УДК 519.2

МОМЕНТЫ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ПОРЯДКОВ СИНУСОИДАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КАК РЕШЕНИЯ РЕКУРРЕНТНЫХ СООТНОШЕНИЙ

Студентка гр.104617 Заболотная Е.Б.,
кандидат техн. наук, доцент П.Ф. Волкович
Белорусский национальный технический университет

Начальные моменты произвольных порядков α_n синусоидального распределения с плотностью $f(x) = ½\sin x$, $0 \le x \le \pi$, по определению выражаются с помощью рекуррентно вычислимых интегралов вида

$$\alpha_n = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{\pi} x^n \sin(x) dx . \qquad (1)$$

Двукратное интегрирование выражения (1) порождает рекуррентное соотношение

$$\alpha_n = \frac{1}{2}\pi^n - n \cdot (n-1) \cdot \alpha_{n-2} . \qquad (2)$$

Учитывая, что $\alpha_0 = 1$, $\alpha_0 = \pi/2$ по индукции из выражения (2) получаем

$$\alpha_{2k+1} = \frac{1}{2}\sum_{\nu=0}^{k}(-1)^{\nu}\frac{\pi^{2(k-\nu)+1}(2k)!(2k-1)!}{(2(k-\nu)+1)!(2(k-\nu))!}, \quad k = 1, 2, 3, \ldots; (3)$$

$$\alpha_{2k} = \frac{1}{2}\sum_{\nu=0}^{k-1}(-1)^{\nu}\frac{\pi^{2(k-\nu)}(2k)!(2k-1)!}{(2(k-\nu)+1)!(2(k-\nu))!} . \qquad (4)$$

Центральные моменты произвольных порядков μ_n указанного распределения по определению

$$\mu_n = \frac{1}{2}\int_0^{\pi}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^n \sin(x) dx . \qquad (5)$$

Учитывая, что $\mu_0 = 1$, $\mu_1 = 0$, по индукции получаем:

$$\mu_{2k} = \sum_{\nu=0}^{k-1}\left(\frac{\pi}{2}\right)^{2(k-\nu)} - (2k)!$$

, $\mu 2k+1 = 0$.

Полученные соотношения для моментов распределения применяются в инженерных расчетах.