

МЕХАНИКА БЛОЧНОГО ЛУКА.

Ч.1. ТРАЕКТОРИЯ ТОЛЧКА СТРЕЛЫ

К.В. Доброго

*Д.ф.-м.н., профессор, заместитель Председателя высшей аттестационной комиссии
Республики Беларусь, г. Минск*

Статья посвящена рассмотрению блочного лука как механической системы, обсуждению некоторых аспектов «идеального» выстрела с точки зрения физики.

В первой части рассматривается вопрос о траектории толчка стрелы как основного фактора стабильности и точности выстрела. Показано, что конструкционные особенности блочного лука не позволяют осуществлять идеальную, совпадающую с осью стрелы траекторию толчка. Оцениваются соответствующие параметры. Даются рекомендации по улучшению этой составляющей выстрела.

Статья носит научно-популярный характер и адресована любителям лучного спорта, желающим углубить понимание механических процессов, происходящих в луке и их влияние на качество стрельбы.

Введение

Лучный спорт – интересный технический вид спорта получивший широкое распространение в европейских странах, в Республике Корея, США, в Китае и других странах и несколько меньшее в странах СНГ. Это олимпийский вид спорта, требующий не только физической и технической подготовки, но и развивающий позитивные психические способности человека. При этом для занятий лучной стрельбой практически отсутствуют возрастные ограничения и они отлично подходят для активного отдыха. Именно по этим причинам он привлек мое внимание. Ознакомившись с азами лучного дела по интернету, я приобрел простой блочный лук. Почему блочный? Потому, что для неискушенного любителя, такого как я, не существовало эстетики традиционного лука и традиций олимпийского лучного спорта, но вполне ощутимо представлялась мощь и технологичность блочного лука.

Сразу после приобретения, опробования лука и приятного впечатления от его «боевых» возможностей, проявилась вторая, не менее увлекательная для меня, сторона лучного дела. Как физик я принялся анализировать, что помогает точности выстрела, а что мешает, как можно усовершенствовать лук, сделать его «идеальным». Конечно, существует большое количество практических рекомендаций и инструкций по настройке лука и технике стрельбы, учитывающих опыт спортсменов и производителей луков, на-

пример, руководство по настройке лука и стрел компании EASTON [1]. Имеется литература для желающих освоить данный вид спорта, например, книга Брайна Дж. Споллера «Стрельба из лука для начинающих» [2], в которой автор вводит читателя в мир лучной стрельбы, дает программу отработки навыков стрельбы, затрагивает вопросы выбора инвентаря, техники стрельбы и участия в соревнованиях. Вопросы механики лука рассматриваются и в научной литературе. Так в диссертации [3] разработана модель разгона стрелы в рекурсивном луке основанная на уравнениях механики упругих деформируемых сред. Изучается влияние геометрии плеч на динамику разгона и скорость вылета стрелы, делаются рекомендации по конструкции и геометрии лука, обеспечивающей большую скорость вылета стрелы. К сожалению, узконаправленные, хотя и детальные исследования, зачастую не дают ясных рекомендаций спортсменам для повышения стабильности и точности стрельбы.

В данной статье вопрос «идеального» выстрела рассматривается с общих позиций физики и механики, а затем сводится к решению конкретных задач и нахождению конкретных параметров – характеристик лука. Такой путь, на наш взгляд, понятен и новичкам и опытным спортсменам и позволит лучше «понять» лук и, надеемся, улучшить результаты стрельбы.

Данная статья носит научно-популярный характер, поэтому читатели, для которых трудно

восприятие формул, могут внимательно изучить рисунки, обратить внимание на численные оценки некоторых характеристик лука и ознакомиться с выводами.

Общий взгляд на проблему «идеального» выстрела

В настоящее время интернет дает возможность ознакомиться с любым предметом, тем не менее приведем краткое описание блочного лука и составляющих его элементов. Основу лука составляет жесткая рама, называемая райзером, с прикрепленным к ней упругими силовыми элементами – плечами и иными устройствами и конструктивными элементами, рис. 1.

Основными конструктивными параметрами лука являются расстояние от оси до оси и база лука (рис. 1), а также длина растяжки (иногда используется жаргонизм «вытяг») и сила натяжения. Последние два параметра, как правило, настаиваются под стрелка.

Система блоков и модулей служит для создания равномерного усилия натяжения тетивы и ослабления (сброса) усилия в конце фазы натяжения. Отвод тросов – стержень отводящий тросы от плоскости лука и таким образом освобождающий пространство для свободного пролета стрелы. Тормоз тетивы предотвращает заброс тетивы вперед и уменьшает вибрации тетивы после выстрела. Полочка и седло тетивы служат для позиционирования стрелы. Натяжение лука осуществляется за петельку с помощью специального приспособления – релиза, а прицеливание – совмещением цели, указателя (пина) прицела и

отверстия пип-сайта. Также лук снабжается демпфирующими элементами, снижающими вибрации и шум при выстреле. Стандартная терминология по луку и арбалету приведена в [4].

Лук – это аппарат для метания стрелы. Его назначение: 1 – максимально полно передать запасенную (в деформации упругих элементов) энергию в кинетическую энергию стрелы; 2 – обеспечить максимальную стабильность и точность направления полета стрелы.

Обе задачи – сложные технические задачи, для их решения надо рассматривать единую физическую систему «человек – лук – стрела», поскольку каждый элемент этой системы взаимодействует с другими. Однако детальное рассмотрение этой системы с точки зрения физики слишком сложно. Ведь возможности человека учесть сложно, а изменить их – тем более. Стрела наоборот, – практически идеальный метательный снаряд (если, конечно, она прямая:), характеризуется малым числом параметров и совершенствовать ее некуда. Поэтому следует обратить внимание на лук, как на механическую систему, и разобраться как добиться его максимально эффективной и точной работы.

Предполагаем, что человек в данной системе это жесткая (неподвижная) опора, фиксирующая лук, а точнее точку опоры А на рукоятке лука, и хвостовик стрелы В, рис. 2. Считаем, что масса стрелы мала по сравнению с массой лука (25–40 г против 2–3 кг), тогда в первом приближении вылет стрелы не оказывает влияния на движение самого лука, а движение тетивы лука полностью определяет вылет стрелы.

