УДК 535.6

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОЦЕНИВАНИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Серенков П.С., Романчак В.М.

Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь

Аннотация. По результатам анализа общепринятых методов оценивания неопределенности измерений с позиций их соответствия «байесовскому» подходу предложен альтернативный метод оценивания как «метод последовательных трансформаций» (МПТ), имеющий ряд преимуществ по сравнению с общепринятыми методами. Метод строго соответствует «байесовскому» подходу, поэтому лишен методической ошибки в оценивании. В основе метода лежит техника последовательной аналитической свертки распределений входных величин с учетом модели измерений.

Ключевые слова: результат измерений, неопределенность измерений, метод последовательных трансформаций.

ANALYTICAL METHOD FOR ESTIMATION OF THE MEASUREMENT RESULTS

Serenkov P., Romanchak V.

Belarusian National Technical University
Minsk, Republic of Belarus

Abstract. Based on the results of the analysis of generally accepted methods for estimating measurement uncertainty from the standpoint of their compliance with the "Bayesian" approach, an alternative estimation method is proposed as the "method of step by step transformations", which has a number of advantages compared to conventional methods. The method strictly corresponds to the "Bayesian" approach, therefore, it is free from methodological error in estimation. The method is based on the technique of sequential analytical convolution of the input quantities distributions, taking into account the measurement model.

Key words: measurement result, measurement uncertainty, method of step by step transformations.

Адрес для переписки: Серенков П.С., ул. Я. Коласа, 22, Минск 220113, Республика Беларусь
e-mail: pavelserenkov@bntu.by

С учетом резкого увеличения рисков некорректного принятия решений по результатам контроля и испытаний продукции метрологической общественностью сформулирован идеализированный подход к оцениванию неопределенности измерений, известный как «байесовский» подход. На наш взгляд «все точки над *i*» расставил с методологической точки зрения стандарт, определив в качестве идеальной модели оценивания так называемый «байесовский подход». Идеализированное представление о решении задачи оценивания неопределенности измерения как процесса определения случайной величины, сводится к трем этапам:

– формулировка измерительной задачи;
– трансформирование распределений;
– получение окончательного результата.

Основным моментом этапа формулировки измерительной задачи является составление модели измерения $Y = f(X)$, определяющей взаимосвязь Y (измеряемой величины) с вектором входных величин $X = (X_1, X_2, \ldots, X_N)$ и приписывание распределений вероятностей (нормального, прямоугольного и т. д.) N входным величинам X_i (или совместного распределения вероятностей входным величинам, не являющимся независимыми) на основе имеющейся информации.

Ключевой (второй) этап – трансформирование распределений входных величин X_i, которое предусматривает определение плотности распределения вероятности выходной величины Y на основе плотностей распределения вероятностей входных величин X_i и используемой модели измерения.

Третий этап предполагает использование плотности распределения вероятностей выходной величины Y для определения:

1) оценки математического ожидания величины Y в виде оценки y;

2) интервала охвата для величины Y, соответствующего заданной вероятности (вероятности охвата) P, как расширенной неопределенности $U(y)$;

3) оценки стандартного отклонения величины Y как стандартной неопределенности $u_c(y)$, ассоциированной с y.

Т. е. для «байесовского» или вероятностного подхода количественной мерой неопределенности результата измерений y в широком смысле является распределение вероятностей, а в узком смысле – параметр рассеяния этого же распределения ($u_c(y)$ или $U(y)$, P). Иными словами, сначала должен быть получен закон распределения вероятности величины Y, а потом уже из него оценка неопределенности результатов измерений y в виде $u_c(y)$ или $U(y)$, P.

В этом смысле подход GUM реализует отличный от «байесовского» подход, называемый «частотным».

Среди общепринятых методически корректных методов нахождения неопределенности есть только один – метод Монте-Карло. Метод в соответствии с концепцией вероятностной трансформации законов распределения входных величин формирует с учетом модели измерений закон распределения результата измерений, но не аналитически (непосредственно), а численными методами (опосредованно).

Следует отметить, что метод Монте-Карло, как и любой другой метод численного моделирования, лишь имитирует аналитическое (точное) решение задачи, поскольку величина Y непосредственно не измеряется.

