УДК 535.3

ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ ТОНКОГО ОБРАЗЦА МЕТОДОМ ПЕРИОДИЧЕСКОГО НАГРЕВА

Бобученко Д.С.

Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь

Аннотация. Получен алгоритм измерения теплофизических параметров материала методом периодического нагрева с учетом температуры среды на конце образца.

Ключевые слова: уравнение теплопроводности, коэффициент теплопроводности, коэффициент температуропроводности, коэффициент теплопередачи.

MEASUMENT OF THE THERMAL CONDUCTIVITY COEFFICIENT OF A THIN SAMPLE BY THE METHOD OF PERIODIC HEATING

Babuchenka D.

Belarusian National Technical University
Minsk, Republic of Belarus

Abstract. An algorithm for measuring the thermophysical parameters of the material by the method of periodic heating is obtained, taking into account the temperature of the medium at the end of the sample.

Key words: heat equation, thermal conductivity coefficient, thermal diffusivity, heat transfer coefficient.

Адрес для переписки: Бобученко Д.С., пр. Независимости, 65, Минск 220113, Республика Беларусь
e-mail: dbobuchenko@gmail.com

Метод периодического нагрева (методов регулярного режима третьего рода, метод температурных волн) – известный метод определения теплофизических свойств (ТФС) различных материалов. Этот метод обладает рядом преимуществ по сравнению с другими методами. Для измерения ТФС этим методом необходимо малое количество материала из-за резкого затухания температурной волны, это также обусловливает незначительность вклада радиационного переноса, и конвективного движения. В данной работе исследовано измерение ТФС с учетов влияния температуры среды на конце образца.

Рассмотрим полуограниченную среду из изучаемого материала. Распределение температуры T определяется уравнением теплопроводности:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\ ,\ t > 0,\ 0 \le x < \infty, \tag{1}$$

с начальным условием: $T(t = 0, x) = T_0$, и на границе ($x = 0$) температура меняется по гармоническому закону: $T(t, 0) = T_0 + \Omega_{max}\sin(\omega t)$, $T(t, x = \infty) = T_0$, где a – коэффициент температуропроводности, T_0 – начальная температура среды, Ω_{max} – амплитуда колебаний температуры, $\omega = 2\pi/\tau_0$ – круговая частота, τ_0 – период колебаний. После замены переменной $\Omega(x, t) = T(x, t) - T_0$ в уравнении (1), т.е. отсчитывая температуру от уровня T_0, задача нахождения распределения температуры сводится к решению уравнения с начальными и граничными условиями:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} = a\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2}\ ,\ t > 0,\ 0 \le x < \infty, \tag{2}$$

$$\Omega(t = 0, x) = 0, \tag{2.1}$$

$$\Omega(t, x = 0) = \Omega_{max}\, sin(\omega t), \tag{2.2}$$

$$\Omega(t, x = \infty) = 0. \tag{2.3}$$

Решение задачи (2) имеет вид [1, 2]:

$$\Omega(t, x) = \Omega_{max}\exp\left\{-\sqrt{\frac{\pi}{a\tau_0}}x\right\}\sin\left(\omega t - \sqrt{\frac{\pi}{a\tau_0}}x\right). \tag{3}$$

Амплитуда изменения температуры зависит от координаты по экспоненциальному закону:

$$A_{T1} = \Omega_{max}\exp\left\{-\sqrt{\frac{\pi}{a\tau_0}}x\right\}.$$

Анализ этого решения, имеющего вид температурной волны, позволяет установить параметры такой волны. Глубина проникновения волны (амплитуда уменьшается в e раз): $x_{\text{пр}} = \sqrt{\frac{a\tau_0}{\pi}}$, фазовая скорость волны: $v_{\text{ф}} = 2\sqrt{\frac{\pi a}{\tau_0}}$, длина волны: $\lambda_{\text{волны}} = 2\sqrt{\pi a\tau_0}$. Из решения (3) по измеренным амплитудам колебаний на поверхности образца $x = 0$ Ω_{max} и в глубине $x = x_1$ $\Omega_m(x_1)$, можно определить коэффициент температуропроводности a [1]:

$$a = \frac{\pi x_1^2}{\tau_0\left[\ln\frac{\Omega_{max}}{\Omega_m(x_1)}\right]}. \tag{4}$$

Также можно рассчитать a по измеренным амплитудам $\Omega_m(x_1)$, $\Omega_m(x_2)$ на расстояниях x_1, x_2 от края образца [1]:

$$a = \frac{\pi(x_2 - x_1)^2}{\tau_0\left[\ln\frac{\Omega_m(x_1)}{\Omega_m(x_2)}\right]}. \tag{5}$$

