МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Гидротехническое и энергетическое строительство, водный транспорт и гидравлика»

> В. А. Ключников И. В. Качанов И. М. Шаталов

ТЕОРИЯ КОРАБЛЯ. ОСТОЙЧИВОСТЬ

Пособие

для обучающихся по специальности 1-37 03 02 «Кораблестроение и техническая эксплуатация водного транспорта»

Рекомендовано учебно-методическим объединением по образованию в области транспорта и транспортной деятельности

> Минск БНТУ 2022

УДК 629.5.015.1(075.8) ББК 39.42я7 К52

Рецензенты: зав. кафедрой «ЭГиТ» БГТУ, канд. техн. наук, доцент А. С. Дмитриченко; зам. Генерального директора по Флоту и береговым механизмам РУЭСП «ДнепроБугВодпуть» Н. В. Буката

Ключников, В. А.

К52 Теория корабля. Остойчивость : пособие для обучающихся по специальности 1-37 03 02 «Кораблестроение и техническая эксплуатация водного транспорта» / В. А. Ключников, И. В. Качанов, И. М. Шаталов. – Минск : БНТУ, 2022. – 66 с.

ISBN 978-985-583-440-4.

Предлагаемое пособие предназначено для студентов и магистрантов дневной и заочной формы обучения специальности 1-37 03 02 «Кораблестроение и техническая эксплуатация водного транспорта». Оно включает в себя раздел программы дисциплины «Теория корабля», относящийся к остойчивости судна. Примеры расчетов и графические построения, приведенные в пособии, могут быть использованы при проведении практических занятий.

Пособие также будет полезно для студентов-дипломников и инженеров водного транспорта при выполнении расчетов остойчивости судна.

УДК 629.5.015.1(075.8) ББК 39.42я7

ISBN 978-985-583-440-4

© Ключников В. А., Качанов И. В., Шаталов И. М., 2022

© Белорусский национальный технический университет, 2022

введение

Теория корабля (судна) – наука о его мореходных качествах (МК): плавучести, остойчивости, непотопляемости, ходкости, умеренности качки и управляемости.

Изучение ТК производится в зависимости от главных размерений корабля, формы обводов корпуса, распределения грузов и внешних нагрузок.

Корабль в ТК рассматривается как твердое недеформируемое тело, поэтому изучение законов его движения опирается на законы теоретической механики. Но поскольку движение корабля происходит в жидкости и воздушной среде, то наряду с законами теоретической механики в ТК широко используются законы движения жидкостей и газов.

Рассмотрим основные определения мореходных качеств.

Плавучесть – способность судна плавать в заданном положении относительно поверхности воды.

Остойчивость – способность судна (корабля), выведенного из равновесия, возвращаться в исходное положение после прекращения действия внешних сил.

Непотопляемость – способность судна оставаться на плаву и в ограниченной степени сохранять МК после затопления одного или группы отсеков. Непотопляемость определяется плавучестью и остойчивостью поврежденного судна.

Ходкость – способность судна двигаться с заданной скоростью при наименьшей возможной мощности главной механической установки.

Качка – это колебательное движение корабля при перемещении его или стоянке на поверхности или над поверхностью воды. Качка исключительно вредное явление. В понятие умеренность качки входят малость и плавность наклонений.

Управляемость – способность корабля удерживать заданное направление движения или изменять его в соответствии с действиями судоводителя.

Плавучесть, остойчивость и непотопляемость входят в раздел, называемый статикой корабля; ходкость, качка и управляемость – в раздел, именуемый динамикой корабля. Учение о плавучести, остойчивости и непотопляемости основано на законе Архимеда: <u>«На всякое тело, погруженное в жидкость, действует со стороны этой жидкости выталкивающая (поддерживающая)</u> сила, равная весу (силе тяжести) вытесненной телом жидкости, направленная вверх и проходящая через центр тяжести вытесненного объема». Поддерживающую (выталкивающую) силу, действующую на погруженную часть корабля, называют Архимедовой силой.

Закон Архимеда был открыт в III в. до н. э., но практическое применение его началось с XVII в., когда в 1666 г. английский инженер А. Дин предсказал осадку военного корабля «Рупперт», что дало возможность до его спуска прорезать в бортах отверстия для установки пушек. С тех пор расчеты по статике корабля стали предшествовать его постройке.

В XVIII в. относится начало развития ТК как самостоятельной науки. В 1746 г. французский ученый Бугер издал первые труды по теории корабля. В 1749 г. член РАН Л. Эйлер издал фундаментальный труд «Корабельная наука», основанный на использовании методов математического анализа для решения задач по теории корабля.

В первой половине XIX в. были разработаны методы вычисления элементов плавучести и остойчивости корабля и установлен практический способ определения его ЦТ.

Основоположником современной теории корабля является А. Н. Крылов (1863–1945), который расширил и углубил знания по всем разделам этой науки. Российские ученые А. Н. Крылов и С. О. Макаров являются авторами методов расчета остойчивости и инициаторами ее нормирования. Им же принадлежит авторство в разработке теории непотопляемости. Важные работы этой области выполнили И. Г. Бубнов, В. Г. Власов, В. В. Семенов-Тяншанский. Большое значение для развития теории ходкости имели труды Д. И. Менделеева, В. И. Жуковского, В. Л. Поздюнина, Г. Е. Павленко и др.

Перед теорией корабля в настоящее время стоят следующие основные проблемы:

 дальнейшее развитие теории остойчивости и непотопляемости и на этой базе разработка практических мероприятий, направленных на увеличение безопасности плавания; увеличение скоростей хода судов за счет улучшения их обводов, управления пограничным слоем и создания более современных типов судовых движителей;

– дальнейшее развитие теории качки и создание эффективных способов ее успокоения;

 дальнейшее развитие теории поворотливости и устойчивости судна на курсе и разработка мероприятий по улучшению управляемости судов.

ГЛАВА 1. ОСТОЙЧИВОСТЬ

1.1. Общее понятие остойчивости

Остойчивость – способность судна, выведенного из положения равновесия внешним воздействием, возвращаться в положение равновесия после прекращения этого воздействия.

Судно, обладающее такой способностью, называется *остойчивым*, а не обладающее – *неостойчивым*.

Термин «остойчивость» следует отличать от понятия «устойчивость», применяющегося в теоретической механике. В теоретической механике понятие «устойчивость» (способность системы, тела возвращаться в исходное равновесное состояние после прекращения силового воздействия) используется только для бесконечно малых перемещений. В тоже время в теории корабля (ТК) понятие «остойчивость» используется и для больших перемещений, т. е. более широко.

Остойчивость имеет меру, т. е. может быть большой и малой, а устойчивость характеризует только качественное состояние.

При изучении остойчивости будем рассматривать равнообъемные наклонения корабля и ограничимся наклонениями около главных центральных осей, понимая под осью наклонения линию пересечения действующих ватерлиний. Малые наклонения около произвольных осей могут рассматриваться как результат наложения наклонений около главных осей.

Плоскость, перпендикулярную к оси наклонения, называют *плоскостью наклонения*. Наклонение корабля в поперечной (МШ) плоскости называют *креном* (характеризуется углом крена θ), а в продольной плоскости – *дифферентом* (характеризуется углом дифферента ψ).

Различают начальную остойчивость, т. е. остойчивость при бесконечно малых наклонениях, и остойчивость при больших наклонениях.

Выводы начальной остойчивости можно распространить на случай наклонения кораблей для конечных, но «малых» углов, понимая под этим термином углы, при которых не оголяется днище (скула не выходит, а верхняя кромка палубы не входит в воду). На практике это соответствует углам до 15° крена и до 5° дифферента; ($\theta \le 15^{\circ}$) – малые углы крена, ($\psi \le 5^{\circ}$) – малые углы дифферента. Что касается остойчивости при больших углах наклонения, то здесь в основном рассматриваются только поперечные наклонения, т. е. крен, т. к. изменение дифферента на практике ограничивается лишь малыми углами.

В зависимости от характера действия внешних сил (моментов), вызывающих наклонения корабля, различают статическую и динамическую остойчивость. Если момент, вызывающий наклонение, постоянный или изменяется во времени крайне медленно, то его действие рассматривается как статическое; в случае, когда момент вызывает наклонение корабля с существенной угловой скоростью (рывок буксирного троса, шквал ветра и т. д.), то его действие рассматривают как динамическое.

Наклонение корабля может происходить вокруг произвольной оси, лежащей в плоскости ватерлинии и проходящей через ее ЦТ. Предельными с точки зрения значений кинематических параметров и характеристик остойчивости являются поперечное наклонение вокруг продольной оси OX и продольное – вокруг поперечной оси ОУ. Остойчивость, характерная для этих двух случаев наклонения, называется поперечной и продольной соответственно. При вращениях относительно осей, параллельных ОХ (крен) и ОУ (дифферент), судно может быть остойчивым или неостойчивым, что зависит от формы корпуса, распределения весовой нагрузки, величины отклонения и т. д. Предметом этого раздела ТК является изучение в основном этих двух видов остойчивости. Противодействие судна наклонениям относительно осей, параллельных ОХ и ОУ, получается за счет возникновения на корпусе со стороны воды восстанавливающего момента. Для неостойчивого судна восстанавливающий момент может быть равным нулю и даже отрицательным.

При рассмотрении наклонений корабля условились сохранять первоначальный чертеж корабля и на нем наносить дополнительно действующую ватерлинию, так как достаточно рассматривать относительное положение корабля, а не истинное его положение относительно уровня воды. В соответствии с этим на рис. 1.1, *а* приведено поперечное сечение, где ватерлиния $BЛ_1$ соответствует крену корабля на угол θ на правый борт. На продольном разрезе ватерлиния $BЛ_1$ соответствует дифференту корабля на угол ψ (на нос, рис. 1.1, δ). В соответствии с этим вертикальные силы будут изображаться векторами, перпендикулярными к следом действующим ватерлиниям.



Рис. 1.1. Схемы, поясняющие крен корпуса на правый борт (*a*) и дифферент на нос (б)

1.2. Теорема Эйлера для равнообъемных ватерлиний

Наклонение корабля называется равнообъемным, если водоизмещение остается постоянным по величине и изменяется лишь по форме. Ватерлинии, соответствующие этому наклонению, называются равнообъемными. Они характеризуются свойством, которое в ТК называется как «Теорема Эйлера», которую формулируют следующим образом:

«Две равнообъемные ватерлинии при бесконечно малом наклонении пересекаются по прямой, проходящей через центры тяжести их площадей».