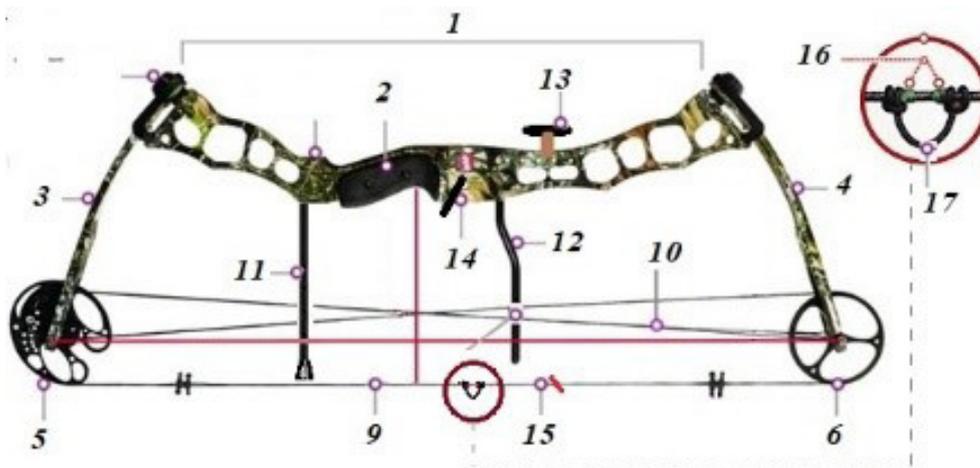


Рис. 1. Устройство и основные элементы блочного лука:

1 – райзер; 2 – рукоятка; 3, 4 – нижнее и верхнее плечо; 5, 6 – нижний и верхний блок; 7, 8 – нижний и верхний модуль блока; 9 – тетива; 10 – тросы модулей; 11 – тормоз (успокоитель) тетивы; 12 – отвод тросов; 13 – прицел; 14 – полочка; 15 – пип-сайт; 16 – седло тетивы; 17 – петелька

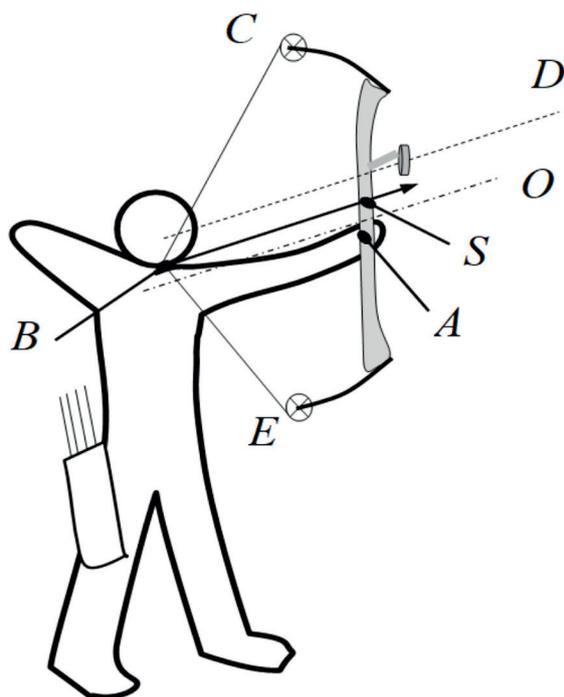


Рис. 2. Система «человек – лук – стрела»:
A – точка опоры лука, O – ось лука, D – линия прицеливания, ACBE – плоскость лука, B – точка удержания хвостовика стрелы (точка опоры стрелы, петелька, гнездо тетивы), BS – ось стрелы

Независимо от того как рассматривается система в целом, идеальным может считаться такое метание стрелы, когда она вылетает, первое, с импульсом строго коаксиальным оси стрелы (везде рассматривается система координат земли) т.е. без разворота самой стрелы (как сказали бы физики – без момента количества движения перпендикулярного оси), и, второе, без поперечных колебательных возбуждений. На практике, если посмотреть на вылет стрелы в замедленном видео (которые доступны в интернете), можно увидеть горизонтальные и вертикальные изгибания стрелы (так называемые «рыбка» и «дельфинчик») – это и есть колебательные возбуждения стрелы, полученные ею при выпуске из лука. Очевидно, что избавиться от таких возбуждений не удастся даже профессиональным спортсменам. О некоаксиальности импульса при вылете косвенно говорит различие полета оперенной и неоперенной стрелы, неровный разрыв бумаги при выстреле через бумажный экран, что используется в разных методиках настройки лука [1,2].

По сути, две указанные характеристики вылета определяют необходимые и достаточные

условия стабильности и точности полета стрелы к которым надо стремиться при настройке лука и выборе техники стрельбы. Третьим условием является постоянный импульс (скорость) стрелы при вылете, которое вполне удовлетворительно достигается за счет четкого сброса усилия натяжения («стенки») в качественных луках, малого трения элементов лука, неизменности свойств тетивы и плеч лука во время стрельбы и других технических решений.

Чтобы обеспечить коаксиальный импульс стрелы и отсутствие колебаний необходимо, чтобы траектория точки опоры (хвостовика) стрелы, или траектория толчка, была строго прямолинейной и совпадала с осью стрелы. Также необходимо, чтобы во время разгона стрела не испытывала усилий в перпендикулярном направлении со стороны полочки, плунжера, других направляющих элементов лука (воздействие со стороны полочки, если оно строго равно силе тяжести, действующей со стороны стрелы, не дает поперечного импульса).

Казалось бы все просто – необходимо взять ровную стрелу, избегать боковых толчков при спуске тетивы и взаимодействия стрелы с направляющими устройствами, например, используя падающую полочку – и условия выполнены. Но это не так, – всплывает «родовой» дефект лука – непрямолинейность траектории толчка (движения точки опоры, хвостовика стрелы, гнезда стрелы, или петельки – под этим подразумевается одно и то же).

Родовой дефект лука

Траектория движения точки толчка стрелы, напоминает раскачивание «качелей», при различии высот h_2 и h_3 на рис. 3. Источник этого дефекта – смещение оси стрелы вверх относительно оси симметрии плечей лука и потеря, в связи с этим, симметрии верх-низ в системе лук-стрела. Действительно, рука лучника, создающая опору, располагается ниже оси симметрии, приблизительно на 2–7 см, а стрела, для обеспечения свободного пролета оперенья располагается выше оси симметрии, приблизительно на 2 см. (Заметим, что в арбалета аналогичная симметрия сохранена.)

Что же следует из такой асимметрии системы? «Интуитивно» кажется, что по мере натяжения тетивы асимметрия должна уменьшаться, седло тетивы – приближаться к оси. Поэтому, подобрав высоту седла (петельки) на тетиве можно добиться достаточно хорошей траектории точки толчка, близкой к оси стрелы. К сожалению, в данном

случае интуиция дает сбой. Покажем это, решив соответствующую физико-геометрическую задачу. Примем геометрическую модель согласно рис. 3. Рассчитаем траекторию точки опоры стрелы, полагая, что выход тетивы с блока пропорционален силе ее натяжения, и что сила натяжения тетивы в верхнем и нижнем плече одинакова.

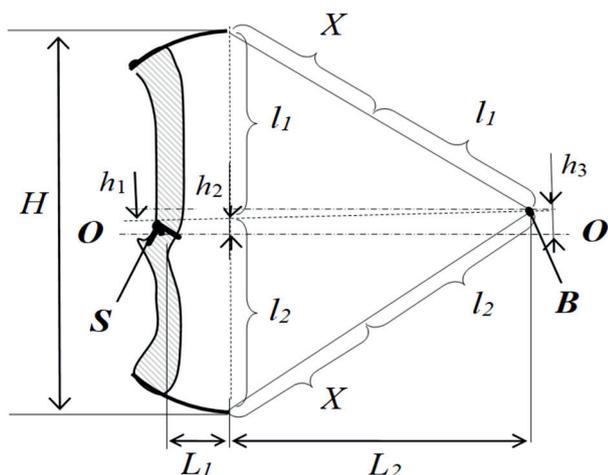


Рис. 3. Геометрическая модель лука для расчета траектории точки опоры стрелы BS: O – ось симметрии, S – полка, BS – ось стрелы, h_1 – высота полки, h_2 – высота точки опоры (гнезда, петельки) в начальном состоянии, h_3 – высота точки опоры в натянутом состоянии, L_1 – база лука, L_2 – рабочий ход тетивы, l_1 – начальная длина тетивы до седла сверху, l_2 – начальная длина тетивы до седла снизу, X – упругий выход тетивы с блока, $H=l_1+l_2$ – расстояние между осями

Искомым в данной задаче является высота точки опоры (петельки) в натянутом состоянии в зависимости от ее высоты в начальном состоянии и рабочего хода тетивы L_2 или величина $\Delta h = h_3 - h_2$. Данная величина определяется решением системы уравнений

$$\begin{cases} (l_1 - \Delta h)^2 + L_2^2 = (l_1 + X)^2 \\ (l_2 + \Delta h)^2 + L_2^2 = (l_2 + X)^2 \end{cases} \quad (1)$$

Обозначения величин даны в подписи к рис. 3.

Аналитически решить систему трудно. Однако легко показать, что в пределе большой растяжки $X \rightarrow \infty$ величина Δh задается формулой

$$\Delta h \cong X \frac{2h_2}{H} \approx 2h_2 \frac{L_3}{H}$$

$$\Delta h \cong X \frac{2h_2}{H} \approx 2h_2 \left(\frac{L_3}{H} \right)^2$$

можно рекомендовать формулу.

$$\Delta h = 2h_2 \frac{(L_3/H)^2}{1 + L_3/H} \quad (2)$$

Согласно (2), в пределе большого растяжения лука седло тетивы отодвигается от оси лука пропорционально величине выхода тетивы X (или растяжения лука), пропорционально начальному удалению от оси h_2 и обратно пропорционально размаху дуги (расстоянию между осями) лука H. Формула (2) объясняет известное среди лучников утверждение о том, что чем больше размах плеч лука тем стабильнее стрельба.

Численное решение системы (1) для параметров лука ManKung CB50 (далее – МК CB50), табл. 1, представлено на рис. 4. На данном рисунке гнездо тетивы (точка опоры стрелы) совершает движение по линии, справа налево. Как видно, траектория движения гнезда тетивы «проваливается» во время толкания стрелы на величину порядка 12 мм, что существенно ухудшает качество вылета стрелы и, соответственно, стабильность выстрела.

Табл. 1

Значения параметров лука, использованные для расчета, рис. 4

| Параметр | Обозначение | Значение |
|--|-------------|----------|
| Длина тетивы от блока до гнезда сверху | l_1 | 340 мм |
| Длина тетивы от блока до гнезда снизу | l_2 | 376 мм |
| Рабочий ход тетивы | L_2 | 500 мм |
| Высота гнезда от оси | h_2 | 18 мм |

Ввиду качелеобразного движения седла тетивы создаются условия для трения (или удара) стрелы о полочку и ее колебательных возмущений в вертикальной плоскости («дельфинчик»). Принципиальной проблемой является то, что никаким выбором начальной высоты петельки невозможно привести траекторию толчка к прямой линии совпадающей с осью стрелы.

(Интересно отметить, что опустив петельку немного ниже оси симметрии можно добиться лучшего совпадения оси стрелы и траектории толчка «в среднем»). Не даром на некоторых древних рисунках лучников стрелы рисовали под углом к самому луку. Это могло обеспечивать лучшую стабильность стрельбы)

Как бороться с данной проблемой? Несколько исправить ситуацию можно применив пле-

чи различной жесткости. Предположим, что жесткость верхнего плеча на 5 % ниже жесткости нижнего и рассчитаем траекторию точки опоры в этом случае, рис. 5. Как видно, траектория толчка в этом случае гораздо ближе к идеальной прямолинейной.

Другим методом корректировки траектории может быть смещение плечей вперед – назад относительно друг друга. В предложенной модели можно промоделировать такое смещение плеч лука. Так параллельное смещение верхнего плеча назад приводит уменьшению амплитуды прогиба траектории толчка, как показано на рис. 6. Данная манипуляция может использоваться для настройки лука совместно с регулировкой жесткости плеч.

Использованная нами модель является приближенной и не учитывает сближения осей при натяге, не учитывает геометрии блоков и переменность коэффициента упругости плеч, однако, как показывают эксперименты, она достаточно хорошо описывает характер траектории толчка стрелы.

Второй «родовой дефект»

Блочный лук обладает вторым «родовым дефектом», менее очевидным, чем первый. После быстрого натяжения тетивы всегда (или почти всегда) возникает поперечная вибрация плеч лука. В чем причина этой вибрации. Ее можно связать с лево-правой асимметрией массы лука, а также со смещением точки упора руки (в пределах ширины рукоятки). Однако после проведения нескольких экспериментов можно убедиться, что это не главные факторы. Основным источником данного возбуждения является асимметрия системы модулей и тросов

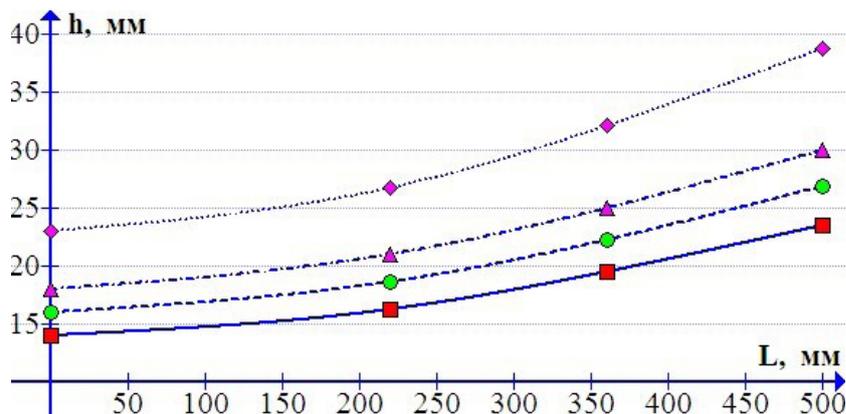


Рис. 4. Зависимость высоты точки опоры h_3 от рабочего хода тетивы L_2 (траектория толчка) при различных значениях высоты гнезда h_2 . Расчет по модели (1) – (2) для параметров лука МК СВ50

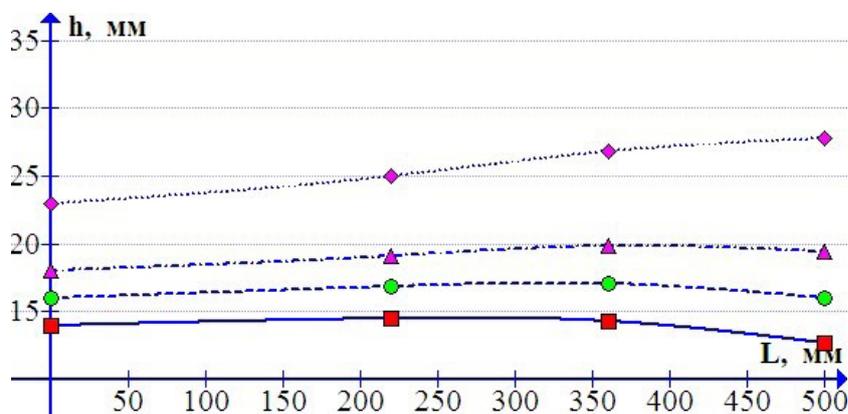


Рис. 5. Зависимость высоты точки опоры h_3 от рабочего хода тетивы L_2 (траектория толчка) при различных значениях высоты гнезда h_2 . Расчет по модели (1) – (2). Жесткость нижнего плеча на 5 % выше жесткости верхнего. Параметры лука МК СВ50

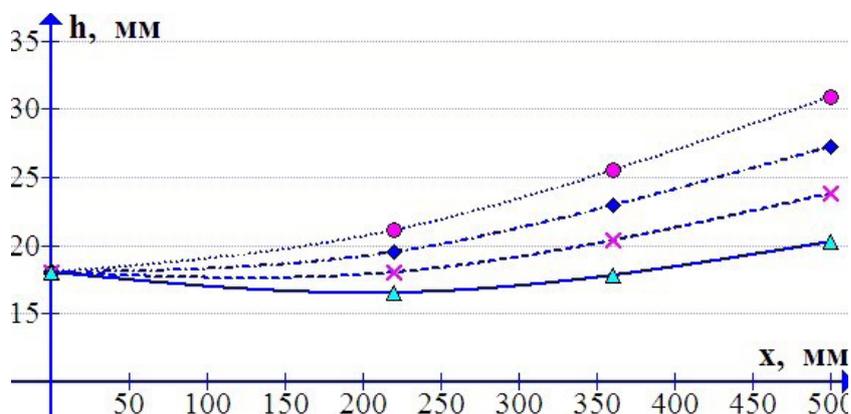


Рис. 6. Траектория толчка стрелы при различных величинах параллельного смещения верхнего плеча назад. Начальная высота гнезда $h_2 = 18$ мм. Верхняя кривая – без смещения, последующие – смещение плеча на 5, 10 и 15 мм. Параметры лука МК СВ50

и работа механизма сброса усилия. Рассмотрим это подробнее.

По своей сути действие механизма сброса усилия сводится к тому, что в конце стадии натяжения тетивы, усилие, передаваемое на плечи перераспределяется между тросами и тетивой, - тросы получают дополнительную нагрузку, а тетива – отдает часть своей нагрузки. При отпуске тетивы в начале движения стрелы происходит обратное перераспределение усилий – нагрузка тросов облегчается, а тетивы увеличивается. И все это было бы незаметно, если бы система блоков модулей и тросов была симметричной. Но тросы, сдвинутые отводом (рис. 1), находятся правее тетивы и усилие тросов направлено под углом (α_1, α_2) к плоскости лука, рис. 7. Поэтому перераспределение усилий между тетивой и тросами сопровождается толчком осей лука вбок. Поперечная составляющая силы легко может быть оценена по углу отхода тросов и составляет величину около 1 кг. Если скорость толчка близка к резонансным частотам лука, то лук начинает раскачиваться. (В случае лука МК СВ50 после быстрого натяжения тетивы вибрация достаточно сильная и затухает в течение приблизительно 1–2 секунды.) Кроме того, при сбросе усилия и при отпуске тетивы на оси будет действовать момент сил равный разности сил натяжения тросов и тетивы умноженной на расстояние между блоком и модулем $\vec{M} = \Delta\vec{r} \times \Delta\vec{F}$, стремящийся повернуть плоскость блока, что также приводит к поперечному сдвигу тетивы и соответствующему толчку стрелы вбок.

Избавиться от данного дефекта полностью невозможно поскольку для этого необходимо создать полностью симметричный лук. Но можно минимизировать этот эффект различными путями, например, 1) делая конструкцию плеч лука более жесткой в поперечном направлении (соединяя отдельные пластины плеч в единый

элемент); 2) сближая модуль и блок, или располагая их симметрично; 3) уменьшая угол отхода тросов, или создавая специальный механизм роликовой обводки тросов вокруг стрелы. Именно этими путями и идут, насколько я понимаю, разработчики высококлассных спортивных луков.

Проверка траектории толчка стрелы и выхода модулей

Получив такие важные данные (рис. 4, 5, 6) из простых физических и геометрических расчетов я был очень рад и думал, что уж половину всех лучных проблем я точно скоро решу. Однако все теоретические расчеты требуется проверять. Для этого был собран испытательный стенд, рис. 8, представляющий из себя плоское основание с надежно закрепленным на нем луком и определенными средствами для прорисовки траектории седла тетивы.

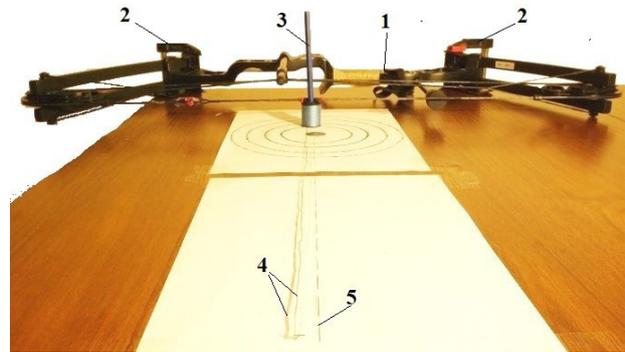


Рис. 8. Стенд для отображения траектории толчка стрелы (гнезда тетивы). 1 – райзер, 2 – струбины, 3 – карандаш, продетый через петельку и зафиксированный в вертикальном положении, 4 – линии траекторий опоры (гнезда) стрелы, 5 – линия начальной высоты седла

Прежде чем приступить к испытаниям, нужно принять меры страхующих вас от каких-либо неожиданностей. Первое, - дополнительно застраховать лук от срыва с исходной позиции при

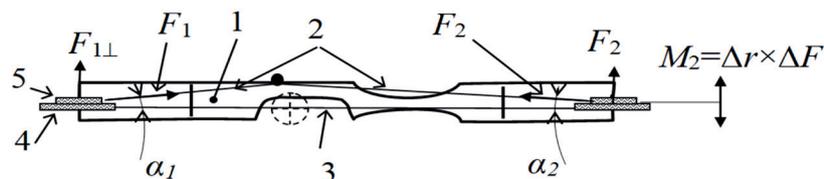


Рис. 7. Лево-правая асимметрия блочного лука и боковой толчок при выходе модулей

1 – райзер, 2 – тросы, 3 – тетива, 4 – блок, 5 – модуль блока, α_1, α_2 – углы отхода тросов от верхнего и нижнего модулей, $F_1, F_{1\perp}$ – сила натяжения троса и ее перпендикулярная составляющая на верхнем модуле, $F_2, F_{2\perp}$ – то же на нижнем модуле, \vec{M}_2 – разворачивающий момент сил на нижнем блоке

помощи прочной липкой ленты, дополнительных упоров позади рукоятки, либо шурупами через отверстия рукоятки. Второе, необходимо прикрепить к релизу или надежно зафиксировать на запястье страховочный карабин на ремешке и работать с луком предварительно захватив тетиву карабином как показано на рис. 10. Начиная опыты, я чуть не поплатился луком (обошлось раздробленным пип-сайтом и слегка потрепанной тетивой) после случайного холостого выстрела с полунатянутой тетивой, и окончательно понял, что без страховки работать с луком нельзя.

После фиксации лука, при помощи линейки прочерчивается центральная (осевая) линия лука, строго перпендикулярная вертикали его плеч а также параллельная ей линия начальной высоты петельки (h_2 на рис. 3), которая, по сути, является идеальной траекторией толчка. Для прочерчивания траектории толчка продеваем карандаш через петельку, фиксируем его вертикально при помощи направляющей втулки (мною использовалась катушка ниток) и аккуратно взводим и отводим тетиву, сохраняя направление тяги перпендикулярно вертикали лука.

Прочерченная траектория гнезда тетивы (рис. 9) оказалась, на удивление, близкой к расчетной кривой рис. 4 однако на ней обнаружилось существенное возмущение – горб (кривая 5 на рис. 9), природу которого я понял, внимательно отслеживая движения блоков и модулей.

Выяснилось, что горб на траектории вызывает небольшая разница в моменте прихода нижнего и верхнего модулей в свое крайнее положение. Я долго искал, где же «схалтурили» производители лука, какие элементы верхней и нижней части лука отличаются, где скрыта асимметрия?

Более того, разница прихода модулей не только дает возмущение траектории толчка, но и «размазывает» делает менее четким сброс усилия лука, что также мешает прицеливанию и стабильности стрельбы.

Некоторое время я боролся с этим «дефектом» самыми причудливыми способами, пытаюсь «исправить» положение модулей, пока случайно не узнал, что небольшие настройки длины тетивы и тросов в луке делаются путем их подкручиванием или раскручивания. Поскольку тросы модулей крепятся асимметрично их длина может по-разному сказываться на ход верхнего и нижнего модуля. Я попробовал и, о чудо, этим способом удалось отлично настроить выход модулей и ликвидировать «горб» на траектории толчка стрелы (линия 4 на рис. 9).

Могут быть предложены и другие способы контроля траектории толчка стрелы. Достаточно легко реализовать, например, контроль движения стрелы относительно рейки-указателя жестко прикрепленной к рукоятке лука, рис. 10. Относительное движение стрелы и контрольной точки на рейке (рост или уменьшение зазора, движение влево- вправо) при взводе и возвращении тетивы, однозначно связано с движением точки опоры стрелы и является индикатором нелинейности траектории толчка. Удобно, если наблюдение за движением стрелы над стрелкой-указателем ведет помощник, использующий для этой цели миллиметровую линейку или видео регистрацию. Основная регулировка траектории толчка в этом случае производится положением петельки. При работе с контрольной рейкой, ОБЯЗАТЕЛЬНО используем страховку релиза, рис. 10.

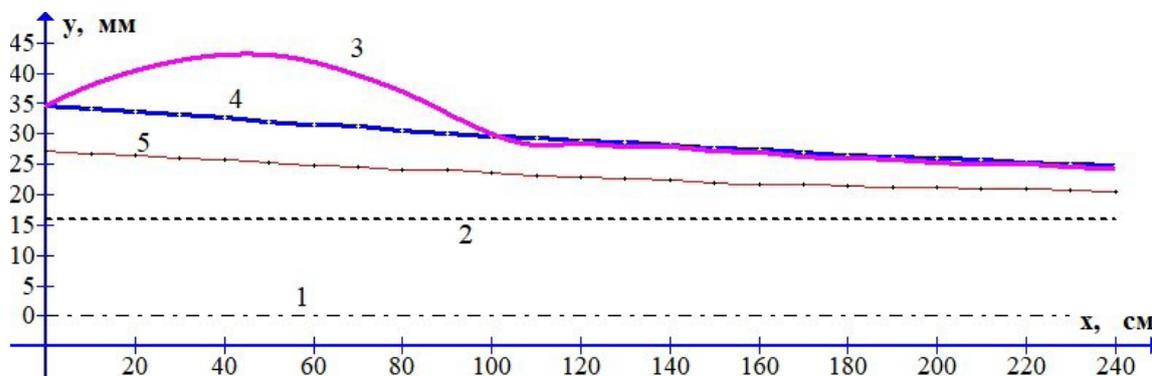


Рис. 9. Конечный участок (25 см) траектории толчка стрелы, полученный на стенде:
 1 – осевая линия лука, 2 – линия начальной высоты петельки h_2 («идеальная» траектория),
 3 – первоначальная траектория (лук из магазина), 4 – траектория идентичная 3, но с исправленным приходом модулей, 5 – лучшая полученная траектория



Рис. 10. Определение траектории толчка стрелы по контрольной рейке

Такой контроль можно легко проводить непосредственно перед тренировкой. В случае, если отход стрелы от контрольной точки не превышает 1–2 мм, можно говорить о хорошей линейности траектории толчка стрелы. Конечно, такой контроль не заменяет традиционные методы контроля вылета стрелы [1,2].

Влияние отдачи лука на траекторию толчка стрелы

Согласно первому закону Ньютона, сила, разгоняющая стрелу, толкает лук в противоположную сторону. Лук получает импульс равный импульсу стрелы, но направленный в противоположную сторону – отдачу. Поскольку во время выстрела лук удерживается не абсолютно жестко, отдача искривляет траекторию толчка. Оценим этот эффект решив задачу о динамике поступательно-вращательного движения лука относительно точки опоры А при приложении импульса к точке, смещенной относительно А вверх на расстояние r , рис. 11.

Исходные данные для решения задачи:

Масса стрелы: $m_a = 30 \cdot 10^{-3}$ [кг].

Скорость стрелы на вылете: $v_0 = 60$ [м/с].

Импульс стрелы на вылете: $p_0 = m_a v_0 = 1.8$ [кг·м/с].

Рабочий ход тетивы: $L = 0.5$ [м].

Высота лука: $H = 0.2$ [м].

Считаем движение стрелы равноускоренным, тогда легко определить:

ускорение: $a = 3600$ [м/с²],

время толчка: $t_0 = 1/60 = 1.7 \cdot 10^{-2}$ [с].

Время толчка, оцененное по средней скорости: $t_0 \approx 2L/v_0 \approx 1.8 \cdot 10^{-2}$ [с].

Средняя сила отдачи: $f_r = \frac{p_0}{t_0} \approx \frac{1.8}{1.8} 10^2 \approx 10^2$ [Н]

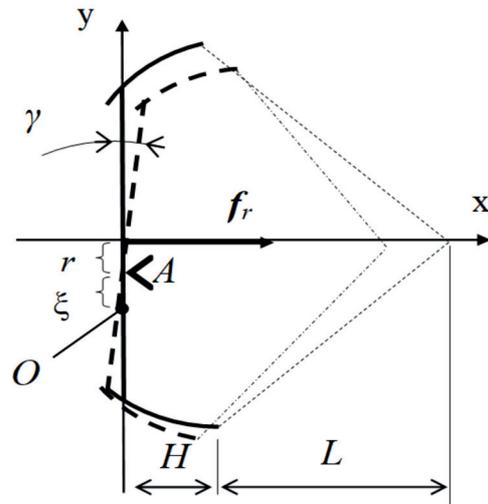


Рис. 11. Схема поворота лука относительно опоры А в вертикальной плоскости

Плечо силы относительно точки опоры А: $r = 4 \cdot 10^{-2}$ [м]

Момент силы: $F_A = f_r r = 4$ [Н·м].

Поворот лука относительно точки опоры на угол γ найдем интегрированием уравнения вращательного движения [5] $I_A \ddot{\gamma} = F_A$, считая момент силы и момент инерции постоянными

$$\gamma = \frac{F_A}{2I_A} t^2 \quad (3)$$

Траекторию движения седла тетивы с учетом поворота лука найдем в параметрическом виде

$$\begin{cases} x(t) = L - \frac{at^2}{2} \\ y(t) = r - \gamma(H + L - \frac{at^2}{2}) \end{cases} \quad (4)$$

Из (3) и (4) получаем зависимость $y(x)$

$$y(x) = r - \frac{F_A}{I_A} (L - x)(H + x) \quad (5)$$

На рис. 12 построены графики функции $y(x)$ для значений параметров приведенных выше $r = 4 \cdot 10^{-2}$ [м], $F_A = 4$ [Н·м], для нескольких значений момента инерции I_A , соответствующих различным нагрузкам лука МК СВ50.

Из рис. 12 видно, что отдача относительно слабо искривляет траекторию толчка стрелы, особенно при достаточно больших моментах инерции лука, поэтому утяжеленный лук с разнесенным от точки А грузом слабо «чувствует» отдачу выстрела. Данный эффект имеет сходный характер с эффектом «качелей» толчка, рассмотренный в первой части статьи, но существенно (на порядок) меньшей амплитуды.

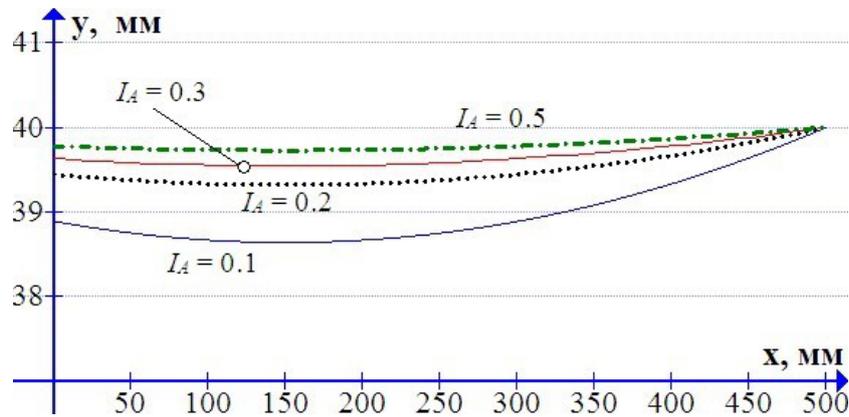


Рис. 12. Траектория толчка искаженная отдачей лука для различных I_A .
Снизу вверх: $I_A=0.1, 0.2, 0.3, 0.5$ кг·м². Движение седла тетивы справа налево

Отдача при упругой опоре

Приведенный выше анализ справедлив в случае неподвижной опоры лука. В действительности опора (рука) сдвигается под действием импульса отдачи, что усложняет задачу и приводит к необходимости учитывать расположения центра масс в системе.