Из решения (3) также вытекает, что коэффициент температупроводности a можно определить по измерению времени запаздывания гармонических колебаний в глубине x_1 и на поверхности образца $\tau_3(x_1)$ [1]:

$$a = \frac{\tau_0 x_1^2}{4\pi\,\tau_3^2(x_1)}\ , \tag{6}$$

или по времени запаздывания гармонических колебаний на расстояниях x_1, x_2 от поверхности образца $\tau_3(x_2, x_1)$ [1]:

$$a = \frac{\tau_0 (x_2 - x_1)^2}{4\pi\,\tau_3^2(x_2, x_1)}\ . \tag{7}$$

Формулы (6), (7) имеют более практическую “ценность” по сравнению с формулами (4), (5), поскольку, линейные размеры и время могут быть измерены наиболее точно. Но для достаточно тонкого образца необходимо учитывать условия теплообмена на границе (граничное условие 3 рода):

$$\alpha\Omega(x = l, t) = -\lambda \frac{\partial\Omega}{\partial x}(x = l, t)\ , \tag{8}$$

где l – длина образца, α - коэффициент теплопередачи, λ – коэффициент теплопроводности материала. Рассмотрим получение общего решения уравнения (2) с начальными и граничными условиями (2.1), (2.2), (8). Решение уравнения (2) можно представить в виде произведения двух функций: $\Omega(x,t) = \chi(x)\eta(t)$, тогда при подстановке в уравнение (2) получится система из двух дифференциальных уравнений [2]:

$$\frac{\partial^2\chi}{\partial x^2} + \beta^2\chi = 0,\ \frac{\partial\eta}{\partial t} + \beta^2 a\eta = 0. \tag{9}$$

Введя мнимую величину: $i\omega = -\beta^2 a$, и $\varepsilon^2 = -\beta^2$ следует: $\varepsilon = \sqrt{\frac{i\omega}{a}} = (1+i)\sqrt{\frac{\omega}{2a}}$. Решениями уравнений (9) являются следующие функции [2]:

$$\chi(x) = A\sinh(\varepsilon x) + B\cosh(\varepsilon x),\ \eta(t) = e^{i\omega t}. \tag{10}$$

A, B – постоянные, определяются из граничных условий (2.2, 8):

$$\Omega_{max}e^{i\omega t} = Be^{i\omega t}$$

$$\alpha e^{i\omega t}\{A\sinh(\varepsilon l) + B\cosh(\varepsilon l)\} =$$

$$= -\varepsilon\lambda e^{i\omega t}\{\cosh(\varepsilon l) + B\sinh(\varepsilon l)\}.$$

Отсюда получается:

$$B = \Omega_{max},$$

$$A = -B\,\frac{\cosh(\varepsilon l) + \frac{\varepsilon\lambda}{\alpha}\sinh(\varepsilon l)}{\sinh(\varepsilon l) + \frac{\varepsilon\lambda}{\alpha}\cosh(\varepsilon l)}.$$

Тогда, решение в комплексном виде будет иметь вид:

$$\Omega(x,t) = \Omega_{max2}\,\frac{\sinh\big(\varepsilon(l-x)\big) + \frac{\varepsilon\lambda}{\alpha}\cosh\big(\varepsilon(l-x)\big)}{\sinh(\varepsilon l) + \frac{\varepsilon\lambda}{\alpha}\cosh(\varepsilon l)} \tag{11}$$

Выделив действительную и мнимую часть выражения (11), после громоздких математических преобразований, получим решение уравнения (2) с начальными и граничными условиями (2.1), (8), (2.3):

$$\Omega(x,t) = \rho(x)\Omega_{max}\sin\Big(\frac{2\pi}{\tau_0}t + \varphi\Big),$$

$$\rho(x) = \sqrt{d_1^2 + d_2^2},\ \ \mathrm{tg}(\varphi) = \frac{d_2}{d_1},$$

$$d_1 = \frac{c_3c_1 + c_4c_2}{c_1^2 + c_2^2},\quad d_2 = \frac{c_4c_1 - c_3c_2}{c_1^2 + c_2^2},$$

$$c_1 = \cos(x_2)\sinh(x_2) +$$
$$+\frac{b\lambda}{\alpha}\cos(x_2)\cosh(x_2) - \frac{b\lambda}{\alpha}\sin(x_2)\sinh(x_2),$$

$$c_2 = \sin(x_2)\cosh(x_2) +$$
$$+\frac{b\lambda}{\alpha}\cos(x_2)\cosh(x_2) + \frac{b\lambda}{\alpha}\sin(x_2)\sinh(x_2)\,,$$

$$c_3 = \cos(x_1)\sinh(x_1) +$$
$$\frac{b\lambda}{\alpha}\cos(x_1)\cosh(x_1) - \frac{b\lambda}{\alpha}\sin(x_1)\sinh(x_1)\,,$$

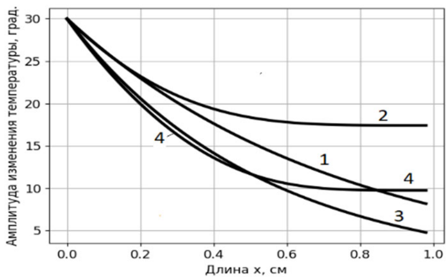
$$c_4 = \sin(x_1)\cosh(x_1) +$$
$$+\frac{b\lambda}{\alpha}\cos(x_1)\cosh(x_1) + \frac{b\lambda}{\alpha}\sin(x_1)\sinh(x_1),$$

$$x_1 = b(l-x),\ \ x_2 = bl,\ \ b = \sqrt{\frac{\pi}{a\tau_0}}.$$

Амплитуда колебаний температуры:

$$A_{T2} = \Omega_{max}\rho(x), \tag{12}$$

зависит от координаты по другому закону, чем по экспоненциальному. Сравнение амплитуд, рассчитанных по формулам (12) и (3.1) приведены на рис. 1, использовались теплофизические параметры кремния, при коэффициенте теплопередачи $\alpha = 10^{-4}\,\frac{\text{Вт}}{\text{см}^2\text{К}}$. Имеют место существенные различия.