Для доказательства этой теоремы предположим, что корабль накренился на бесконечно малый угол d θ и это наклонение является равнообъемным (рис. 1.2). В этом случае входящий d V_{k1} и выходящий d V_{k2} клиновые объемы будут одинаковыми, т. е.

$$\mathrm{d}V_{k1} = \mathrm{d}V_{k2}.\tag{1.1}$$



Рис. 1.2. Равнообъемные наклонения корпуса

Для определения объемов клиньев dV_{k1} и dV_{k2} предварительно найдем площади треугольников $S_{\Delta AOL}$ и $S_{\Delta DOK}$, т. е.

$$S_{\Delta AOL} = \frac{1}{2} y_1^2 tgd\theta$$

Принимая, что для малых наклонений

$$\operatorname{tgd}\theta = \mathrm{d}\theta \Longrightarrow S_{\Delta AOL} = \frac{1}{2} y_1^2 \mathrm{d}\theta$$

Аналогично для треугольника $\triangle ODK S_{\triangle DOK} = \frac{1}{2} y_2^2 \text{tgd}\theta$, или по

аналогии с предыдущим случаем $S_{\Delta DOK} = \frac{1}{2} y_2^2 d\theta$. Умножая площади треугольников *AOL* и *ODK* на элемент длины dx, найдем элементарные клиновые объемы δdV_{K1} и δdV_{K2} , т. е.

$$\delta dV_{K1} = \frac{1}{2} y_1^2 d\theta dx$$

$$\delta dV_{K2} = \frac{1}{2} y_2^2 d\theta dx$$
(1.2)

8

Интегрируя уравнение (1.2) в пределах изменения длины от -L/2 до +L/2, определим искомые клиновые объемы

$$dV_{K1} = \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{+L/2} y_1^2 d\theta dx$$

$$\delta dV_{K2} = \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{+L/2} y_2^2 d\theta dx$$
(1.3)

Проводя подстановку (1.3) в (1.1), получим

$$\varepsilon = \frac{1}{2S_1'} \int_{0-L/2}^{0+L/2} \left[\left(y_{\pi_1'} \right)^2 - \left(y_{\pi_1'} \right)^2 \right] d\theta dx = \frac{1}{S_1'} \int_{0}^{0} Mx_1' d\theta.$$
(1.4)

Уравнение (1.4) после сокращения на угол крена d θ принимает вид

$$\frac{1}{2} \int_{-L/2}^{+L/2} y_1^2 dx = \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{+L/2} y_2^2 dx.$$
(1.5)

Обе части этого уравнения выражают соответствующие статические моменты вошедшей и вышедшей частей площади ватерлинии (ВЛо) относительно оси (линии) пересечения равнообъемных ватерлиний ВЛо и ВЛ₁. Отсюда можно прийти к выводу, что статические моменты двух частей площади ватерлинии ВЛо относительно линии пересечения двух равнообъемных ватерлиний ВЛо и ВЛ₁ равны между собой. Отсюда следует, что линия пересечения двух равнообъемных ватерлиний ВЛо и ВЛ₁ проходит через центр тяжести ватерлинии ВЛо.

$$\frac{1}{2} \int_{-L/2}^{+L/2} y_1^2 d\theta dx = M x_{\pi} = \frac{1}{2} \int_{S_{\pi}} y dS$$

$$\frac{1}{2} \int_{-L/2}^{+L/2} y_2^2 d\theta dx = M x_{\pi} = \frac{1}{2} \int_{S_{\pi}} y dS$$
(1.6)

где Mx_{n} и Mx_{n} – статические моменты правой и левой частей площади ватерлинии ВЛо относительно оси *OX*. Тогда, учитывая (1.5), уравнение (1.6) представим в виде

$$Mx_{\rm m} = Mx_{\rm m} = M_S(M_S = \frac{1}{2}\int_S y dS) = 0.$$

где M_S – статический момент (результирующий) площади ватерлинии ВЛо, относительно линии пересечения равнообъемных ватерлиний ВЛо и ВЛ₁.

Если момент площади ватерлиний ВЛо $M_S = 0$ при условии, что площадь $S = S_1 + S_2$, то ось, относительно которой рассчитывается статический момент площади, проходит через центр тяжести площади ватерлинии ВЛо.

Воспользовавшись данными рис. 1.2 нетрудно доказать, что линия пересечения ватерлиний ВЛо и ВЛ₁ проходит также через центр тяжести площади ватерлинии ВЛ₁.

1.3. Перемещение ЦВ при малых равнообъемных наклонениях

При равнообъемном наклонении изменяется лишь форма погруженного объема, поскольку объемное водоизмещение сохраняется постоянным.

Изменение формы погруженного объема при равнообъемном наклонении судна на бесконечно малый угол крена d θ можно представить как перемещение клинового объема d V_1 с сечением BOB_1 на место клинового объема d V_2 с сечением LOL_1 , рис. 1.3.

Будем считать, что центр тяжести объема dV_1 находится в точке « g_1 », а объема dV_2 – в точке « g_2 ».

Расстояние между центрами тяжести указанных объемов g_1g_2 называется <u>плечом перемещения</u>. При малом равнообъемном наклонении объемы dV_1 и dV_2 равны между собой, т. е. $dV_1 = dV_2 = dV$.

Произведение плеча перемещения g_1g_2 на объем dV называется моментом перемещения $M_{\text{пер}}$ объема dV ($M_{\text{пер}} = g_1g_2$ dV).



Рис. 1.3. Схема для расчета перемещения центра величины при равнообъемном наклонении судна на угол dθ

В нашем случае объем dV равняется объему клиньев водоизмещения ($dV_1 = dV_2 = dV$).

Так как часть объема, создающего силу плавучести F_{AP} , перемещается на отрезке g_1g_2 , то параллельно ему и в ту же сторону будет перемещаться ЦВ погруженного объема из точки C в новое положение C_1 .

Этот вывод следует из теоремы механики о том, что *«если одно* из тел, входящих в систему, перемещается в каком-либо направлении, то центр тяжести всей системы перемещается в том же направлении, параллельно перемещению тела». При этом указанные перемещения обратно пропорциональны весам (массам) объемам тела и системы, т. е. $\frac{CC_1}{g_1g_2} = \frac{dV}{V}$.

Таким образом, можно утверждать, что плечо перемещения центра величины – участок дуги $\overline{CC_1}$ можно определить из соотношения

$$\overline{g_1g_2}\,\mathrm{d}V = \overline{CC_1}\cdot V,\tag{1.7}$$

11

где левая часть (1.7) $\overline{g_1g_2} dV$ представляет собой момент от перемещения объема dV на расстояние $\overline{g_1g_2}$, а правая – момент объемного водоизмещения корабля $\overline{CC_1} \cdot V$.

Следовательно, при наклонении корабля перемещение ЦВ описывается следующей системой уравнений

$$\frac{\overline{CC_1} \| \overline{g_1 g_2}}{\overline{CC_1} = \overline{g_1 g_2} \frac{\mathrm{d}V}{V}} \right\}.$$
(1.8)

Из уравнений системы (1.8) следует, что $\overline{CC_1}$ – плечо перемещения ЦВ, при наклонении корабля непосредственно зависит от перемещения клиньев водоизмещения $\overline{g_1g_2}$, параллельно ему и пропорционально отношению объемов $\frac{dV}{V}$.

Рассматривая клиновой элемент объема δdV (рис. 1.4) длиной dx, можно определить, что его объем будет равен произведению площади треугольника BOB_1 на длину dx, т. е.

$$\delta dV = \frac{1}{2} y^2 tg \delta \theta dx.$$
 (1.9)

Принимая во внимание, что при малых углах наклонения $tg\delta\theta = \delta\theta$ (угол $\delta\theta$ измеряется в радианах), тогда уравнение (1.9) можно представить в таком виде:

$$\delta \mathrm{d}V = \frac{1}{2} y^2 \delta \theta \mathrm{d}x. \tag{1.10}$$

Для рассматриваемых треугольников BOB_1 и LOL_1 (рис. 1.3) точки g_1 и g_2 , как центры тяжести этих треугольников, расположены на медианах на расстоянии $\frac{2}{3}$ их длины *y* от соответствующих вершин. Так как угол крена $\delta\theta$ является бесконечно малым, а площади треугольников BOB_1 и LOL_1 равны между собой, то можно принять, что плечо перемещения g_1g_2 , будет определяться уравнением



Рис. 1.4. Схема для вычисления перемещения центра величины подводного объема при малых равнообъемных наклонениях

Перемножая (1.10) и (1.11) и интегрируя полученный результат по длине судна, получим

$$\overline{g_1g_2}dV = \frac{2}{3} \int_{-L/2}^{+L/2} y^3 dx \delta\theta$$

$$\overline{g_1g_2}dV = \frac{2}{3} \delta\theta \int_{-L/2}^{+L/2} y^3 dx.$$
(1.12)

ИЛИ

В уравнении (1.12) выражение $\frac{2}{3} \int_{-L/2}^{+L/2} y^3 dx$ представляет собой

центральный момент инерции *J_x* площади ватерлинии относительно центральной продольной оси *OX*, проходящей через центр тяжести площади ватерлинии ВЛ.

В этом случае уравнение (1.12) можно представить таким образом

$$\overline{g_1 g_2} \mathrm{d}V = \delta \Theta J_x, \tag{1.13}$$

или учитывая (1.8)

$$CC_1 = \frac{J_x}{V} \delta \theta. \tag{1.14}$$

Для бесконечно малого угла крена $\delta\theta$ участок дуги $CC_1 = rtg\delta\theta = r\delta\theta$ можно заменить отрезком прямой ($CC_1 = \overline{CC_1}$), величину которого определяют из треугольника mCC_1 (рис. 1.3).

$$\overline{CC_1} = rtg\delta\theta = r\delta\theta, \qquad (1.15)$$

где *r* – малый метацентрический радиус (поперечный метацентрический радиус).

Точка «*m*» в ТК называется поперечным метацентром.

Из (1.14) видно, что приращение (перемещение) ЦВ $\overline{CC_1}$ происходит с нарастанием угла наклонения в данном случае угла крена θ .

Одновременно с этим приращение ЦВ пропорционально отношению момента инерции площади относительно главных центральных осей к объемному водоизмещению корабля

$$\overline{CC_1} = \frac{\delta \theta J_x}{V}.$$
(1.16)

1.4. Метацентры и метацентрические радиусы

Как видно из рассмотренного рис. 1.5 при крене судна центр величины смещается в сторону наклонения, описывая кривую $\cup CC_1$, которая называется кривой центров величины.



Рис. 1.5. Схема к вычислению перемещения ЦВ при поперечном наклонении судна

Центр кривизны этой кривой называется поперечным метацентром (точка «*m*»).

Указанная точка получается, как точка пересечения двух линий действия сил поддержания при малых углах крена $\delta\theta$.

Различают поперечный метацентр *m* при крене и продольный метацентр *M* при дифференте.

Расстояние от центра величины (кривая CC_1) до поперечного или продольного метацентров называется соответственно поперечным r или продольным R метацентрическим радиусами.

Из рис. 1.5 видно, что поперечный метацентрический радиус r – это радиус кривизны кривой CC_1 . Обозначив длину дуги $\cup CC_1$ через dl, можно записать $dl = r\delta\theta/$.

В виду бесконечно малого размера dl, можно считать, что

$$\mathrm{d}l = \bigcup CC_1 = \overline{CC_1} = r\delta\theta.$$

Тогда, учитывая, что

$$CC_1 = \delta \Theta \frac{J_x}{V},$$

получим

$$r\delta\theta = \delta\theta \frac{J_x}{V}$$

или

$$r = \frac{J_x}{V},\tag{1.17}$$

где *r* – малый (поперечный) метацентрический радиус;

J_x – момент инерции площади ВЛ относительно продольной главной центральной оси *OX*;

V-объемное водоизмещение судна.

Так как J_x и V – сугубо положительные числа, то и r – число всегда положительное.

Рассуждая аналогично, получим радиус *R* кривизны траектории (кривой *CC*₁ при продольных наклонениях (рис. 1.6)).



Рис. 1.6. Схема к вычислению продольного метацентрического радиуса R

$$R = \frac{J_{yf}}{V}.$$
 (1.18)

Здесь R – продольный метацентрический радиус, а соответствующий центр кривизны продольной кривой $CC_1(\cdot) M$, называется продольным метацентром (рис. 1.6); J_{yf} – момент инерции площади ватерлинии относительно главной центральной поперечной оси.

С изменением осадки изменяются значения J_x , J_{xf} , V, следовательно, меняются также r и R. Примерный характер зависимостей r(z) и R(z) представлен на рис. 1.7.



Рис. 1.7. Характер зависимости r(z) и R(z)

Эти кривые входят в совокупность кривых элементов теоретического чертежа.

Поскольку длина судна значительно больше ширины, то момент инерции J_{yf} значительно больше момента J_x и, следовательно, радиус *R* больше *r*.

Обычно R = (1-2)L, r = (0,15-0,3)B.

Например, для прямоугольного понтона длиной *L* и шириной *B* можно записать

$$\begin{cases} J_x = \frac{LB^3}{12} \\ J_{yf} = \frac{LB^3}{12} \end{cases} \Rightarrow, \tag{1.19}$$

$$\frac{R}{r} = \frac{J_{yf}}{J_x} = \frac{BL^3 \cdot 12}{12LB^3} = \left(\frac{L}{B}\right)^2.$$
 (1.20)

Если
$$\frac{L}{B} = 6$$
, то $\frac{R}{r} = 36$, $\Rightarrow R = 36r$. $J_x = \frac{LB^3}{12}$, $J_{yf} = \frac{BL^3}{12}$.

1.5. Восстанавливающий момент. Метацентрические формулы остойчивости. Понятие о метацентрической высоте

При равнообъемном наклонении с углом крена θ ЦТ судна не меняет своего положения по отношению к системе координат *XYZ*, связанной с судном, а ЦВ перемещается в сторону наклонения. При крене, например, силы веса *D* и поддержания $F_{AP} = \rho g$ перестают быть расположенными на одной прямой (вертикальной) и образуют пару сил, действующих на плече \overline{GK} (рис. 1.8).



Рис. 1.8. К расчету восстанавливающего момента при крене судна

Момент этой пары сил называется восстанавливающим моментом. Плечо этой пары сил GK = l называется плечом статической остойчивости.

Из треугольника mGK (рис. 1.8) следует, что отрезок $\overline{GK} = \overline{mG}\sin\theta$. Учитывая равенство сил D и ρgV , восстанавливающий момент $M_{\rm B}$ можно определить как произведение силы D ($D = \rho gV$) на плечо \overline{GK} , т. е. $M_{\rm B} = \overline{DGK}$ или Dl или, учитывая, что отрезок $\overline{mG} = h_0$,

$$M_{\rm B} = Dh_0 \sin\theta, \tag{1.21}$$

где h_0 – поперечная метацентрическая высота, характеризующая возвышение метацентра *m* над центром тяжести судна (·) *G* (рис. 1.8).

Для малых углов наклонения можно считать, что $\sin \theta = \theta$. Поэтому выражение (1.21) можно представить в виде

$$M_{\rm B} = Dh_0 \theta \,. \tag{1.22}$$

При наклонении вокруг поперечной оси OY та же пара сил D и $F_{AP} = \rho g$ создает восстанавливающий момент $M_{B\psi}$ равный

$$M_{\rm B\psi} = \overline{DGK_{\psi}},\tag{1.23}$$

где $\overline{GK_{\psi}}$ – плечо восстанавливающего момента (рис. 1.9) при продольном наклонении корабля.



Рис. 1.9. Схема для расчета восстанавливающего момента $M_{B\psi}$ при продольном наклонении корабля

Из треугольника MGK_{ψ} следует, что $\overline{GK_{\psi}} = \overline{MG} \sin \psi$. Тогда, учитывая, что $D = \rho g V$, восстанавливающий момент при продоль-

ном наклонении корабля $M_{\rm B\psi}$ определится из выражения, которое принимает во внимание, что

$$GK_{\psi} = H_0 \sin \psi = H_0 \psi, \qquad (1.24)$$

где H_0 – продольная метацентрическая высота, показывающая превышение продольного метацентра (точка M) над центром тяжести корабля (точка G).

С учетом (1.24) зависимость (1.23) для момента $M_{\rm B\psi}$ запишется в виде

$$M_{\rm B\psi} = DH_0 \psi \tag{1.25}$$

или используя уже известные соотношения

$$M_{\rm B\psi} = DH_0 \frac{x_c - x_g}{R} = D(x_c - x_g)$$
(1.26)

где R – продольный метацентрический радиус, величина которого вполне соизмерима с продольной метацентрической высотой ($R \approx H_0$);

 $x_c - x_g$ – абсциссы центров величины (точка *C*) и тяжести (точка *G*) соответственно.

Формулы (1.21) и (1.25) называются метацентрическими формулами остойчивости.

В расчетной практике для определения метацентрических высот h_0 и H_0 используются выражения, составленные на основе рассмотрения рис. 1.10 и 1.11.

Так, например, для поперечной метацентрической высоты h_0 , исходя из рис. 1.10, можно записать

$$h_0 = r + z_c - z_g, \quad a = z_G - z_C,$$

 $h_0 = z_m - z_g,$ (1.27)

$$h_0 = r - a,$$
 (1.28)

$$h_0 = z_m - a - z_c. (1.29)$$

20



Рис. 1.10. Схема для определения поперечной метацентрической высоты



Рис. 1.11. Схема для определения продольной метацентрической высоты

Аналогичным образом, по данным рис. 1.9 можно определить продольную метацентрическую высоту по следующим формулам

$$H_0 = R + z_c - z_g, (1.30)$$

$$H_0 = R - a, (1.31)$$

$$H_0 = z_m - z_c - a. (1.32)$$

В (1.25), (1.26), (1.28), (1.29) *а* – превышение ЦТ над ЦВ.

1.6. Метацентрическая высота как мера начальной остойчивости

Из структуры метацентрических формул остойчивости следует, что <u>чем больше будет метацентрическая высота h_0 или H_0 при данном водоизмещении, тем больше будет величина восстанавливающих моментов $M_{\rm B}$ и $M_{B\psi}$ и поэтому тем больше будет начальная остойчивость судна.</u>

Таким образом, метацентрические высоты h_0 и H_0 могут служить мерой начальной остойчивости в метацентрических формулах остойчивости

$$M_{\rm B} = Dh_0 \theta$$
 и $M_{\rm Bw} = DH_0 \psi$.

Рассмотрим эти положения для ряда примеров при анализе начальной остойчивости.

1.6.1. Анализ начальной остойчивости судна при zm > zg и zg> zc

Допустим, что в начальном положении ЦТ судна расположен выше ЦВ, а метацентр (точка *m*) расположен выше ЦТ (точка *G*). Для этого случая соотношения между ординатами указанных точек будут следующие: $z_g > z_c$, $z_m > z_g$ (рис. 1.12).

Учитывая соотношения (1.27)–(1.29), метацентрическая высота h_0 в данном случае будет величиной положительной ($h_0 > 0$). Восстанавливающий момент $M_{\rm B} = Dh_0 \theta$ будет направлен против действия кренящего момента $M_{\rm KP}$.



Рис. 1.12. Схема действия, кренящего и восстанавливающего моментов $M_{\rm kp}$ и $M_{\rm B}$ при положительной метацентрической высоте h_0

При этом после окончания действия кренящего момента $M_{\rm kp}$ восстанавливающий момент $M_{\rm B}$ вернет судно в исходное положение равновесия.

Таким образом, при положительной метацентрической высоте h_0 и при соотношениях ординат $z_g > z_c$, $z_m > z_g$ судно является остойчивым.

1.6.2. Анализ начальной остойчивости судна npu zc > zg и zm > zc

Допустим, что в начальном положении ЦТ (точка *G*) судно находится ниже ЦВ (точка *G*) (рис. 1.13).

Для этого случая, соотношения между ординатами указанных точек будут следующие: $-z_c > z_g$, $z_m > z_c$.



Рис. 1.13. Кренящий *M*_{кр} и восстанавливающий *M*_в моменты при расположении центра величины (точка *C*) выше центра тяжести (точка *G*) судна

Как видно из рис. 1.13 для данного случая метацентрический радиус r_0 сугубо положительная величина. Так как поперечный метацентр (точка *m*) находится выше ЦВ (точка C), то метацентрическая высота h_0 тем более будет положительной величиной ($h_0 > 0$, $h_0 = r_0 - (-a) = r_0 + a$). Восстанавливающий момент $M_{\rm B}$, действующий на корпус судна после окончания действия кренящего момента $M_{\rm kp}$, также является положительной величиной ($M_{\rm B} = Dh_0 \theta > 0$).

Поэтому судно с указанным соотношением между ординатами z_c , z_g , z_m ($z_c > z_g$ и $z_m > z_c$) будет обладать безусловной остойчивостью. У надводных судов такое положение трудно достичь, но оно встречается в некоторых гоночных парусных судах, яхтах, где применяют специальные меры повышения остойчивости (металлический киль, балласт в килевой плоскости и т. д.), а также в подводных лодках.

1.6.3. Анализ начальной остойчивости судна при соотношении ординат zg > zm

Допустим, что в начальном положении ЦТ (точка G) (рис. 1.14) лежит выше метацентра (точка m).



Рис. 1.14. Схема действия моментов $M_{\rm B}$ и $M_{\rm \kappa p}$ при отрицательной метацентрической высоте h_0

В этом случае поперечная высота h_0 будет отрицательной ($h_0 < 0$). При этом восстанавливающий момент $M_{\rm B}$ будет действовать в ту же сторону, что и кренящий момент $M_{\rm kp}$. Поэтому после прекращения действия кренящего момента $M_{\rm kp}$ судно не вернется в исходное положение, т. е. оно будет неостойчивым.

Как видно из рис. 1.14, при $z_g > z_m$ поперечная метацентрическая высота становится отрицательной, что следует из выражения

$$-h_0 = z_m - z_g, \quad h_0 = r - a < 0.$$

Принимая во внимание это обстоятельство и восстанавливающий момент $M_{\rm B} = Dh\theta$ также будет отрицательным и действие его будет направлено в сторону действия кренящего момента $M_{\rm kp}$. Учитывая однонаправленность моментов $M_{\rm B}$ и $M_{\rm kp}$, положение судна будет неостойчивым и оно после окончания действия момента $M_{\rm kp}$ не будет возвращаться в исходное положение.

1.6.4 Анализ начальной остойчивости судна при равенстве ординат z_m и z_g ($z_m = z_g$)

В данном случае при $z_m = z_g$ положение метацентра (точка *m*) и центра тяжести судна (точка *G*) совпадают (рис. 1.15), что соответствует нулевой метацентрической высоте ($h_0 = 0$).



Рис. 1.15. Схема для оценки поперечной остойчивости при поперечной метацентрической высоте *h*₀ = 0

Из схемы видно, что при $r = a \Longrightarrow h_0 = r - a = 0$.

В случае, когда $h_0 = 0$, восстанавливающий момент $M_{\rm B}$ также будет равен нулю ($M_{\rm B} = 0$) и поэтому никакого противодействия кренящему моменту $M_{\rm kp}$ со стороны корпуса судна оказано не будет.

Учитывая это обстоятельство, после прекращения действия момента $M_{\rm kp}$ судно не вернется в исходное положение и поэтому оно будет неостойчивым. Мерой поперечной остойчивости может также служить произведение Dh_0 , которое характеризуется коэффициентом μ_{θ} поперечной остойчивости

$$\mu_{\theta} = Dh_0, \tag{1.33}$$

где µ₀ – коэффициент поперечной остойчивости.

Для оценки продольной остойчивости используют коэффициент μ_{ψ} продольной остойчивости, определяемый по уравнению

$$\mu_{\rm W} = DH_0. \tag{1.34}$$

1.7. Составляющая восстанавливающего момента. Остойчивость формы и остойчивость веса

Учитывая по уравнению (1.22), что восстанавливающий момент $M_{\rm B} = Dh\theta$ и принимая во внимание, что метацентрическая высота $h_0 = r - a$, можно выражение для момента $M_{\rm B}$ представить в таком виде

Первое выражение $Dr\theta$ называется моментом остойчивости формы M_{ϕ} , т. е.

$$M_{\phi} = Dr\theta = \gamma V \frac{J_x}{V} \theta = \gamma J_x \theta.$$
(1.36)

Такое название этот момент получил потому, что входящий в выражение (1.36) поперечный метацентрический радиус r определяется по выражению $r = \frac{J_x}{V}$, зависящему только от размеров и формы корпуса.