Пусть при усилии в 100 Н (10 кг) опора сдвигается на 0,5 см. Тогда коэффициент упругости опоры Гука $k = \frac{f}{\Delta x} = 2 \cdot 10^4$ [Н/м]. Центр масс обозначен буквой О на рис. 11. В общем случае он может располагаться как ниже, так и выше точки опоры А.

Движение центра масс выражено через движение точки А и угол поворота γ : $\ddot{X}_O = \ddot{x} - \xi \ddot{\gamma}$ или $\ddot{X}_O = \ddot{x} + \xi \ddot{\gamma}$ – для расположения центра масс О ниже и выше А соответственно. Приписываем ξ знак «+» если О выше А и «-» если ниже и запишем уравнения вращательного (относительно центра масс) и поступательного движения (центра масс) [5].

$$\begin{cases} \ddot{\gamma} = -\frac{f_r(\xi - r)}{I_0} + x \cdot \xi \cdot k / I_0 \\ \ddot{x} + \xi \ddot{\gamma} = f_r / m - x \cdot k / m \end{cases} \quad (6)$$

Здесь x – координата точки А.

Подставляем первое уравнение системы во второе переписываем в виде

$$\ddot{x} + x \cdot A = B, \quad (7)$$

где введены обозначения .

Для $A > 0$ с учетом начальных условий решение (7) имеет вид

$$x = \frac{B}{A} (1 - \cos(\sqrt{A}t)) \quad (8)$$

Учитывая (8) получаем уравнение для угла поворота лука γ :

$$\ddot{\gamma} = -C \cos(\sqrt{A}t) + D, \quad (9)$$

где $C = \frac{\xi \cdot k \cdot B}{I_0 A}$, $D = \frac{f_r(r - \xi)}{I_0} + \frac{\xi \cdot k \cdot B}{I_0 A}$.

Прямым интегрированием (9) с учетом начальных условий получаем

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{C}{A} (\cos(\sqrt{A} \cdot t) - 1) + \frac{D t^2}{2} \approx \\ &\approx -\frac{C}{2} t^2 + \frac{D}{2} t^2 + \frac{CA}{24} t^4 = \frac{f_r(r - \xi)}{I_0} t^2 + \frac{CA}{24} t^4 \end{aligned} \quad (10)$$

Используя решения (8) и (10) записываем уравнение траектории толчка

$$\begin{aligned} y(x) &= r - \left[\frac{C}{A} (\cos(\sqrt{A} \cdot \sqrt{2(L-x)/a}) - 1) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{D(L-x)}{a} \right] [H + x]. \end{aligned} \quad (11)$$

На рис. 13 представлена расчетная траектория толчка стрелы для положения центра масс выше и ниже точки опоры. Значений параметров соответствующую принятым в данной статье для лука МК СВ50.

Зависимость траектории от коэффициента упругости опоры k для заданных положения центра масс и момента инерции приведены на рис. 14.

Из рис. 15 видно, что момент инерции лука сильнее влияет на искажение траектории, чем коэффициент упругости опоры или расположение центра масс. Расчет, проведенный при увеличенной до 3 кг массы лука показал, что траектория по сравнению со случаем $m = 2$ кг практически не изменилась.

Как показывают данные рис. 16, расстояние от точки опоры А до оси стрелы однозначно, но не очень существенно влияет на прогиб траектории

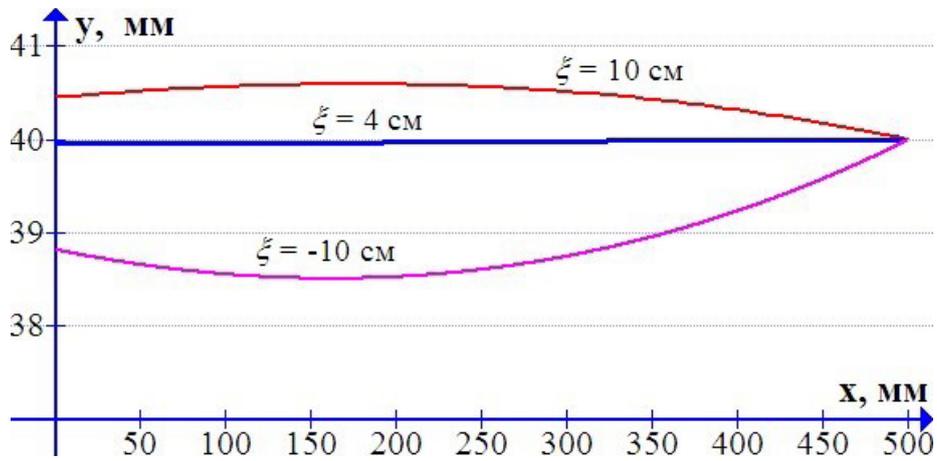


Рис. 13. Траектория толчка искаженная отдачей лука для положений центра масс $\xi = -10, 4, 10$ см (снизу вверх). Другие параметры $k = 10^4, I_A = 0.3$

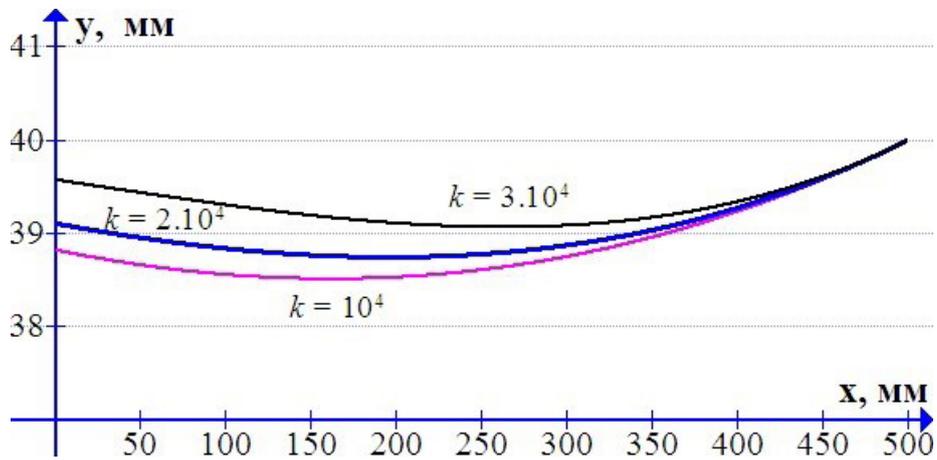


Рис. 14. Траектория толчка искаженная отдачей лука для коэффициентов упругости опоры $k = 3 \cdot 10^4, 2 \cdot 10^4, 10^4$. Другие параметры: $\xi = -10$ см, $I_A = 0.3$