1, 3 – рассчитаны по формуле (3.1); *2, 4* – по формуле (12); *1, 2* – для $\tau_0 = 1$ с; *3, 4* – для $\tau_0 = 0{,}5$ с

Рисунок 1 – Зависимость амплитуды изменения температуры от длины;

Для определения коэффициента температурапроводности a и параметра λ/α можно измерить амплитуды колебаний температуры на расстояниях x_1, x_2 от края образца при определенном значении периода колебаний τ_0 и решить систему двух алгебраических уравнений:

$$A_{T2}^{\text{изм}}(x_i, \tau_0) - \Omega_{max}\rho\left(x_i, \tau_0, a, \frac{\lambda}{\alpha}\right) = 0,$$
$$i = 1, 2.$$

Также возможно, решить аналогичную систему по измеренным амплитудам на одном расстоянии от края образца при двух значениях периода колебаний τ_0.

Литература

1. Любимова, Д. А. Измерение теплофизических свойств теплоизоляционных материалов методом регулярного режима третьего рода / С. В. Пономарев, А. Г. Дивин ; под науч. ред. С. В. Пономарева. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2014. – 80 с.
2. Шорин, С. Н. Теплопередача / С. Н. Шорин. – М.: Высшая. школа, 1964. – 492 с.

УДК 681.2-5

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСТАНОВКИ РОТОРА ШАГОВОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ С ПОМОЩЬЮ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

Богдан П.С.

Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь

Аннотация. В данной работе приведены и проанализированные экспериментальные данные, полученные с пьезоэлектрического преобразователя, закрепленного на шаговом электродвигатете. Показано, что применение такого преобразователя позволяет определить остановку ротора двигателя.
Ключевые слова: шаговый двигатель, пропуск шагов, пьезоэлектрический преобразователь.

STEP MOTOR STOP DETERMINATION USING A PIEZOELECTRIC TRANSDUCER

Bohdan P.

Belarusian National Technical University
Minsk, Republic of Belarus

Abstract. This paper presents and analyzed experimental data obtained from a piezoelectric transducer mounted on a stepper motor. It is shown that the use of such a converter makes it possible to determine the stop of the motor rotor.
Key words: stepper motor, step skip, piezoelectric transducer.

Адрес для переписки: Богдан П.С., пр. Независимости, 65, Минск 220113, Республика Беларусь
e-mail: pbogdan@bntu.by

Шаговые электродвигатели применяются в приводах, обеспечивающих точное позиционирование рабочего органа. Достоинством шаговых электродвигателей в таком применении по сравнению с остальными типами (двигатели постоянного тока, асинхронные и т.п.) является принцип их работы, заключающийся во вращении ротора путем выполнения дискретных угловых перемещений (шагов) с определенным углом. Это позволяет приводам с шаговыми двигателями обходится без датчиков, обеспечивающих обратную связь по положению рабочего органа. Логика работы таких приводов основывается на предположении, что количество отданных двигателю драйвером «команд» на выполнение шага равняется количеству шагов, действительно выполненных двигателем. Величина перемещения рабочего органа определяется по известному шагу двигателя, типу используемых механических передач и их передаточным отношениям. Однако по количеству выполненных шагов можно только определять перемещение рабочего органа относительно предыдущего положения, поэтому в таких приводах все же используется один датчик конечного положения. В начале работы рабочий орган доводится до этого положения и система управления принимает его за нулевую точку, относительно которой рассчитывается дальнейшее перемещение.

Такой принцип построения приводов избавляет от множества проблем, связанных с наличием системы определения положения: отсутствует необходимость в датчике углового или линейного перемещения, сложность и стоимость которых пропорционально (а иногда и не очень) увеличивается с увеличением точности или диапазона измерения; отсутствует необходимость в схеме обработки сигнала с датчика; отсутствует необходимость в схеме автоматического регулирования (и, соответственно, в наладке такой схемы), которая должна корректировать положение рабочего органа по информации с датчика.

Отсутствие обратной связи является и недостатком привод с шаговыми двигателями. При превышении моментом нагрузки крутящего момента двигателя, ротор перестает выполнять шаги, останавливаясь на месте. В зависимости от характера и причины возникновения дополнительной нагрузки, ротор может продолжить вращение, пропустив несколько шагов, или полностью остановиться. В обоих случаях количество «команд», отданным на выполнение шаг будет отличаться от количества реально выполненных