Вторая составляющая в выражении (1.35) называется моментом остойчивости веса M_g

$$M_g = Da\theta. \tag{1.37}$$

Такое название момента M_g обусловлено тем, что величина a $(a = z_g - z_c)$ зависит от положения ЦТ судна (точка *G*), а точнее от его возвышения над центром величины (точка *C*).

Окончательно выражение для восстанавливающего момента с учетом вышеизложенного примет вид

$$M_{\rm B} = M_{\rm \phi} - M_g \,. \tag{1.38}$$

Из (1.38) следует вывод, что восстанавливающий момент $M_{\rm B}$ тем больше, чем больше момент остойчивости формы M_{ϕ} и меньше момент остойчивости веса M_{g} .

Изложенное можно проиллюстрировать соответствующим графическим примером (рис. 1.16), предварительно установив по уравнению (1.21), что момент *M*_в можно представить и таким образом

$$M_{\rm B} = Dl = Dr\theta - Da\theta,$$

или, восстанавливая исходные тригонометрические функции, выражение для $M_{\rm B}$ примет вид

$$Dl = Dr\sin\theta - Da\sin\theta. \tag{1.39}$$

Разделив выражение (1.39) на вес судна D, получим (рис. 1.16)

$$l = r\sin\theta - a\sin\theta. \tag{1.40}$$

Из (1.40) видно, что по аналогии с моментами плечо статической остойчивости l состоит из двух составляющих l_{ϕ} и l_{g} .

Составляющая $l_{\phi} = r \sin \theta$ называется плечом остойчивости формы, а составляющая $l_g = a \sin \theta$ – плечом остойчивости веса.



Рис. 1.16. Схема для расчета составляющих плеча статической остойчивости l_{ϕ} и l_{g}

Таким образом, плечо статической остойчивости

$$l = l_{\phi} - l_g. \tag{1.41}$$

Геометрический смысл составляющих l_{ϕ} и l_{g} плеча статической остойчивости l виден из рис. 1.16. Из рассмотрения данных этого рисунка видно, что результирующее плечо статической остойчивости $l = \overline{GK}$ будет тем больше, чем больше будет плечо остойчивости формы l_{ϕ} ($l_{\phi} = \overline{CC_1}$) и чем меньше будет плечо остойчивости веса l_{g} ($l_{g} = \overline{CL}$).

1.8. Остойчивость на больших углах крена. Определение координат центра величины и метацентра при больших наклонениях

Полученные ранее зависимости и выводы справедливы для малых углов наклонения. Однако, при больших углах крена, достигающих

в условиях не очень суровой бортовой качки значений 20° и выше, эти зависимости применять нельзя. Это объясняется заметным изменением площади соответствующей ВЛ, ее моментов инерции, величины метацентрического радиуса. Метацентр плавания также изменяет свое положение в процессе наклонения на большой угол.

При больших углах крена, характеризуемых минимальной остойчивостью судна, восстанавливающий момент $M_{\rm B}$ определяется как произведение весового водоизмещения D на плечо статической остойчивости, а именно

$$M_{\rm B} = Dl, \tag{1.42}$$

где *D* – весовое водоизмещение судна, н;

l – плечо статической остойчивости, при больших углах крена, м.

Плечо статической остойчивости *l* при больших углах крена так же, как и при малых определяется длиной перпендикуляра \overline{GK} , опущенного из центра тяжести корабля (точка *G*) на линию действия силы поддержания $F_{AP} = \rho g V$ (рис. 1.16).

Однако особенностью больших углов наклонения является переменное положение метацентра (точка m), в связи с чем будет изменяться и искомая длина плеча l.

Чтобы точно определить значение плеча статической остойчивости $l = \overline{GK}$, необходимо точно знать координаты центра величины C_{θ} и координаты метацентра m_{θ} , т. к. линия поддержания проходит через обе эти точки перпендикулярно плоскости равнообъемной ВЛ.

Для решения этой задачи рассмотрим, как показано на рис. 1.17, положение линии поддержания $m_{\theta}C_{\theta}$, заданное в системе координат *YOZ* при произвольном значении угла крена θ .

Расстояние между метацентром $m_{\theta}(y_m z_m)$ и центром $C_{\theta}(y_{\theta} z_{\theta})$ равно метацентрическому радиусу $r_{\theta} = r(\theta)$, при этом угол крена θ будем считать независимой переменной.

От заданного наклонного положения корабля сообщим ему дополнительное наклонение на бесконечно малый угол d θ , в результате чего ЦВ переместится из точки C_{θ} в бесконечно близкую по расположению точку $C_{\theta 1}$ и его координаты получат бесконечно малые приращения dy и dz (рис. 1.17).



Рис. 1.17. Определение координат ЦТ во время наклонения на большой угол крена

Принимая, что для бесконечно малого наклонения d θ , положение метацентра m_{θ} и метацентрического радиуса r_{θ} не изменяются, бесконечно малое перемещение $C_{\theta}C_{\theta 1}$ будет равно

$$C_{\theta}C_{\theta 1} = C_{\theta}C_{\theta 1} = rd\theta. \tag{1.43}$$

Тогда составляющие перемещения ЦВ по осям Y и Z определим из треугольника $C_{\theta}EC_{\theta 1}$ с помощью следующих выражений:

$$dy = C_{\theta}C_{\theta_{1}}\cos\theta = r_{\theta}d\theta\cos\theta$$

$$dz = C_{\theta}C_{\theta_{1}}\sin\theta = r_{\theta}d\theta\sin\theta$$
(1.44)

Если проинтегрировать (1.44) с учетом (1.43), то получим следующие соотношения для координат ЦВ при больших углах наклонения.

При интегрировании по ординате Z следует иметь в виду, что при $\theta = 0$ $z = z_{c\theta}$, тогда окончательно будем иметь

$$\left. \begin{array}{l} y_{\theta} = \int_{0}^{\theta} r_{\theta} \cos \theta d\theta \\ z_{\theta} = \int_{0}^{\theta} r_{\theta} \sin \theta d\theta + z_{c\theta} \end{array} \right\}.$$
(1.45)

С помощью системы (1.45) для координат ЦВ легко можно получить формулы для координат метацентра m_{θ} в следующем виде

$$\begin{array}{l} y_m = y_\theta - r_\theta \sin\theta \\ z_m = z_\theta + r_\theta \cos\theta \end{array} \right\}.$$
(1.46)

С учетом (1.45) выражение (1.46) запишем таким образом

$$y_{m} = \int_{0}^{\theta} r_{\theta} \cos \theta d\theta - r_{\theta} \sin \theta$$

$$z_{m} = \int_{0}^{\theta} r_{\theta} \sin \theta d\theta + r_{\theta} \cos \theta + z_{c\theta} \left\{ \right\}.$$
(1.47)

Таким образом, для построения кривых ЦВ и метацентра m_{θ} необходимо знать метацентрический радиус r_{θ} при произвольных углах крена θ .

1.9. Способ расчета плеч статической остойчивости при равнообъемных наклонениях (Способ Крылова-Дарньи)

Для того чтобы вычислить плечи статической остойчивости, координаты центра величины и поперечного метацентра, необходимо иметь данные по изменению зависимости $r_{\theta} = f(\theta)$ для равнообъемных наклонений. Для этого используется формула

$$r_{\theta} = \frac{J_{x\theta}}{V},\tag{1.48}$$

где $J_{x\theta}$ – момент инерции площади равнообъемной ватерлинии относительной центральной (продольной) оси;

 V – объемное водоизмещение судна – величина постоянная для выбранного диапазона углов наклонения.

Для решения задачи по определению поперечного метацентрического радиуса r_{θ} используем широко известный в практике проектирования судов метод А. Н. Крылова-Дарньи.

По этому методу положение равнообъемной ватерлинии $B\Pi_1$ определяется с помощью вспомогательной ватерлинии $B\Pi'_1$, которые не совпадают между собой и проходят друг относительно друга под одним и тем же углом $\Delta\theta$, но на каком-то расстоянии ε (рис. 1.18).



Рис. 1.18. Схема для определения плеч статической остойчивости способом Крылова-Дарньи

Считается, что разность между объемами $V_{\rm n}$ и $V_{\rm n}$ будет приближенно равна объему промежуточного слоя с площадью основания S'_1 и высотой є (такое допущение корректно, если полагать величину є достаточно малой). Тогда, учитывая данные рис. 1.18, можно записать, что

$$V_{\Pi} - V_{\Pi} = \varepsilon S_1' \Longrightarrow \varepsilon = \frac{V_{\Pi} - V_{\Pi}}{S'}, \qquad (1.49)$$

где S'_1 – площадь вспомогательной ватерлинии ВЛ'₁, определяемая по известной формуле

$$S_{1}' = \int_{-L/2}^{+L/2} \left(y_{\pi 1}' - y_{\pi 1}' \right) dx, \qquad (1.50)$$

где y'_{n1} и y'_{n1} – ординаты соответственно входящей и выходящей частей площади вспомогательной ватерлинии ВЛ'₁, измеряемые от точек $F_{0,i}$, на всех шпангоутах, пересекающихся с ватерлинией ВЛ'₁. При этом вспомогательная ватерлиния проводится через центр тяжести предыдущей действующей ватерлинии.

След первой вспомогательной ватерлинии ВЛ'₁ таким образом проходит под углом $\Delta \theta$ через точку F_0 пересечения начальной ватерлинии ВЛ₀ и ДП.

Ватерлиния равнообъемная ВЛ₁ будет расположена от вспомогательной ВЛ'₁ на расстоянии є, которое называется толщиной поправочного слоя. Для определения толщины є предположим, что объем клина V_n , вошедшего в воду, и отсекаемого вспомогательной ватерлинией ВЛ'₁ не равен объему V_n клина, вышедшего из воды (рис. 1.18). Чаще всего эти объемы не равны между собой, поэтому положение вспомогательной и равнообъемной ватерлиний будет отличаться на величину є.

Замеряя ординаты носовых и кормовых шпангоутов y'_{n1} и y'_{n1} по вспомогательной ватерлинии ВЛ'₁ от точки F_0 , можно определить объемы клиньев водоизмещения V_{n} и V_{n} (рис. 1.19), если предположить относительно малым значение угла наклонения $d\theta$, по следующим выражениям:

$$V_{\pi} = \frac{1}{2} \int_{0-L/2}^{\theta+L/2} y_{\pi 1}^{\prime 2} d\theta dx \\ V_{\pi} = \frac{1}{2} \int_{0-L/2}^{\theta+L/2} y_{\pi 1}^{\prime 2} d\theta dx \\ \end{bmatrix}.$$
(1.51)



Рис. 1.19. Схема для расчета объемов клиньев водоизмещения V_п и V_л

Учитывая выражения (1.50), (1.51) формула для расчета высоты слоя є и, следовательно, расстояния между ВЛ'₁ и ВЛ₁ примет вид

$$\varepsilon = \frac{1}{2S_1'} \int_{0-L/2}^{\theta+L/2} \left[\left(y_{\pi 1}' \right)^2 - \left(y_{\pi 1}' \right)^2 \right] d\theta dx = \frac{1}{S_1'} \int_{0}^{\theta} M x_1' d\theta, \qquad (1.52)$$

где $\frac{1}{2} \int_{-L/2}^{+L/2} \left[\left(y'_{\Pi 1} \right)^2 - \left(y'_{\Pi 1} \right)^2 \right] dx = M x'_1$ (1.52, *a*) – статический момент

площади S'_1 вспомогательной ватерлинии ВЛ'₁, относительно продольной оси наклонения OX, проходящей через точку F_0 .

