УДК 517.39

ПЕРВООБРАЗНЫЕ КОМБИНАЦИЙ СТЕПЕННОЙ И ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ ФУНКЦИЙ КАК РЕШЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ РЕКУРРЕНТНЫХ СООТНОШЕНИЙ

Студенты группы 104210 Лайко А.А., Лущик М.Э.
Канд. техн. наук, доцент Волкович П.Ф.
Белорусский национальный технический университет

Используя метод рекуррентных соотношений и метод математической индукции, получены представления комбинаторными суммами ряда первообразных различных комбинаций степенной и логарифмической функций, в частности:

$$\int x^m (\ln x)^n dx = x^{m+1} \sum_{\nu=0}^{n} \frac{(-1)^\nu n!(\ln x)^{n-\nu}}{(n-\nu)!(m+1)^{\nu+1}}, \quad m \in R,\ n \in N, m \neq -1, n \neq -1;$$

$$\int (\ln x)^n dx = x \sum_{\nu=0}^{n} \frac{(-1)^\nu n!(\ln x)^{n-\nu}}{(n-\nu)!};$$

$$\int \frac{(\ln x)^n dx}{x^m} = -\frac{1}{x^{m-1}} \sum_{\nu=0}^{n} \frac{n!(\ln x)^{n-\nu}}{(n-\nu)!(m-1)^{\nu+1}};$$

$$\int \frac{dx}{x^m (\ln x)^n} = -\frac{1}{x^{m-1}} \sum_{\nu=1}^{n-1} \frac{(-1)^\nu (n-(\nu+1))!(m-1)^{\nu-1}}{(n-1)!(\ln x)^{n-\nu}} + (-1)^{n-1} \frac{(m-1)^{n-1}}{(n-1)!} \int \frac{dx}{x^m \ln x},$$

где

$$\int \frac{dx}{x^m (\ln x)} = \ln \ln x + \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{(-1)^\nu (m-1)^\nu (\ln x)^\nu}{\nu!\, \nu};$$

$$\int \frac{\ln(a+bx)dx}{x} = \begin{cases} (\ln a)\ln x + \sum\limits_{\nu=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{\nu-1}(bx)^\nu}{\nu^2 a^\nu} & \text{для } b^2x^2 < a^2, \\ \dfrac{(\ln bx)^2}{2} + \sum\limits_{\nu=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{\nu-1}(a)^\nu}{\nu^2 b^\nu x^\nu} & \text{для } b^2x^2 > a^2; \end{cases}$$

$$\frac{1}{b} \int \frac{d \ln(a+bx)}{x^{n-1}} = \sum_{\nu=1}^{n-2} \frac{(-1)^\nu b^{\nu-1}}{(n-(\nu+1))x^{n-(\nu+1)} a^\nu} + (-1)^{n-1} \frac{b^{n-2}}{a^{n-1}} \ln \frac{a+bx}{a}.$$

Здесь всюду выражения под знаком логарифма принимают только положительные значения.