрессионного анализа. Данные были получены в результате опроса 150 студентов различных вузов Минска.

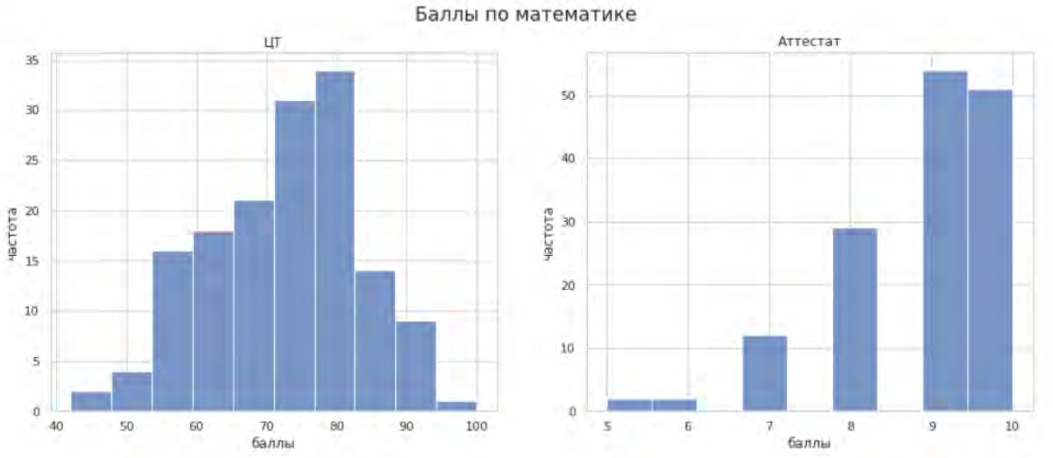

Рис.1. Гистограммы распределения баллов

Распределение баллов ЦТ похоже на нормальное, в то время как баллы аттестата имеют чётко выраженную асимметрию.

Для измерения тесноты линейной связи переменных, вычислим выборочный коэффициент корреляции:

$$r_{\text{в}} = \frac{\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\sum(x-\bar{x})^2(y-\bar{y})^2}} = 0.5102$$

Для обобщения результата на генеральную совокупность сформулируем следующие гипотезы:

-H_0 – коэффициент корреляции генеральной совокупности равен нулю;

-H_1 – альтернативная гипотеза. Отметим, что мы не определяем направление корреляции, а только то, что она существует, т.е. выполняем двустороннюю проверку.

Проверим гипотезуH_0, для этого вычислим t-статистику, имеющую распределение Стьюдента: