

также не представляет проблем, поскольку тросы, удерживающие аэростат, одновременно являются и кабелями для передачи энергии.

Литература

1. Олехнович, В. Ветропарк под Новогрудком: сколько стоили ветряки, сколько они экономят и когда окупятся / В. Олехнович // Onliner [Электронный ресурс]. – 2017. – Режим доступа: <https://tech.onliner.by/2017/06/15/vetropark-pod-novogrudkom>. – Дата доступа: 05.10.2021.
2. Олешкевич, М. М. Нетрадиционные источники энергии: уч.- метод. пособие для студ. вузов / М. М. Олешкевич, Ю. А. Лосюк. – Минск: БГПА, 2001. – С. 21–67.
3. Ермоленко, Б. В. Экологические аспекты ветроэнергетики / Б. В. Ермоленко [и др.] // Теплоэнергетика. – 2011. – № 11. – С. 68–72.
4. Хамчуков, Д. Ю. Необходимость развития ветроэнергетики в Республике Беларусь и сдерживающие его препятствия / Д. Ю. Хамчуков, Н. Г. Кротова // Белорусский экономический журнал. – 2020. – № 4. – С. 36–51.
5. Олешкевич, М. М. Перспективы ветроэнергетики в Беларуси / М. М. Олешкевич // Энергетика: материалы 6-ой междунар. науч.-технич. конф., Минск / Белорус. нац. техн. ун-т. – Минск, 2004. – С. 11–15.

УДК 534.521

Моделирование движения тел в атмосфере

Кириленко А. И.¹, Кириленко Т. Д.², Рубанов И.В.¹

¹Белорусская государственная академия авиации,
²Белорусский государственный университет информатики
и радиоэлектроники
Минск, Республика Беларусь

Рассматриваются модели, описывающие падение тел в сплошных средах с различными законами сопротивления: вязкое трение, аэродинамическое сопротивление с постоянным аэродинамическим коэффициентом и с аэродинамическим коэффициентом, зависящим от скорости. Устанавливаются общие черты этих явлений. Показано, что во всех случаях на начальном этапе движения скорость падения быстро нарастает, а затем происходит достаточно резкий переход к падению с небольшим ускорением (с установившейся скоростью). Определяются те моменты

времени, для которых скорость можно считать установившейся. Определяется путь, пройденный до и после этого момента.

Задача о падении тел в атмосфере давно привлекает внимание. Пожалуй, первыми практическими задачами, которые пришлось решать в этой области, были задачи, связанные с изобретением парашюта. Метеорология занималась изучением падения капель дождя и градин [1]. Вопросы бомбометания с самолетов также оказались в русле этой проблематики. Развитие аэрогидромеханики способствовало развитию строгих методов решения проблемы. Был установлен сложный характер зависимости сил сопротивления от скорости движения тел, точнее, от величины числа Рейнольдса Re [2, 3]. Было показано, что в любом случае падающее в среде тело в начальный момент своего движения движется ускоренно с ускорением, близким к ускорению свободного падения, затем достаточно быстро скорость стабилизируется, по крайней мере, изменяется по времени чрезвычайно мало. Говорят, что тело продолжает движение с установившейся скоростью. Трудности возникают с определением момента времени, начиная с которого движение можно считать установившимся, а также с определением расстояния, которое тело проходит до момента установления движения.

Бурное развитие беспилотной авиации заставляет пересмотреть логику доставки грузов. Уже сейчас широко практикуется доставка грузов с помощью беспилотных летательных аппаратов (БЛА) прямо от поставщика к потребителю, или же парашютирование груза в заданное место. В последнем случае становится актуальной задача о характере движения груза в атмосфере. Широкое применение беспилотников в военном деле ставит вопрос об их ремонтпригодности после того, как они сбиты. Этот параметр определяется величиной кинетической энергии при падении на землю, то есть связан с величиной скорости падения. Наша задача – исследовать переходной режим от падения с ускорением, до момента, когда можно считать, что тело движется с постоянной скоростью.

Характерные особенности задачи проясним на простейшем примере.

1. Рассмотрим падение сферы в вязкой среде. Силу вязкости возьмем по Стоксу

$$F_c = 6\pi\eta r v,$$

а силу Архимеда в виде

$$F_A = \rho_c g V_m,$$

где η – коэффициент вязкости; r – радиус сферы; v – скорость; ρ_c – плотность среды; V_m – объем падающего тела.

