

ОСОБЕННОСТИ ТРЕХМЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Захарик Ал.М., ктн, Захарик Ю.М., ктн, Гологуш А.А., Захарик Ан.М., ктн, А.Н. Гиль, МАЗ

Увеличение возможностей современных персональных компьютеров создали основу для моделирования динамических процессов трансмиссий большегрузных автомобилей, в детализации их моделей и учете каждого элемента, влияющего на работоспособность узлов трансмиссии автомобиля в целом. Важнейший этап, который требуется пройти в этом направлении, состоит в моделировании зубчатых колес узлов трансмиссий. При этом вначале необходимо определить размерность модели, т.к. плоская модель наиболее подходит для моделирования контакта поверхностей и погрешностей зацепления, но со значительными трудностями позволяет определять взаимодействие зубчатых передач вдоль контактных линий для каждого сечения. Поэтому обычно при моделировании зубчатых колес предусматривается создание двух вариантов моделей. При этом двумерная модель получается из 3-х мерной путем разделения последней на j плоских сечений плоскостями A_j-A_j , перпендикулярными оси вращения зубчатых колес. Профиль зуба в этом случае представляется в виде набора точек матрицы M с координатами X_i^m, Y_i^m для i -й точки m -го зуба зубчатого колеса j будет иметь вид:

$$M_j^{A-A} = \begin{pmatrix} jX_1^1 & jY_1^2 & \dots & jX_1^m & jY_1^m \\ jX_2^2 & jY_2^2 & \dots & jX_2^m & jY_2^m \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ jX_i^2 & jY_i^2 & \dots & jX_i^m & jY_i^m \end{pmatrix}, \quad (1)$$

Такое представление модели позволяет получать наиболее быстрые преобразования, однако большой объем информации требует дополнительных ресурсов вычислительной машины. Поэтому часто применяется более компактный способ представления модели, в которой хранится информация лишь об одном зубе зубчатого колеса. l -я матрица сечения $A-A$ в этом случае имеет вид:

$$\| {}_n M_j^{A-A} \|_1 = \begin{pmatrix} jX_1 & jY_1 \\ jX_2 & jY_2 \\ \dots & \dots \\ jX_i & jY_i \end{pmatrix}^{N_p} \begin{pmatrix} \cos(\varphi_Z) & -\sin(\varphi_Z) \\ \sin(\varphi_Z) & \cos(\varphi_Z) \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где n — номер зуба шестерни, N_p — номер зуба зубчатого колеса в матрице координат, φ_Z — угол зуба зубчатого колеса, $\varphi_Z = 2\pi/Z$.

На рис.1 показаны две системы координат O_1 и O_2 , отличающиеся друг от друга поворотом вокруг оси Z_j на угол φ и смещением начала координат на расстояния L_1, L_2 и L_3 .

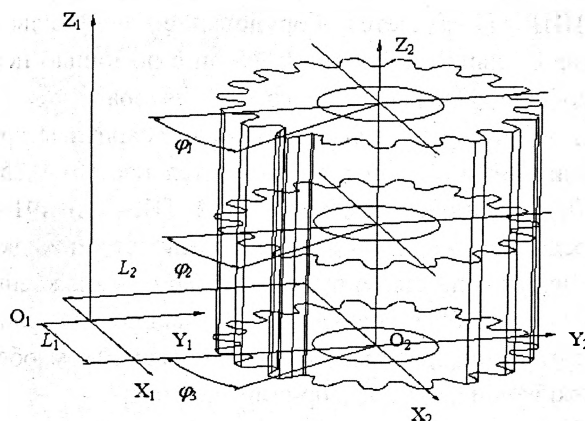


Рис. 1. Система координат зубчатого колеса

Координаты каждой точки в данных системах связаны соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= X_2 + L_1 \\ Y_1 &= Y_2 \cos(\varphi) - Z_2 \sin(\varphi) - L_2 \\ Z_1 &= Y_2 \sin(\varphi) + Z_2 \cos(\varphi) - L_3 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Будем использовать однородные координаты, при которых положение произвольной точки C в системе O_1 задается четырьмя величинами ${}^C x_1, {}^C y_1, {}^C z_1, {}^C t_1$, связанных с соответствующими координатами соотношениями:

$${}^C x_1 = {}^C x_1' / t_1', \quad {}^C y_1 = {}^C y_1' / t_1', \quad {}^C z_1 = {}^C z_1' / t_1'. \quad (4)$$

Также для определения положения той же точки в системе O_2 воспользуемся однородными координатами ${}^C x_2, {}^C y_2, {}^C z_2, {}^C t_2$, где ${}^C x_2 = {}^C x_2' / t_2', {}^C y_2 = {}^C y_2' / t_2', {}^C z_2 = {}^C z_2' / t_2'$ (5)

Положение т. C в соответствующих системах координат примет вид:

$$\left. \begin{aligned} C_{X_1} &= C_{X_2} + t_2 L_1 \\ C_{Y_1} &= C_{Y_2} \cos(\varphi) - C_{Z_2} \sin(\varphi) - t_2 L_2 \\ C_{Z_1} &= C_{Y_2} \sin(\varphi) + C_{Z_2} \cos(\varphi) - t_2 L_3 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Коэффициенты координат представляются как элементы матрицы:

$$M_{12} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}, \text{ где} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} a_{11} &= a_{44} = 1, \quad a_{12} = a_{13} = a_{21} = a_{31} = a_{41} = a_{42} = a_{43} = 0, \\ a_{14} &= L_1, \quad a_{24} = -L_2, \quad a_{34} = -L_3, \\ a_{22} &= a_{33} = \cos(\varphi), \quad a_{32} = \sin(\varphi), \quad a_{23} = \sin(\varphi). \end{aligned}$$

Преобразуем матрицу C_{12} таким образом, что каждый ее элемент a_{mn} ($m, n = 1..3$) представляет собой косинус угла оси номера m с осью номера n . Элементы a_{14}, a_{24}, a_{34} соответствуют проекциям координат O_1 .

Тогда выражение (7) можно представить в виде:

$$v_1 = M_{12} v_2 \quad (8)$$

где v_1 и v_2 – столбцевые матрицы радиус-векторов точки C в системах O_1 и O_2 .

При моделировании зубчатого зацепления возникает необходимость в многократном преобразовании координат. Переход от системы O_1 к O_2 осуществляется через ряд промежуточных систем координат и записывается следующим образом:

$$v_n = C_{n(n-1)} \dots C_{32} C_{21} v_1 \quad (9)$$

Необходимо учитывать, что из элементов матрицы, определяющих косинусы углов между осями, независимыми являются только три.

Пусть

$$M_{12} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(x_1 \wedge x_2) & \cos(x_1 \wedge y_2) & \cos(x_1 \wedge z_2) \\ \cos(y_1 \wedge x_2) & \cos(y_1 \wedge y_2) & \cos(y_1 \wedge z_2) \\ \cos(z_1 \wedge x_2) & \cos(z_1 \wedge y_2) & \cos(z_1 \wedge z_2) \end{pmatrix} \quad (10)$$

Тогда с учетом того, что при переходе от системы O_1 к O_2 проекции координат т. C на соответствующие оси связаны соотношением (3), матрицы соответствующих векторов примут вид:

$$C_{L_1} = \begin{pmatrix} a_{x1} \\ a_{y1} \\ a_{z1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \end{pmatrix} \quad C_{L_2} = \begin{pmatrix} b_{x2} \\ b_{y2} \\ b_{z2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ a_{32} \end{pmatrix}$$

$$C_{L_3} = \begin{pmatrix} c_{x3} \\ c_{y3} \\ c_{z3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{13} \\ a_{23} \\ a_{33} \end{pmatrix} \quad (11)$$

Так как $C_{L_1}, C_{L_2}, C_{L_3}$ взаимно перпендикулярные векторы, то

$$\left. \begin{aligned} a_{11}^2 + a_{21}^2 + a_{31}^2 &= 1; \\ a_{13}^2 + a_{23}^2 + a_{33}^2 &= 1; \\ a_{11}a_{12} + a_{21}a_{22} + a_{31}a_{32} &= 0; \\ a_{11}a_{13} + a_{21}a_{23} + a_{31}a_{33} &= 0; \\ a_{12}a_{13} + a_{22}a_{23} + a_{32}a_{33} &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

При многократных преобразованиях координат целесообразно использовать соотношения, связывающие элементы матрицы для системы O_2 , которые идентичны ранее полученным зависимостям (11) и (12) с соответствующими индексами.