Учитывая (1.51) и (1.52), (1.52, а), можно записать для любых углов наклонения θ_i и θ_{i+1} , что

$$\delta V = V_{\Pi} - V_{\Pi} = \varepsilon S'_i = \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} M x'_1 d\theta, \qquad (1.53)$$

где S'₁ – площадь любой вспомогательной ватерлинии ВЛ'₁;

θ_i и θ_{i+1} – предыдущий и последующий углы наклонения вспомогательной ватерлинии ВЛ'₁.

Выражение (1.53) по правилу трапеции приводится к виду, который показывает, что величина δV рассчитывается по уравнению

$$\delta V = \varepsilon S'_i = \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} M_{x'} d\theta = \frac{\Delta \theta}{2} \left(M_{x_i} + M_{x_{i+1}} \right) = M_{x_{i+1}} \frac{\Delta \theta}{2} \Longrightarrow \varepsilon = \frac{\delta V}{S'_i}.$$
(1.54)

В (1.54) M_{x_i} – статический момент площади предыдущей действующей ватерлинии ВЛ₀. Обычно $M_{x_i} = 0$, т. к. вспомогательная ватерлиния ВЛ'₁ проходит через центр тяжести (точка F_0) действующей ватерлинии ВЛ₀, которая является равнообъемной $M_{x,i+1}$ – статический момент площади вспомогательной ватерлинии относительно той же продольной оси *OX*.

Учитывая (1.54), выражение (1.49) приводится к виду

$$\varepsilon = \frac{\Delta \Theta M_{x_{i+1}}}{2S'_i}.$$
 (1.54, a)

Так как момент площади $M_{x_{i+1}} = y_{f_{i+1}}S'_i$, то выражение (1.54, а) примет вид

$$\varepsilon = \frac{y_{f_{i+1}}}{2} \Delta \theta, \qquad (1.55)$$

где $y_{f_{i+1}}$ – ордината центра тяжести (точка F_1') площади вспомогательной ватерлинии, отсчитываемая от ЦТ (точка F_0) площади начальной ватерлинии ВЛ₀;

 $\Delta \theta$ – угол в радианах между ватерлиниями ВЛ₀ и ВЛ'₁.

Как следует из (1.55) ордината $y_{f_{i+1}} = \frac{M_{x_{i+1}}}{S_1'}$ или

$$y_{f_{i+1}} = \frac{1}{2} \frac{\sum \left({y'_{\pi}}^2 - {y'_{\pi}}^2 \right)}{\sum y_i},$$
(1.56)

где $M_{x_{i+1}}$ – статический момент площади вспомогательной ватерлинии ВЛ'₁ относительно продольной оси, проходящей через точку F_0 .

Из (1.55) следует, что при изменении знака у одной из величин є или $y_{f,i+1}$ должен изменяться знак и у другой величины. Геометри-

чески это означает, что при откладывании $+y_f$ вправо, величина $+\varepsilon$ откладывается вниз и наоборот.

В соответствии со сказанным на рис. 1.18 на расстоянии $+\varepsilon$, отложенном вниз от вспомогательной ватерлинии ВЛ'₁, проводится первая равнообъемная ватерлиния ВЛ₁.

Ввиду того, что равнообъемная ватерлиния ВЛ₁ расположена достаточно близко к вспомогательной ВЛ'₁, это позволяет перенести по нормали к ВЛ₁ точку F'_1 в новое положение F_1 . Положение точки F_1 будет характеризовать положение ЦТ площади равнообъемной ватерлинии ВЛ₁. Далее процесс повторяется.

Величина є при рассмотренных построениях незначительна, поэтому считается, что площади, моменты инерции, статические моменты площади и другие элементы вспомогательной и действительной равнообъемной ватерлинии одинаковы. Поэтому, как правило, вычисления производят для вспомогательной ватерлинии, но полученные результаты используются для расчета некоторых элементов, например, метацентрических радиусов (большого и малого) равнообъемной ватерлинии ВЛ₁.

1.10. Расчет поперечного метацентрического радиуса r_θ по методу Крылова-Дарньи

Для расчета поперечного метацентрического радиуса *r*₀ равнообъемной ватерлинии ВЛ₁ полностью используются данные вспомогательной ватерлинии ВЛ'₁.

Так, например, после определения координаты $y_{f_{i+1}}$ ЦТ площади вспомогательной ватерлинии ВЛ'₁ (точка F'_1 на рис. 1.18) осуществляют расчет момента инерции этой площади ВЛ'₁ относительно продольной центральной оси *ОХ*, проходящей через указанную точку F'_1 по формуле

$$J_{x_{\theta}} = J'_{x_{\theta}} - \Delta J'_{x_{\theta}} \tag{1.57}$$

или

$$J_{x_{\theta}} = J'_{x_{\theta}} - S'_{1} y^{2}_{f_{i+1}}, \qquad (1.57, a)$$

37

где $J_{x_{\theta}}$ – момент инерции площади вспомогательной ватерлинии ВЛ'₁ относительно центральной продольной оси, проходящей через точку F_1' ;

 $J'_{x_{\theta}}$ – момент инерции площади вспомогательной ватерлинии ВЛ'₁ относительно продольной главной оси, проходящей через точку F_0 , где расположен ЦТ (точка F_0) предыдущей действующей равнообъемной ватерлинии ВЛ₀.

Момент $J'_{x_{\rm A}}$ определяется по формуле

$$J'_{x_0} = \frac{1}{3} \int_{-L/2}^{+L/2} \left(y'^3_{\pi 1} - y'^3_{\pi 1} \right) dx, \qquad (1.57, \, 6)$$

где $\Delta J'_{x_{\theta}} = S'_{1} y^{2}_{f_{i+1}}$ – переносный момент инерции площади вспомогательной ватерлинии ВЛ'₁. По правилу трапеции величину момента инерции $J'_{x_{\theta}}$ можно рассчитать по формуле

$$J'_{x_0} = \frac{\Delta L}{3} \sum \left(y'^3_{\pi 1} - y'^3_{\pi 1} \right).$$
(1.57, b)

Как видно из формул (1.57, б) и (1.57, в) для расчета момента инерции J'_{x_0} необходимо с теоретического чертежа снять входящие y'_{n1} и выходящие y'_{n1} ординаты со вспомогательной ватерлинии ВЛ'₁ и затем для этой же ватерлинии, вычисляется момент инерции J'_{x_0} площади S'_1 относительно продольной оси (главной), проходящей через точку F_0 .

При использовании метода Крылова-Дарньи отстояние є между вспомогательной ВЛ'₁ и равнообъемной ВЛ₁ ватерлиниями настолько незначительно, что моменты инерции $J_{x_{\theta}}$ и $J'_{x_{\theta}}$ можно считать примерно равными.

При этом точку отсчета ординат y'_{n} и y'_{n} можно назначать где угодно, т. к. в дальнейшем при вычислении момента инерции $J_{x_{0}}$

производится его уточнение с помощью переносного момента инерции $\Delta J_{x_0} = y_f^2 S$.

Если момент инерции площади равнообъемной ватерлинии принять равным моменту инерции площади вспомогательной ватерлиний, то величина метацентрического радиуса для равнообъемной ватерлинии ВЛ₁ при угле крена θ с учетом (1.41) будет равна

$$r_{\theta} = \frac{J_{x_{\theta}}' - \Delta J_{x_{\theta}}}{V} = \frac{J_{x_{\theta}}}{V}.$$
(1.58)

Таким образом, после определения МЦР r_{θ} по (1.58) для всех равнообъемных ватерлиний при больших углах крена вопрос об установлении остойчивости судна можно считать решенным полностью, так как, используя формулы (1.44) и (1.46), определяются координаты ЦВ и метацентра наклонной ватерлинии. Это в свою очередь позволяет определить направление действия силы поддержания и плечо статической остойчивости.

1.11. Графический метод определения толщины поправочного слоя є и центра тяжести равнообъемной ватерлинии ВЛ₁

Как было получено выше, величину толщины є поправочного слоя

водоизмещения можно рассчитать по уравнению (1.55) ($\varepsilon = \frac{y_{f_{i+1}}}{2} \Delta \theta$).

Это уравнение по предложению Дарньи можно использовать для определения величины ε графическим путем. Для этого ε не вычисляют, а ограничиваются графическими построениями с использованием значений $y_{f_{i+1}}$.

Для этого необходимо после проведения вспомогательной ватерлинии и вычисления ординаты $y_{f_{i+1}}$ отложить от ЦТ предыдущей

действующей ВЛ₀ (от точки F_0) отрезок $\overline{F_0K} = \frac{y_{f_{i+1}}}{2}$ по направлению ВЛ₀ и через полученную точку *К* провести линию, параллельную вспомогательной ватерлинии ВЛ'₁ рис. 1.20.



Рис. 1.20. Схема для графического определения толщины поправочного слоя є и центра тяжести равнообъемной ватерлинии ВЛ₁

Указанная линия и по построению, и по (1.55) будет находиться на расстоянии є от вспомогательной, т. е. будет действующей и равнообъемной.

Затем на вспомогательной ВЛ'₁ необходимо отложить от ЦТ предыдущей линии (точка F_0) отрезок $y_{f_{i+1}}$ и перенести его конечную точку F'_1 по вертикали на действующую ватерлинию ВЛ₁. Полученная таким образом точка F_1 на действующей ВЛ₁ будет характеризовать положение ее ЦТ, через которую должна проводиться последующая вспомогательная ВЛ'₂.

Из построений на рис. 1.20 отрезок $\overline{CK} = \sin \Delta \theta \frac{1}{2} y_{f_{i+1}} = \frac{y_{f_{i+1}}}{2} \sin \Delta \theta$ или, учитывая (1.55) и принимая, что $\sin \Delta \theta = \Delta \theta$, получим

$$\overline{CK} = \varepsilon = \frac{y_{f_{i+1}}}{2} \Delta \theta, \qquad (1.59)$$

где $y_{f_{i+1}}$ – ордината ЦТ площади вспомогательной ВЛ'₁, $y_{f_{i+1}} = \frac{M_{x_{i+1}}}{S'}$.

1.12. Порядок расчета *Jx*₀ и *r*₀ на больших углах крена

Расчет момента инерции площади Jx_{θ} накрененной ватерлинии относительно ее центральной продольной оси OX и метацентрического радиуса судна r_{θ} в нашем случае будет проводиться по второ-

му способу А. Н. Крылова-Дарньи, который является графоаналитическим и требует чередования вычислений с графическими построениями на корпусе.

В ТК допускается производить расчет в диапазоне углов крена $0-60^{\circ}$ с интервалом $\Delta \theta = 15^{\circ}$.

Порядок расчета величин $J_{x_{\theta}}$ и r_{θ} следующий.

1. Для начальной ватерлинии $\frac{dl}{d\theta} = h_{\theta} (\theta = 0^{\circ}) B \Pi_0$ вычисляются момент инерции площади относительно ее центральной продольной оси Jx_0 и метацентрический радиус r_0 по формулам

$$J_{x_{\theta}} = \frac{2}{3} \int_{-L/2}^{+L/2} y^{3} dx, \qquad r_{0} = \frac{J_{x_{\theta}}}{V}.$$
(1.59, a)

2. Через центр тяжести площади начальной ВЛ (точка F_0 – пересечения следа ВЛ₀ при $\theta = 0^{\circ}$ и ДП) проводится сплошная линия – вспомогательная ВЛ'₁ (ВЛ'₁₅) под заданным углом θ накренения (в нашем случае $\theta = 15^{\circ}$). С указанной ВЛ'₁₅ снимаются значения входящих $y_{n,15}$ и выходящих $y_{n,15}$ ординат с учетом правила знаков («+» – для входящих ординат и «-» – для выходящих) (рис. 1.21).



Рис. 1.21. Определение координат уп и ул при больших наклонениях судна

Для определения ординат $y_{n,15}$ и $y_{n,15}$ вспомогательной ватерлинии ВЛ'₁₅ необходимо от точки F_0 по этой ватерлинии на всех шпангоутах измерить входящие y_n и выходящие y_n ординаты и их натуральные значения занести в табл. 1.1.