Второй закон Ньютона для движения тела представим в виде

$$\frac{dv}{dt} = \frac{6\pi\eta r}{m} v + \left(1 + \frac{\rho_c}{\rho_m}\right) g.$$

После введения обозначений $\alpha = \frac{6\pi\eta r}{m}$ и $k = \left(1 - \frac{\rho_c}{\rho_m}\right) g$ имеем

$$\frac{dv}{dt} + \alpha v = k, \quad (1)$$

откуда

$$v(t) = V_0 (1 - e^{-\alpha t}). \quad (2)$$

Как видим, скорость падения становится постоянной (установившейся) только при $t \rightarrow \infty$ и она равна V_0 . Мы покажем, что этим свойством обладает зависимость $V(t)$ и при других законах изменения силы сопротивления от скорости. На эксперименте, тем не менее, сложно заметить изменение скорости от времени при достаточно больших t , то есть в установившемся режиме. Для того, чтобы произвести дальнейшие оценки, необходимо каким-то образом определить момент, начиная с которого мы не замечаем изменений скорости падения. Понятно, что сделать это однозначным образом затруднительно. Например, можно оценить время движения до момента t_y , начиная с которого считаем движение установившимся, полагая установившуюся скорость равной $V_y(t_y) = \sigma V_0$, где $\sigma < 1$:

$$t_y = -\frac{1}{\alpha} \ln(1 - \sigma). \quad (3)$$

Зная эту оценку, можем оценить и путь, пройденный телом до момента установления скорости:

$$x_y = \int_0^{t_y} V_0(1 - e^{-\alpha t}) dt = V_0 t_y + \frac{V_0}{\alpha}(1 - e^{-\alpha t_y}). \quad (4)$$

Рассмотренная модель не очень удачна, так как область ее применимости ограничена числами Рейнольдса порядка единицы [4]. Однако степень корректности сделанных нами приближений может быть проверена экспериментально в демонстрационном эксперименте по падению шарика, плотность материала которого мало отличается от плотности жидкости, а вязкость жидкости велика (охлажденный глицерин).

Вторым критерием определения t_y может быть ограничение скорости нарастания скорости. Для ускорения имеем $a(t_y) = V_0 \alpha e^{-\alpha t_y} < \sigma_1 V_0$, откуда

$$t_y = -\frac{1}{\alpha} \ln \frac{\sigma_1}{\alpha}. \quad (5)$$

2. Применим этот подход к анализу падения тел при наличии аэродинамической силы сопротивления, которая, как известно, пропорциональна квадрату скорости. Аэродинамический коэффициент пропорциональности c_x , зависящий от формы тела и площади его поверхности S , считаем независимым от скорости. В этом случае дифференциальное уравнение для скорости имеет вид

$$\frac{dv}{dt} = g - kv^2, \quad k = \frac{r_c}{m}, \quad \alpha^2 = \frac{g}{k}. \quad (6)$$

Здесь $F_c = r_c v^2$ – аэродинамическая сила сопротивления. В результате решения этого уравнения получаем зависимость скорости от времени

$$v(t) = \alpha \frac{e^{2kat} - 1}{e^{2kat} + 1} \quad (7)$$

и для скорости при $t \rightarrow \infty$ величину $v_y = \alpha = \sqrt{\frac{mg}{r_c}}$.

Здесь r_c – коэффициент сопротивления в выражении для силы сопротивления $f(v) = r_c v^2$, $r_c = c_x \frac{\rho_c}{2} S$. Величина g – приведенное ускорение свободного падения:

$$g = g_0 \left(1 - \frac{\rho_c}{\rho_T}\right),$$

где ρ_c – плотность среды (воздуха); ρ_T – плотность падающего тела.

Таким образом, здесь учтена выталкивающая сила, действующая на тело в среде. Как и в предыдущем случае, здесь дифференциальное уравнение для скорости решается до конца. В этом случае, как и в предыдущем, установившаяся скорость также достигается только через бесконечно большой промежуток времени.

3. Если скорость тела при падении изменяется в широких пределах, аэродинамический коэффициент сопротивления не может оставаться постоянным. По данным из источников [5], в некоторых случаях можно считать его нарастающим при небольших скоростях и плавно изменяющимся при более высоких. Тогда уравнение движения представимо в виде

$$ma = mg_0 - F_A - c_x(v) \frac{\rho_c v^2}{2} S, \quad (8)$$

где m – масса движущегося тела; $F_A = \rho_c V_m g_0$ – сила Архимеда; V_m – объем тела; S – площадь сечения.

Мы аппроксимировали аэродинамический коэффициент аналитической зависимостью $c_x = c_0 v^{1/2}$ [1], c_0 – постоянная величина (размерная). Положим, что падающее тело – шар радиуса r . Тогда уравнение движения представимо в виде

$$\frac{dv}{dt} = g - kv^{5/2}, \quad (9)$$

где $k = \frac{3}{8} \frac{1}{r} \frac{\rho_c}{\rho_m} c_0$.