На рис. 2 представлены результаты моделирования динамической нагруженности полуосевой шестерни колесного редуктора ведущего моста большегрузного автомобиля. В качестве фактора для определения уровня динамической нагруженности выбран коэффициент динамичности K_d , представляющий собой отношение максимального динамического крутящего момента на полуоси ведущего моста к расчетному теоретическому крутящему моменту. Для сравнения приведены амплитудно-частотные характеристики с учетом моделирования кинематического взаимодействия зубчатых колес ведущего моста (кривая 1) и без учета (кривая 2 сдвинута ниже для удобства восприятия. Реально точки V_1 кривой 1 и V_2 кривой 2 совпадают). Видно, что моделирование без учета кинематического взаимодействия зубчатых колес не учитывает повышенную нагрузку в частотных диапазонах 50-100 Гц (т.А), ≈ 100 Гц(т. С), 150-200 Гц (т.Д). Данные характерные точки кривой 1 связаны с особенностями работы ведущей шестерни планетарного редуктора, который широко используется в колесных передачах ведущих мостов.

Предложенный способ моделирования зубчатых колес успешно используется при исследовании динамической нагруженности узлов трансмиссии большегрузных автомобилей.

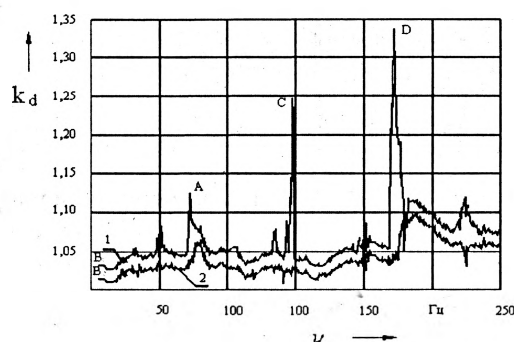


Рис. 2. Амплитудно-частотная характеристика ведущего моста.

Учет процессов, происходящих при передаче крутящего момента через зубья зубчатых колес, позволяет получать точную картину динамической нагруженности исследуемого узла за счет более детального исследования новых зон динамического нагружения, в связи с чем имеется возможность реально оценивать долговечность узлов трансмиссий автомобиля на этапе проектирования.

ВОЗЬМИТЕ НА ЗАМЕТКУ

ТЕМПЕРАМЕНТ И НЕРВНАЯ СИСТЕМА

Темперамент — характеристика индивида со стороны динамических особенностей его психической деятельности. Основные компоненты: общая активность индивида, его моторика (двигательные проявления) и эмоциональность. Темперамент проявляется уже в раннем детстве, он относительно устойчив и слабо поддается воспитанию. Основными разновидностями темперамента считаются четыре классических типа, предложенные древнегреческим врачом Гиппократом. Чаще всего встречается темперамент смешанного типа.

Тип темперамента по Гиппократу	Краткая характеристика	Свойства нервной системы по И.П. Павлову	Выдающиеся личности
Флегматик	Пассивный очень трудоспособный, медленно приспосабливающийся, эмоции внешне проявляются слабо	Спокойный, сильный, уравновешенный, малоподвижный	И.А. Крылов М.И. Кутузов И. Ньютон
Сангвиник	Активный, энергичный, легко приспосабливающийся	Живой, сильный, уравновешенный, подвижный	М.Ю. Лермонтов Наполеон I В.А. Моцарт
Холерик	Активный, очень энергичный, настойчивый, эмоции неуправляемы	Легко возбудимый, сильный, неуравновешенный, подвижный	Петр I А.С. Пушкин А.В. Суворов М. Робеспьер
Меланхолик	Пассивный. Легко утомляющийся, тяжело приспосабливающийся, очень чувствительный	Слабый, неуравновешенный, сдержанный, подвижный или малоподвижный	Н.В. Гоголь П.И. Чайковский