Таблица 1.1

θ_{κ}	$\theta_0 = 0^\circ$						$\theta_1 = 15^{\circ}$						
№ шпангоута	<i>у</i> п, М	Ул, М	$y^2_{\text{II}},$ M ²	$y^2_{\pi}, $ M ²	<i>у</i> ³ п, M ³	у ³ л, M ³	<i>У</i> п, М		Ул, М	$y^2_{\text{II}},$ M ²	$y^2_{\pi},$ M ²	у ³ п, M ³	у ³ л, M ³
1													
2													
10													
Σ	$\sum y_{\pi}$	$-\sum y_{\pi}$	$\sum y^2_{\pi}$	$\sum y_{\pi}^{2}$	$\sum y_{\pi}^{3}$	$-\Sigma y_{\pi}^{3}$	Σ	yп	$-\sum y_{\pi}$	$\sum y_{\pi}^{2}$	$\sum y_{\pi}^{2}$	$\sum y_{\pi}^{3}$	$-\sum y_{\pi}^{3}$
1	$\sum_{1} = \sum y_{\pi} - (-\sum y_{\pi})$						$\sum_{1} = \sum y_{\pi} - \left(-\sum y_{\pi}\right)$						
2	$\sum_{2} = \sum_{2} y_{\pi}^{2} - \sum_{n} y_{\pi}^{2} = 0$ только для ВЛ ₀						$\sum_{2} = \sum y_{\pi}^{2} - \sum y_{\pi}^{2} \neq 0$						
3	$\sum_{3} = \sum y_{\pi}^{3} - \left(-\sum y_{\pi}^{3}\right)$						$\sum_{3} = \sum y_{\pi}^{3} - \left(-\sum y_{\pi}^{3}\right)$						
4	$S_0 = \sum_1 \Delta L$						$S_{15} = \sum_{1} \Delta L$						
5	$M_0 = \Delta L/2 \cdot \sum_2 = 0$						$\overline{M}_{15} = \Delta L/2 \cdot \sum_{2} \neq 0$						
6	$y_{f0} = \frac{M_0}{S_0} = \frac{1}{2} \frac{\sum_2}{\sum_1} = \frac{1}{2} \frac{(5)}{(4)} = 0$						$y_{f15} = \frac{M_{15}}{S_{15}} = 0.5 \frac{\sum_{2}}{\sum_{1}}$						
7	$J'_{x0} = 2\Delta L/3\sum_{3}$						$J'_{x15} = \Delta L/3 \sum_{3}$						
8	$\Delta J_{x0} = S_0 y_{f0}^2 = 0$						$\Delta J_{x15} = S_1 y_{f15}^2$						
9	$J_{x0} = J'_{x0} - \Delta J_{x0}$						$J_{x15} = J_{x15}' - \Delta J_{x15}$						
10	$r_0 = J_{x0}/V$						$r_{15} = J_{x15}/V$						

Пример расчета равнообъемных наклонений по правилу трапеции

Затем в табличной форме вычисляются: $y_{f_{15}}$ – отстояние центра тяжести площади вспомогательной ватерлинии ВЛ'₁₅ от точки F_0 ; $J_{x_{15}}$ – центральный момент инерции площади ватерлинии; r_{15} – метацентрический радиус (табл. 1.1) по следующим формулам:

$$y_{f,15} = \frac{M_{x,15}}{S_{15}};$$

$$M_{x,15} = \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{+L/2} \left(y_{\pi,15}^2 - y_{\pi,15}^2 \right) dx = \frac{\Delta L}{2} \sum \left(y_{\pi,15}^2 - y_{\pi,15}^2 \right);$$

$$S_{15}' = \int_{-L/2}^{+L/2} \left(y_{\pi,15} - y_{\pi,15} \right) dx = \Delta L \sum \left(y_{\pi,15} - y_{\pi,15} \right);$$

$$J_{x,15} = J_{x,15}' - y_{f,15}^2 S_{15};$$

$$J_{x,15}' = \frac{1}{3} \int_{-L/2}^{+L/2} \left(y_{\pi,15}^3 - y_{\pi,15}^3 \right) dx = \frac{\Delta L}{3} \sum \left(y_{\pi,15}^3 - y_{\pi,15}^3 \right);$$

$$r_{15} = \frac{J_{x,15}}{V}.$$
(1.59, 6)

3. Для нахождения положения равнообъемной ватерлинии ВЛ₁₅ производятся следующие графические построения (рис. 1.21): от точки F_0 по направлению ватерлинии ВЛ₀ ($\theta = 0^\circ$) откладывается отрезок $\overline{F_0A}$, равный $\frac{1}{2} y_{f_{15}}$. Через полученную точку A под углом $\theta = 15^\circ$ проводится ватерлиния ВЛ₁₅, которая и будет являться равнообъемной. Ее изображают пунктирной линией. Для определения центра тяжести площади ватерлинии ВЛ₁₅ необходимо от точки F_0 по направлению вспомогательной ватерлинии ВЛ₁₅ отложить величину ординаты $y_{f_{15}}$ и из полученной точки F_{15} опустить перпендикуляр, точка пересечения которого с ватерлиние ВЛ'₁₅ даст положение ее центра тяжести – точку F_{15} (рис. 1.21). При этом построении используется допущение о прямобортности обводов судна.

Откладывая отрезки ординат $y_{f_{15}}$ и $\frac{1}{2}y_{f_{15}}$, необходимо учитывать правило знаков: при положительном значении отрезка $y_{f_{15}}$ он откладывается вправо от точки F_0 (в сторону входящих ординат), при отрицательном значении – в сторону выходящих ординат (т. е. налево от точки F_0).

4. Для нахождения положения равнообъемной ватерлинии ВЛ₃₀ при следующем угле крена $\theta = 30^{\circ}$ необходимо через точку F_{15} провести вспомогательную ватерлинию ВЛ₃₀ под углом $\theta = 15^{\circ}$ относительно ватерлинии ВЛ₁₅. Затем для ватерлинии ВЛ'₃₀ снимают значения входящих $y_{\pi_{30}}$ и выходящих $y_{\pi_{30}}$ ординат. Далее, используя полученные значения ординат, производят для ватерлинии ВЛ'₃₀ расчет, аналогичный выполненному для ВЛ'₁₅ по формулам

$$y_{f,30} = \frac{M_{x,30}}{S'_{30}};$$

$$M_{x,30} = \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{+L/2} \left(y_{\pi,30}^2 - y_{\pi,30}^2 \right) dx = \frac{\Delta L}{2} \sum \left(y_{\pi,30}^2 - y_{\pi,30}^2 \right);$$

$$S'_{30} = \int_{-L/2}^{+L/2} \left(y_{\pi,30} - y_{\pi,30} \right) dx = \Delta L \sum \left(y_{\pi,30} - y_{\pi,30} \right);$$

$$J_{x,30} = J'_{x,30} - y_{f,30}^2 S'_{30};$$

$$J'_{x,30} = \frac{1}{3} \int_{-L/2}^{+L/2} \left(y_{\pi,30}^3 - y_{\pi,30}^3 \right) dx = \frac{\Delta L}{3} \sum \left(y_{\pi,30}^3 - y_{\pi,30}^3 \right);$$

$$r_{30} = \frac{J_{x,30}}{V}.$$
(1.60)

Выполнив кренование для ряда ВЛ (водоизмещений V), получают данные для построения графика зависимости $r = f(\theta)$, рис. 1.22.



Рис. 1.22. Зависимости $r = f(\theta)$ для водоизмещений V_1 и V_2 ; $(V_1 < V_2)$

1.13. Плечо статической остойчивости и восстанавливающий момент при больших наклонениях. Диаграмма статической остойчивости (ДСО). Диаграмма Рида

1.13.1. Плечо статической остойчивости и восстанавливающий момент при больших наклонениях

Плечо статической остойчивости – это отрезок \overline{GK} (рис. 1.23) пары сил веса D и плавучести ρgV . Определить его можно, проведя перпендикуляр из точки G на направление действия силы ρgV . Обозначается отрезок GK через l, т. е. $\overline{GK} = l$ (рис. 1.23).



Рис. 1.23. Формирование плеча статической остойчивости при больших наклонениях

Определим величину GK из построений, приведенных на рис. 1.24.



Рис. 1.24. Схема для расчета плеча статической остойчивости при больших наклонениях

Из рисунка видно, что

$$l = \overline{GK} \parallel \overline{C_0R} \parallel \overline{QC_\theta} \quad \text{ if } \quad \overline{GK} = \overline{ER}.$$

Величину отрезка ER можно представить как

$$\overline{ER} = \overline{C_0F} + \overline{FR} - \overline{C_0E} = \overline{C_0P}\cos\theta + \overline{C_\theta P}\sin\theta - \overline{GC_0}\sin\theta = y_\theta\cos\theta + (z_\theta - z_c)\sin\theta - a\sin\theta.$$

Таким образом

$$l = y_{\theta} \cos\theta + (z_{\theta} - z_c) \sin\theta - a \sin\theta.$$
(1.61)

При выводе было использовано очевидное равенство

$$\overline{FR} = \overline{QC_{\theta}} = \overline{C_{\theta}P}\sin\theta.$$

46

По известному значению плечо статической остойчивости найдем восстанавливающий момент $M_{\rm B}$, возникающий при крене корабля, равном углу θ

$$M_B = Dl = D\left[y_{\theta}\cos\theta + (z_{\theta} - z_c)\sin\theta - a\sin\theta\right].$$
(1.62)

1.13.2. Диаграмма статической остойчивости (ДСО). Диаграмма Рида

Графическое изображение зависимостей $l = f(\theta)$ и $M_B = f(\theta)$ (рис. 1.25) называют диаграммой статической остойчивости, при этом углы крена на правый борт откладываются по положительной оси координат, а углы крена на левый борт – по отрицательной оси координат.



Рис. 1.25. Диаграммы статической остойчивости: *a* – при большом значении *h*₀; *б* – *S*-образная; *в* – с отрицательной метацентрической высотой

Зависимости $l = f(\theta)$ и $M_B = f(\theta)$ нечетные, поэтому при отрицательных углах они изображаются в 3-м квадранте. Обычно $l(\theta)$ и $M_B(\theta)$ изображаются в 1-м квадранте при $\theta > 0$.

Формы ДСО могут быть различными в зависимости от формы обводов и положения ЦТ судна. На рис. 1.25, *а* показана наиболее распространенная ДСО, имеющая форму синусоиды с точкой перегиба в начале координат. Такая ДСО характерна для судов сравнительно широких (ледоколы, танкеры), имеющих отношение L/B = 5/6. На рис. 1.25, *б*, изображена ДСО, имеющая дополнительные перегибы в точках *В* и *B'*. Такая диаграмма называется *S*-образной. Такая ДСО характерна для высокобортных, в т. ч. и пассажирских судов. Обеспечивая достаточную остойчивость, она способствует умерению-повышению периода бортовой качки.

На рис. 1.25 изображена ДСО с отрицательным начальным участком для правого борта и положительным начальным участком левого борта. При $\theta = 0$ судно не остойчиво (такие ДСО называются с отрицательной метацентрической высотой). При $\theta \ge \theta_0$ и $\theta \ge -\theta_0$ плечо $l(\theta)$ становится положительным. Поэтому такие суда плавают с начальными углами крена $\theta = \theta_0$ или $\theta = -\theta_0$. Такие диаграммы ДСО бывают у аварийных судов при затоплении ряда отсеков, у судов с лесом при неправильной его загрузке. Способствует появлению начального крена обледенение верхней палубы и надстроек. Чтобы спрямить корабль при ДСО на рис. 1.25, в, нельзя применять поперечное перемещение груза, т. к. это приведет к увеличению крена на противоположный борт, а надо восстановить начальную остойчивость. Для этого осуществляют мероприятия по снижению ЦТ корабля, которого достигают либо переносом груза по вертикали вниз, либо приемом груза ниже предельной плоскости. Первый вариант обычно трудноосуществим, т. к. разово трудно переместить в уже загруженные трюмы дополнительный груз. Поэтому на практике широко используют второй вариант путем приема забортной воды в балластные цистерны, расположенные в междудонном пространстве.