Из физических соображений понятно, что это дифференциальное уравнение первого порядка следует решать при условии $\frac{dv}{dt} \geq 0$. В аналитиче-

ском виде его решение затруднительно и поэтому решение было получено при помощи пакета Wolfram Mathematica. Анализ можно провести только численно.

Обсудим основные результаты. Для того, чтобы выявить общие черты функций $v(t)$, целесообразно построить графики этих функций в относительных масштабах. Определим величину t_y для каждого варианта движения по отдельности. На рис. всем им приписано значение равное единице. Точно также для каждой установившейся скорости, соответствующей $t \rightarrow \infty$, будем приписывать значение

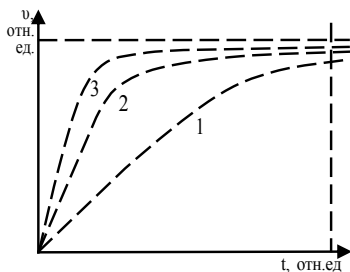


Рис. Графики зависимости скорости падения тел от времени при различных зависимостях сил сопротивления от скорости:

$$1 - F_c \sim v; \quad 2 - F_c \sim v^2; \\ 3 - F_c \sim v^{5/2}$$

равное единице. Горизонтальную шкалу времени делим на равные отрезки. По вертикальной шкале скоростей откладываем их относительные значения. Таким образом строим три кривые, соответствующие трем случаям рассматриваемых движений. С целью экономии места шкала времени произвольно обрезана. Итак, мы получили три кривые, которые оказываются вложенными друг в друга (рис.).

График 1 соответствует вязкому трению. Скорость падения в этом случае нарастает очень плавно. График 2 соответствует аэродинамическому сопротивлению с постоянным коэффициентом аэродинамического сопротивления c_x . В этом случае изменение скорости падающего тела происходит гораздо быстрее. Наконец, третий график соответствует силе аэродинамического сопротивления с c_x , зависящим от скорости по рассмотренному выше закону. В этом случае установление скорости падения происходит практически сразу. Промежуток времени, в течение которого совершается переход от ускоренного движения с ускорением, близким к g_0 , к движению с очень малым ускорением (к установившейся скорости движения), также очень мал.

В этом случае установление скорости падения происходит практически сразу. Промежуток времени, в течение которого совершается переход от ускоренного движения с ускорением, близким к g_0 , к движению с очень малым ускорением (к установившейся скорости движения), также очень мал.

Литература

1. Матвеев, Л. Т. Основы общей метеорологии. Физика атмосферы / Л. Т. Матвеев. — Ленинград: Гидрометиздат, 1965. — 876 с.

2. Патрашев, А. Н. Гидромеханика / А. Н. Патрашев. – М.: Военн.- мор. изд-во, 1953. – 719 с.

3. Лойцянский, Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. – М.: Наука. Глав. ред. физ.-мат. лит., 1970. – 904 с.

4. Прандтль, Л. Гидроаэромеханика / Л. Прандтль. – М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1951. – 575 с.

5. Испулов, А. А. Кубическая сплайн-интерполяция индивидуальных законов сопротивления авиационных бомб / А. А. Испулов, Д. А. Битюков, И. А. Якушев // Авиация: история, современность, перспективы развития: материалы V междунар. конф., Минск, 22 октября 2020 г. / Белорус. гос. акад. авиации. – Минск, 2021. – С. 157–158.

УДК 537.311.31

Электрофизические свойства пленок из углеродных нанотрубок

Борисов В. А.

Белорусский национально-технический университет
Минск, Республика Беларусь

Одним из важных критериев при создании приборных и сенсорных устройств на основе углеродных нанотрубок является установлением механизмов проводимости, а также всевозможное изменение их электрофизических свойств путем улучшения их композиции. Для разработки различных датчиков и сенсоров макроскопические образцы на основе углеродных нанотрубок могут создаваться не только в виде композитов, но и в виде пленок, волокон, покрытий и т.д. Объектом исследования являются пленки из однослойных нанотрубок, которые были получены методом фильтрации через пористые мембраны суспензий, содержащих углеродные нанотрубки.

Целью работы является установление механизмов электропроводности в пленках из углеродных нанотрубок.

Особая геометрия и различная структура дефектов пленок из УНТ позволили наблюдать эффекты квантового переноса в этих материалах, таких как слабая локализация, возникающая при диффузионном движении электрона, которое сопровождается интерференцией волновых функций электрона, описавшего замкнутую траекторию и вернувшегося в исходную точку за счет упругого рассеяния на примесях для двух противоположных направлений движения. Интерференция волновых функций повышает вероятность обратного рассеяния, вследствие чего сопротивление повышается [1]. Вследствие необходимости сохранения фазы волновой функции