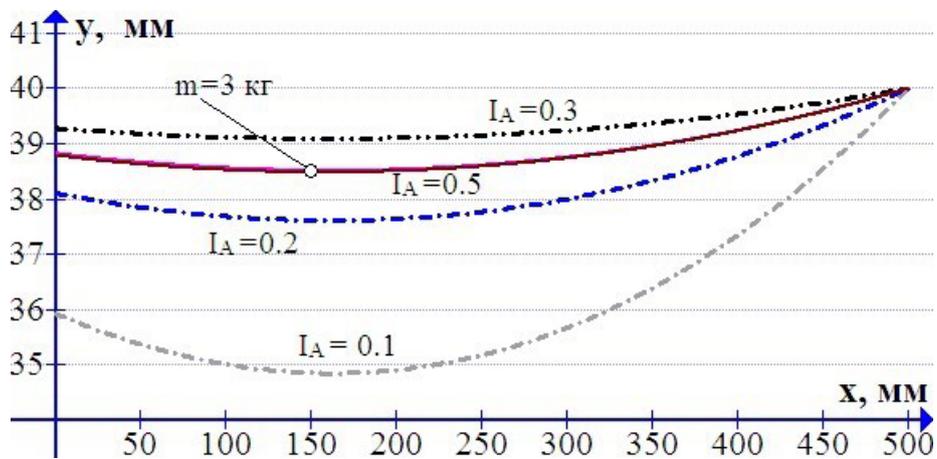


Рис. 15. Траектория толчка искаженная отдачей лука для моментов инерции $I_A = 0.1, 0.2, 0.3$. Другие параметры: $k = 10^4, \xi = -10$ см. Красная линия – масса лука $m = 3$ кг

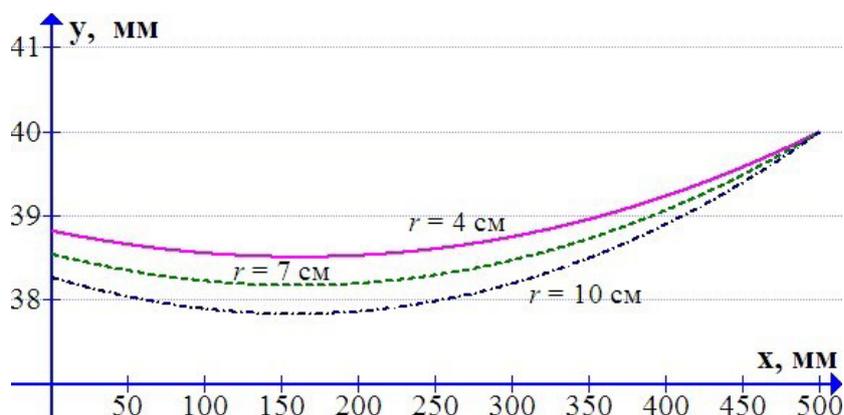


Рис. 16. Траектория толчка искаженная отдачей лука для различных высот положения стрелы над точкой опоры $r = 4, 7$ и 10 см. Другие параметры: $k = 10^4$, $\xi = -10$ см

толчка. Разница в погibe траектории при очень высоком захвате рукоятки (4 см) и при обычном упоре основанием ладони (10 см) составляет около 1 мм (для достаточно большого момента инерции). Для малых моментов инерции разница будет больше. При этом изменение высоты упора (хвата лука) может использоваться для тонкой коррекции траектории толчка.

Таким образом отдача лука относительно слабо искажает траекторию толчка по сравнению с эффектом «качелей», вызванным асимметричным положением стрелы (родовой дефект лука). При расположении центра массы ниже точки опоры траектория прогнута вниз приблизительно на 1 мм. При значительном выносе стабилизатора и увеличении момента инерции прогиб меньше миллиметра. Масса лука, в отличие от момента инерции, почти не влияет на траекторию толчка.

При переносе центра масс выше оси стрелы возможно незначительное повышение траектории толчка и даже ее выгиб вверх. Однако повышение центра массы приводит к неудобству удержания лука, и нецелесообразно при обычной стрельбе. Изменение положения точки опоры не сильно, приблизительно линейным образом влияет на глубину прогиба траектории.

Заклучение

В статье рассмотрен блочный лук как механическая система, которая должна обеспечивать

высокую стабильность и точность выстрела. Принципиально важным условием стабильного выстрела является толчок стрелы по прямой траектории, совпадающей с ее осью, поскольку только в этом случае обеспечивается отсутствие вращательного момента стрелы при вылете (тангаж, рысканье) и колебательных возбуждений, выражающихся в изгибной вибрации стрелы в полета.

Показано, что особенности конструкции блочного лука не позволяют произвести «идеальный» в вышеуказанном смысле выстрел. Предложена модель и сделаны оценки отклонения траектории толчка от линейной в связи с так называемым родовым дефектом лука – отсутствием зеркальной симметрии верх- низ в системе «лук – стрела».

Также исследовано влияние отдачи при выстреле на траекторию толчка стрелы. Показано, что данный эффект является относительно слабым. Указаны другие факторы, оказывающие влияние на качество разгона стрелы.

Проведенный анализ, результаты моделирования и полученные оценки позволяют сделать выводы о путях улучшения стабильности выстрела блочного лука.

В следующей части статьи будут проанализированы свойства лука как колебательной системы и на основе этого рассмотрены вопросы инерционной стабилизации (оптимального нагружения) лука.

Источники

1. Easton. Руководство по настройке лука и стрел. Изд. BigMichel 2008, 14 с.
2. Сорреллс, Б.Дж. Стрельба из лука для начинающих / Б.Дж. Сорреллс. – М.: АСТ, Астрель. – 2006. – С.140
3. Лужин, А.А. Моделирование выстрела из лука: дисс. на соискание уч. степени канд. физ.-мат. наук / А.А. Лужин. –М.: МГУ, 2008.
4. ГОСТ Р 51549-2000. Оружие метательное. Арбалеты и луки спортивные. Арбалеты и луки для отдыха и развлечения. Термины и определения
5. Сивухин, В.Д. Общий курс физики. Т.1.Механика / В.Д. Сивухин. – 6-изд. – М.: Физматгиз. –2019. –С. 520.