Естественно, любая имитация предполагает целый ряд допущений и ограничений, что естественно вносит искажение в оценку $u_c(y)$ или $U(y)$, P. Устойчивые, адекватные результаты моделирования методом Монте-Карло требуют дополнительных программных алгоритмов и приложений (генераторов случайных чисел, буд - стрэп процедур и т. п.), а также большого количества генераций последовательностей значений y_i.

Предлагается авторский «метод последовательных трансформаций» (МПТ) для эффективного оценивания неопределенности измерений для заданной математической модели измерений с произвольным числом входных величин и единственной выходной величиной. Эффективность оценивания проявляется в том, что:

МПТ решает задачу детерминировано, т. е. детально реализует алгоритм оценки неопределенности измерений через трансформацию распределений входных величин;

МПТ в отличие от метода Монте-Карло предполагает возможность типового решения задачи оценивания с минимальными затратами ресурсов.

Ключевым моментом предлагаемого МПТ является техника аналитической свертки распределений входных величин с учетом модели измерений

$$Y = f(X_1, ..., XN). \qquad (1)$$

Модель измерений (1) как математическое выражение любой, самой сложной структуры может быть приведено к выражению

$$Y = f_1(x_1) \oplus f_2(x_2) \oplus ... \oplus fn(x) \qquad (2)$$

где $\oplus$ обозначает произвольную алгебраическую операцию (сложение, вычитание, умножение, или деление). Т.е. исходная функция связи может быть представлена как последовательность выполнения алгебраических операций, что создает предпосылки для последовательной пооперационной свертки ($Z_i = f_i(x_i) \oplus f_{i+1}(x_{i+1})$) в соответствии с логикой модели измерения (2) получения конечного результата Y.

МПТ заключается в последовательном нахождении функции распределения результата измерений GY в результате последовательных попарных сверток для каждой алгебраической операции $Z_i = f_i(x_i) \oplus f_{i+1}(x_{i+1})$ модели измерений (1). При этом можно использовать аддитивную и мультипликативную модели свертки распределений.

Иными словами, алгоритм МПТ включает два этапа:

– приведение исходной модели измерений (1) к выражению (2);

– последовательная попарная свертка распределений входных случайных величин X_i и X_{i+1} модели измерений (1, 2), синхронизированная с пооперационными свертками ($Z_i = f_i(x_i) \oplus f_{i+1}(x_{i+1})$) выражения (2).

В настоящее время авторами ведется исследование возможностей МПТ. Для предварительной оценки состоятельности МПТ был рассмотрен пример модели косвенных измерений силы электрического тока с помощью вольтметра и шунта, где неопределенность результатов измерений оценивают методом GUM. Модель косвенных измерений имеет вид:

$$I = f(V, R) = \frac{V}{R},$$

где I – сила электрического тока; V – электрическое напряжение; R – сопротивление шунта.

Для конкретного примера проведена альтернативная оценка неопределенности измерений силы тока I методами Монте-Карло и МПТ. Результаты оценок расширенной неопределенности измерений I для различных доверительных уровней приведены в таблице.

Таблица. Оценки неопределенности измерений силы тока, полученные различными методами

Уровень доверия	Метод GUM	Метод Монте-Карло	Метод МПТ
$P = 0{,}90$	0,0049, А	0,0049, А	0,0049, А
$P = 0{,}95$	0,0098, А	0,0093, А	0,0093, А
$P = 0{,}99$	0,0147, А	0,0112, А	0,0112, А

Как следует из таблицы, МПТ и метод Монте-Карло дают схожие результаты, что вполне ожидаемо в силу того, что они оба реализуют «байесовский» подход к оценке неопределенности, корректный с позиций бацесовского подхода. Метод GUM на невысоких уровнях доверия ($p = 0{,}9$) дает подобный результат. Однако на высоких уровнях доверия ($p = 0{,}95$–$0{,}99$) метод GUM дает завышенную на 31% оценку. Что подтверждает опасения в отношении методической ошибки «частотного подхода», реализуемого в методе GUM. Причем, следует отметить ее непредсказуемый характер.

МПТ актуален и имеет особое значение, когда:

– линеаризация модели (1) не обеспечивает ее адекватного представления;

– распределение выходной величины имеет выраженную асимметрию, в этом случае при оценке неопределенности могут быть получены недостоверные интервалы.