На всех диаграммах точка A характеризует максимум плеча статической остойчивости l_{\max} , а соответствующий угол обозначается

 Q_{max} . Точка С характеризует угол, при котором плечо статической остойчивости становится нулевым и судно теряет статическую остойчивость. Эта точка на ДСО называется закатом диаграммы, а соответствующий угол обозначается $\theta_{\text{зак}}$. Для ДСО на рис. 1.25, *в* угол Q_{min} соответствует точке A_1 .

Свойства ДСО.

1. Плечи статической остойчивости и восстанавливающие моменты, имеющие знак плюс, расположены над осью абсцисс, а имеющие знак минус – под осью абсцисс.

2. Близкая к началу координат часть ДСО представляет собой прямую линию. При малых углах крена θ изменение диаграммы подчиняется метацентрической формуле остойчивости

$$M_{\rm B} = Dh\theta$$

где θ – угол крена в радианах.

Но $M_{\rm B} = Dl$, а $l = h\theta$, поэтому зависимость между l и θ является линейной и изображается прямой линией.

3. Касательная к ДСО в начале координат отсекает на перпендикуляре к оси абсцисс, восстановленном в точке $\theta = 57,3^{\circ}$, отрезок *AB*, который в масштабе плеч статической остойчивости равен начальной метацентрической высоте (*h*).

$$tg\alpha = \frac{l}{\theta}$$
, Ho $l = h\theta \Longrightarrow tg\alpha = h$.

Ho tg
$$\alpha = \frac{AB}{OB}$$
, при $OB = 1$ рад, tg $\alpha = AB = h$.



Рис. 1.26. Схема для анализа свойств ДСО

4. Часть площади ДСО в масштабе моментов, расположенная слева от данной ординаты, представляет собой работу восстанавливающего момента при выпрямлении судна от угла крена θ_1 , при котором проведена эта ордината, до прямого положения ($\theta = 0$), или работу наклонения судна из прямого положения до угла крена θ_1 (рис. 1.27).



Рис. 1.27. Схема для расчета работы восстанавливающего момента T_{восст} с помощью ДСО

50

Выделим элемент площади ДСО

$$\mathrm{d}S = -M_{\mathrm{B}}\mathrm{d}\theta.$$

Знак «–» в уравнении показывает, что угол крена θ при выпрямлении корабля уменьшается. Уравнение отражает, что элементарная площадка dS равна элементарной работе d $T_{\text{восст}}$ восстанавливающего момента $M_{\text{в}}$. После интегрирования получим

$$S = -\int_{\theta}^{0} M_{\rm B} \mathrm{d}\theta = \int_{0}^{\theta} M_{\rm B} \mathrm{d}\theta = T_{\rm восст}$$
или $S = T_{\rm восст}$.

5. При крене, соответствующем восходящей ветви ДСО, положение судна является остойчивым, а при крене, соответствующем нисходящей ветви ДСО, положение судна является неостойчивым.

$$M_{\rm B} = Dl = D \left[y_{\theta} \cos \theta + (z_{\theta} - z_c) \sin \theta - a \sin \theta \right].$$

1.14. Составляющие восстанавливающего момента и плеча статической остойчивости при больших углах крена

Подобно тому, как при малых углах крена восстанавливающий момент $M_{\rm B}$ состоял из момента остойчивости формы M_{ϕ} и момента остойчивости веса M_g , при больших углах крена также можно записать

$$M_{\rm B} = Dl = M_{\rm \phi} - M_{\rm g}, \tag{1.63}$$

где в соответствии с формулой (1.62)

$$M_{\phi} = D \Big[y_{\theta} \cos \theta + (z_{\theta} - z_{c}) \sin \theta \Big]; \qquad (1.64)$$

$$M_g = Da\sin\theta = D(z_\theta - z_c)\sin\theta.$$
(1.65)

51

Из (1.64) следует, что M_{ϕ} зависит только от формы корпуса и положения ЦВ. Чем больше величина M_{ϕ} , тем больше будет значение восстанавливающего момента $M_{\rm B}$, действующего на судно при крене.

Величина M_g в основном зависит от положения ЦТ судна и действует в противоположном направлении по отношению к моменту $M_{\rm B}$, снижая таким образом величину последнего и, следовательно, остойчивость судна.

Представляя составляющие момента М_В через произведения

и принимая во внимание (1.64), (1.65), можно записать

$$l_{\phi} = y_{\theta} \cos \theta + (z_{\theta} - z_c) \sin \theta; \qquad (1.67)$$

$$l_g = a\cos\theta + \left(z_g - z_c\right)\sin\theta,\tag{1.68}$$

где l_{ϕ} – плечо остойчивости формы;

*l*_g – плечо остойчивости веса.

Таким образом, учитывая (1.67), (1.68) и (1.50) для плеча *l* остойчивости статической можно записать

$$l = l_{\phi} - l_g. \tag{1.69}$$

Геометрически плечо остойчивости формы l_{ϕ} равно длине перпендикуляра (отрезок $\overline{C_0R}$ на рис. 1.24), опущенного из ЦВ (точка C_0) на линию поддержания $C_{\theta}RK$ (рис. 1.24).

Геометрически плечо остойчивости веса l_g характеризуется отрезком C_0E (рис. 1.24), величина которого при данном угле крена θ зависит от возвышения ЦТ над ЦВ (отрезок $\overline{GC_0} = z_g - z_c$).

Приведенные выражения (1.63), (1.64), (1.66–1.69) являются основными при расчете остойчивости на больших углах крена.

1.15. Производная от плеча статической остойчивости по углу крена. Обобщенная метацентрическая высота

Продифференцируем (1.61) по углу крена в и получим

$$\frac{dl}{d\theta} = \frac{dy_{\theta}}{d\theta}\cos\theta - y_{\theta}\sin\theta + \frac{d(z_{\theta} - z_{c})}{d\theta}\sin\theta + (z_{\theta} - z_{c})\cos\theta - a\cos\theta.$$
(1.70)

В соответствии с (1.44)

$$\frac{\mathrm{d}y_{\theta}}{\mathrm{d}\theta} = r_{\theta}\cos\theta$$

$$\frac{\mathrm{d}(z_{\theta} - z_{c})}{\mathrm{d}\theta} = r_{\theta}\sin\theta$$
(1.71)

Подставляя (1.71) в (1.70) получим

$$\frac{dl}{d\theta} = r_{\theta}\cos^2\theta - y_{\theta}\sin\theta + r_{\theta}\sin^2\theta - a\cos\theta + (z_{\theta} - z_c)\cos\theta \quad (1.72)$$

ИЛИ

$$\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}\theta} = r_{\theta} - y_{\theta}\sin\theta + (z_{\theta} - z_{c})\cos\theta - a\cos\theta.$$
(1.73)

При $\theta = 0$; sin $\theta = 0$; cos $\theta = 1$;

$$z_{\theta} = z_c \Longrightarrow \frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}\theta} \mid \theta = 0 = r - a = h_0, \qquad (1.74)$$

т. е. производная от уравнения (1.70) при $\theta = 0$ равна начальной метацентрической высоте h_0 .

По аналогии с (1.74) обозначают

$$\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}\theta} = h_{\theta}, \qquad (1.75, \mathrm{a})$$

53

где h_{θ} – обобщенная метацентрическая высота. Для обобщенной метацентрической высоты справедливо равенство

$$h_{\theta}(\theta=0) = h_0. \tag{1.75, 6}$$

Таким образом, при $\theta = 0^{\circ} h_{\theta}$ обращается в начальную метацентрическую высоту. При малых углах крена начальная метацентрическая высота характеризует превышение метацентра *m* над ЦТ *G*, т. е. расстояние \overline{mG} . При больших углах крена обобщенная метацентрическая высота также характеризует превышение метацентра m_{θ} над ЦТ, но это будет расстояние $m_{\theta}K$ (рис. 1.28).



Рис. 1.28. Схема для анализа геометрического смысла обобщенной метацентрической высоты

На диаграмме статической остойчивости величину h_{θ} можно получить, проведя касательную в любой точке и отложив по горизонтальному направлению угол крена $\theta = 1$ рад (рис. 1.29, *a*).



Рис. 1.29. Типовые диаграммы статической остойчивости

Тогда $\frac{dl}{d\theta} = tg\alpha = \frac{h_{\theta}}{1 \text{ рад}} = h_{\theta}$. Таким образом вертикальный отре-

зок *KL'*, восстановленный от горизонтальной линии из точки *K'*, где $\theta = 1$ рад, и доведенный до касательной к диаграмме статической остойчивости (касательная проводится к ДСО в любой точке), будет характеризовать искомую обобщенную метацентрическую высоту h_{θ} . С другой стороны, ордината касательной к ДСО в точке *K*, где угол крена $\theta = 1$ рад, будет равна начальной метацентрической высоте h_0 (рис. 1.29, *a*, *б*, *в*). Из приведенных данных видно, что величина h_0 будет близка к нулю (*S*-образная ДСО на рис. 1.29, *б*) или бывает отрицательной (рис. 1.29, *в*).

Из рис. 1.29 видно, что для нахождения начальной поперечной метацентрической высоты h_0 необходимо провести касательную в точке $\theta = 0^\circ$ к кривой $l(\theta)$ и по оси абсцисс отложить отрезок, равный одному радиану ($\theta = 1$ рад). Метацентрическая высота h_0 определится отрезком *KB*, выполненном в масштабе плеч. Указанное свойство позволяет проверить правильность построения начального участка ДСО и значение начальной поперечной метацентрической высоты, вычисленной по формулам.

1.15.1. Динамическая остойчивость. Плечо динамической остойчивости

На судно могут действовать не только статические кренящие моменты, но и динамические, приложенные резко (качка, шквал ветра, рывок буксирного троса). В этом случае судно получает не только запас потенциальной энергии, но и кинетической. При этом вся приложенная к судну энергия должна компенсироваться работой восстанавливающего момента, которая характеризует динамическую остойчивость судна.

Работу, которую совершает корабль при наклонении, можно оценить двояко.

Из теоретической механики известно, что работа силы на линейном перемещении, совпадающем с ее перемещением, равна произведению силы на это перемещение. Применительно к наклонению судна работа T будет производиться при подъеме силы веса D на расстояние d (рис. 1.30)



Рис. 1.30. Подъем ЦТ при качении твердого полуцилиндра по плоскости

При этом работа Т будет равна

$$T = Dd, \tag{1.76}$$

где *D* – сила веса, н;

d – изменение расстояния по высоте между центрами тяжести и величины (точки G и C_0 , G'_1 и C_1) или иначе плечо динамической остойчивости. Начальное расстояние между точками G и C_0 при этом равняется a_0 .

Определенная аналогия с наклонением корпуса судна имеет место при качении полуцилиндра по плоскости. При этом (рис. 1.30) ЦТ полуцилиндра G поднимается над точкой опоры C, на что тратится энергия. Величина подъема точки G над точкой опоры C будет равна d.

С другой стороны, при резком наклонении корабля на угол крена $d\theta$ будет совершаться работа *T*, направленная на преодоление сопротивления от действия восстанавливающего момента $M_{\rm B}$. Величину этой работы можно определить из выражения

$$T = \int_{0}^{\theta} M_{\rm B} d\theta = D \int_{0}^{\theta} l d\theta.$$
(1.77)

Но $T = Dd \implies$ приравняв (1.76) и (1.77), получим, что плечо d

$$d = \frac{T}{D} = \int_{0}^{\theta} l d\theta.$$
(1.78)

Таким образом, плечо динамической остойчивости *d* будет равно работе восстанавливающего момента, приходящейся на единицу веса водоизмещения при крене судна на угол dθ.

Из формул (1.78) и (1.74) следует, что

$$\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}\theta} = l; \qquad d' = l \tag{1.79}$$

И

$$d^{\prime\prime} = h_{\theta}.\tag{1.80}$$

Для графического определения величины *d* проанализируем выражение (1.76), которое в соответствии с рис. 1.30 представим в таком виде

$$T = D(a - a_0). \tag{1.81}$$

Т. е. работа при подъеме веса *D* определяется произведением этого веса на изменение расстояние между ЦВ и ЦТ. Это изменение в начальном и конечном положениях судна геометрически и будет являться плечом динамической остойчивости *d*

$$d = a - a_0. (1.82)$$

Учитывая сказанное, величину *d* определим графически. Для этого необходимо от точки *K* (рис. 1.31) отложить по линии $C_{\theta}M_{\theta}$ величину *a*₀.



Рис. 1.31. Схема для определения плеча динамической остойчивости

$$KC_{\theta} = a; \qquad KN = a_0.$$

Тогда отрезок $\overline{NC_{\theta}}$ будет характеризовать *d*, т. е. изменение расстояния по высоте между ЦТ и ЦВ

$$\overline{NC_{\theta}} = d$$
.

По построению на рис. 1.31 плечо $d = \overline{NC_{\theta}} = \overline{KC_{\theta}} - a_0 = a - a_0$, где a – расстояние между ЦТ и ЦВ в конечном положении судна, равняется отрезку длиной $\overline{KC_{\theta}}$. В свою очередь $\overline{KC_{\theta}} = \overline{KR} + \overline{FP} - \overline{QP}$. Из схемы на рис. 1.31 видно, что

$$\overline{KC_{\theta}} = a_0 \cos \theta + y_{\theta} \sin \theta - (z_{\theta} - z_c) \cos \theta. \qquad (1.82, a)$$

Окончательно, в результате преобразования выражения (1.82, а) с учетом (1.82), получим

$$d = a_0 \cos\theta + y_\theta \sin\theta - (z_\theta - z_c) \cos\theta - a =$$

= $y_\theta \sin\theta - (z_\theta - z_c) \cos\theta - a_0 (1 - \cos\theta).$ (1.83)

Уравнение (1.83) является основным для определения плеча динамической остойчивости при конечных углах крена θ.

1.16. Диаграмма динамической остойчивости (ДДО)

Если результаты расчета по (1.83) откладывать в виде отрезков d по оси Od, то получим точки для построения графика, называемого диаграммой динамической остойчивости $d = f(\theta)$.

Поскольку, учитывая (1.78)

$$d = \int_{0}^{\theta} l \mathrm{d}\theta$$

то диаграмма $d = f(\theta)$ является интегральной кривой по отношению к диаграмме статической остойчивости (рис. 1.32)



Рис. 1.32. Диаграммы динамической и статической остойчивости при положительной метацентрической высоте *h*₀

Характерным точкам диаграммы $d = (\theta)$ – начало O, точка перегиба A, точка B (максимума диаграммы) соответствуют характерные точки ДСО (рис. 1.32). Так, например, точка A соответствует максимуму диаграммы статической остойчивости (точка A'), а точка B – точке B' ее заката, т. е. кривая $d(\theta)$ имеет тах и точку перегиба на восходящем участке. Из сопоставления ДДО и ДСО видно, что тах ДДО имеет место в точке B при значении угла θ_B , соответствующем закату ДСО. С физической точки зрения это объясняется тем, что максимальная работа, затраченная на преодоление сопротивления восстанавливающего момента, будет соответствовать потере судном положения устойчивого равновесия.

Точка перегиба A на ДДО будет при значении угла θ_A , которому соответствует максимум на кривой ДСО. Поэтому касательная к ДДО, проведенная через начало координат, может достигнуть положения точки касания K к ДДО, только при угле $\theta_K > \theta_A$. Это свойство касательной к ДДО используется при нормировании динамической остойчивости судов.

Так как первая производная от плеча динамической остойчивости $d' = l_{\theta}$, то, проведя при угле крена θ в точке *L* касательную к ДДО и отложив на направлении \overline{LE} угол, равный одному радиану, и восстановив перпендикуляр к оси абсцисс, найдем отрезок \overline{FE} , равный плечу статической остойчивости при угле крена $Q_c = 1$ рад (57,3°).

Для построения ДДО используются данные ДСО, с которой берутся значения ординат (плечи *l*) и подставляются в формулу (1.78)

$$d = \int_{0}^{\theta} l \mathrm{d}\theta.$$

Применяя для этого интеграла с переменным верхним пределом формулу квадратур, получим

$$d = \frac{\delta\theta}{2} \sum l, \qquad (1.84)$$

где $\delta\theta$ – угловой промежуток, рад, равный $\frac{\Delta\theta^o}{57,3^o}$.

60

Схема вычисления плеч ДДО по формуле (1.78) для заданных значений угла крена θ приведена в табл. 1.2.

Таблица 1.2

Угол крена, ө°	Плечо статической остойчивости, <i>l</i>	Интегральная сумма, ∑ _{инт} <i>l</i>	Плечо динамической остойчивости, $d = \frac{\Delta \theta}{2} \sum_{\text{инт}} l$
0	0	0	0
10°	l_{10}	A	d_{10}
20°	l_{20}	B	d_{20}
30°	l_{30}	C	d_{30}
	<u> </u>		

Табличная схема расчета плеч динамической остойчивости

1.17. Кривые ЦВ и метацентров. Полярная диаграмма

Если для ряда углов крена $\theta = (10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, ...)$ нанести положения ЦВ и метацентров, отложить плечи статической и динамической остойчивости, плечи остойчивости формы и соединить соответствующие точки плавными кривыми, то получится диаграмма, изображенная на рис. 1.31.

На этой диаграмме кривая метацентров (2) будет геометрическим местом центров кривизны кривой ЦВ (1), т. е. эволютой или огибающей нормалей; кривая ЦВ (1) будет эвольвентой или разверткой кривой метацентров.

Эти кривые обладают следующими свойствами:

1. Касательная к кривой ЦВ (1) показывает положение ватерлинии при заданном угле крена θ.

2. Линия действия силы поддержания, проведенная из соответствующего ЦВ перпендикулярно плоскости действующей ватерлинии, будет нормальной к кривой ЦВ (1).

3. Радиус кривизны кривой ЦВ (1) в данной точке равен метацентрическому радиусу, вычисленному для площади действующей ватерлинии.



Рис. 1.31. Кривая ЦВ (1), кривая метацентров (2), полярная диаграмма (3)

Зная положение лишь M_{θ} и C_{θ} для различных углов крена θ , можно быстро получить графическим способом плечи статической и динамической остойчивости, плечи остойчивости формы, метацентрические радиусы и т. п.

Если из ЦТ точки G опустить перпендикуляр на линию действия силы поддержания в точку K, то длина этого перпендикуляра \overline{GK} будет характеризовать плечо статической остойчивости (*l*). Производя это построение для нескольких углов θ , получим ряд точек K_{θ} и соответствующих плеч статической остойчивости. Огибающая

всех точек K_{θ} называется полярной диаграммой статической остойчивости (плеч статической остойчивости).

Если от точек диаграммы статической остойчивости отложить отрезки длиной $a = z_g - z_c$, то получим плавную кривую $C_0 N_{10} - N_{90}$, называемую полярной диаграммой динамической остойчивости 4.

На этой диаграмме будут расположены окончания плеч динамической остойчивости d. А сами плечи будут характеризоваться отрезками $N_{10}C_{10}-N_{90}C_{90}$, расположенными между кривой ЦВ (1) и полярной диаграммой динамической остойчивости 4.

Список литературы

1. Статика корабля : учебное пособие / Р. В. Борисов [и др.]. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб. : Судостроение, 2005. – 256 с.

2. Борисов, Р. В. Расчеты по статике корабля : методические пособия / Р. В. Борисов, И. В. Качанов, Н. Н. Юрков. – Мн. : БНТУ, 2007. – 87 с.

3. Жинкин, В. Б. Ходкость судна : методическое пособие / В. Б. Жинкин, И. В. Качанов. – Мн. : БНТУ, 2010. – 56 с.

Содержание

Введение	3
Глава 1. Остойчивость	5
1.1. Общее понятие остойчивости	5
1.2. Теорема Эйлера для равнообъемных ватерлиний	7
1.3. Перемещение ЦВ при малых равнообъемных	
наклонениях	10
1.4. Метацентры и метацентрические радиусы	14
1.5. Восстанавливающий момент. Метацентрические формулы	
остойчивости. Понятие о метацентрической высоте	18
1.6. Метацентрическая высота как мера начальной	
остойчивости	22
1.6.1. Анализ начальной остойчивости судна	
при $z_m > z_g$ и $z_g > z_c$	22
1.6.2. Анализ начальной остойчивости судна	• •
при $z_c > z_g$ и $z_m > z_c$	23
1.6.3. Анализ начальной остойчивости судна	~ ~
при соотношении ординат $z_g > z_m$	25
1.6.4. Анализ начальной остойчивости судна	•
при равенстве ординат z_m и z_g ($z_m = z_g$)	26
1.7. Составляющая восстанавливающего момента.	~ 7
Остойчивость формы и остойчивость веса	27
1.8. Остойчивость на больших углах крена. Определение	
координат центра величины и метацентра при оольших	20
наклонениях	29
1.9. Спосоо расчета плеч статической остоичивости при равнооблемии у наклонениях (Способ Кринова, Ларини)	37
1 10. Вознот тотополного источности посто постока-дарный)	52
1.10. Расчет поперечного метацентрического радиуса r_{θ}	37
1 11 Графичалий мара апралагания толичих направание	57
1.11. 1 рафическии метод определения толщины поправочного спод с и центра тяжести равнообъемной ватерлинии ВП.	30
1 12 Поранок расното Ir, и к на больших услав страна	10
1.12. Порядок расчета $J_{\lambda\theta}$ и I_{θ} на обльших углах крена	40

1.13. Плечо статической остойчивости и восстанавливающий момент при больших наклонениях. Диаграмма статической остойчивости (ДСО). Диаграмма Рида	45
1.13.1. Плечо статической остойчивостии восстанавливающий момент при больших наклонениях1.13.2. Диаграмма статической остойчивости (ДСО).	45
Диаграмма Рида	47
1.14. Составляющие восстанавливающего момента и плеча	
статической остойчивости при больших углах крена	51
1.15. Производная от плеча статической остойчивости	
по углу крена. Обобщенная метацентрическая высота	53
1.1.15. Динамическая остойчивость. Плечо динамической	
остойчивости	55
1.16. Диаграмма динамической остойчивости (ДДО)	59
1.17. Кривые ЦВ и метацентров. Полярная диаграмма	61
Список литературы	64

Учебное издание

КЛЮЧНИКОВ Владимир Анатольевич КАЧАНОВ Игорь Владимирович ШАТАЛОВ Игорь Михайлович

ТЕОРИЯ КОРАБЛЯ. ОСТОЙЧИВОСТЬ

Пособие

для обучающихся по специальности 1-37 03 02 «Кораблестроение и техническая эксплуатация водного транспорта»

Редактор А. Д. Спичёнок Компьютерная верстка Н. А. Школьниковой

Подписано в печать 03.06.2022. Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага офсетная. Ризография. Усл. печ. л. 3,89. Уч.-изд. л. 3,05. Тираж 100. Заказ 695.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет. Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.