

УДК 681.7.023.72

В. И. ЮРИНОК, А. С. КОЗЕРУК, В. О. КУЗНЕЧИК, В. И. ШАМКАЛОВИЧ

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ
ИЗМЕНЕНИЯ ПЛОЩАДИ КОНТАКТА ИНСТРУМЕНТА И ЗАГОТОВКИ
ПРИ ОБРАБОТКЕ ЛИНЗ**

Белорусский национальный технический университет

(Поступила в редакцию 25.04.2012)

В классической технологии оптического приборостроения обработку оптических деталей производят по методу свободного притирания. Суть метода заключается в том, что нижнее звено (деталь или инструмент) закрепляют на шпиндель станка и устанавливают на него верхнее звено (инструмент или деталь), которое шарнирно соединяют с поводком рычага. После этого шпинделю станка сообщают вращательное движение, а рычагу – возвратно-вращательное (колебательное) движение. Благодаря наличию сил трения между притирающимися поверхностями нижнего и верхнего звеньев последнее совершает относительно (вращательное) и переносное (колебательное) движения. В результате происходит изменение величины площади зоны контакта детали и инструмента, вызывающее непостоянство эпюры давления в этой зоне. Такая обработка сопровождается неодинаковым съемом припуска в центральной и краевой зонах детали, что служит одним из приемов управления процессом формообразования высокоточных поверхностей деталей [1]. Однако на заключительной стадии полирования, когда требуемая геометрическая форма исполнительной поверхности получена и необходимо обеспечить только заданную чистоту этой поверхности (стадия выхаживания), процесс обработки целесообразно проводить при постоянном давлении, что уменьшает вероятность нарушения достигнутой точности радиуса кривизны линзы. Для реализации такой обработки необходимо рабочее усилие, прикладываемое к верхнему звену, изменять пропорционально переменной площади контакта инструмента и детали.

С целью получения закона изменения обсуждаемой площади соприкосновения звеньев обратимся к рис. 1, а, где показано положение верхнего звена 1 относительно нижнего 2 в произвольный момент времени, когда угол между их осями вращения равен Δ . Из анализа данного рисунка видно, что если $\Delta \leq \Delta_n - \Delta_b$, где $\Delta_n = \arcsin \frac{D_n}{2R}$ и $\Delta_b = \arcsin \frac{D_b}{2R}$ – углы раствора соответственно нижнего и верхнего звеньев диаметрами D_n и D_b , R – радиус кривизны обрабатываемой детали, то верхнее звено не выходит за край нижнего и площадь их контакта постоянная и равна

$$S_1(\Delta) = 2\pi R(R - OB), \quad (1)$$

где $OB = \sqrt{R^2 - (D_b/2)^2}$.

В случае, когда $\Delta > \Delta_n - \Delta_b$, но $\Delta < \Delta_n$, т. е. когда верхнее звено выходит за край нижнего, площадь контакта определим с помощью поверхностного интеграла 1-го рода $S_2(\Delta) = \iint_S dS$ [2], или

$$S_2(\Delta) = \iint_{D_{XY}} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} dx dy, \quad (2)$$

где D_{XY} – проекция площади контакта на плоскость O_{XY} прямоугольной системы координат с началом в центре сферической поверхности нижнего звена (рис. 1, б); $z = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}$ – уравнение сферической поверхности радиусом кривизны R .

Так как

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-x}{\sqrt{R^2 - x^2 - y^2}}; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-y}{\sqrt{R^2 - x^2 - y^2}},$$

то

$$1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = \frac{R^2}{R^2 - x^2 - y^2}. \quad (3)$$

Ввиду того, что площадь D_{XY} ограничена дугой $EC_1A_1C_2$ в виде окружности C_1EC_2 и эллипса $C_1A_1C_2$ и состоит из двух одинаковых площадей A_1EC_1 и A_1EC_2 , то, принимая во внимание выражение (3), равенство (2) можно записать таким образом:

$$S_2(\Delta) = 2R \int_{y_A}^{y_C} \left(\int_0^{a(\Delta)} \frac{dx}{\sqrt{R^2 - x^2 - y^2}} \right) dy + 2R \int_{y_C}^{D_n/2} \left(\int_{y_C}^{\sqrt{(D_n/2)^2 - y^2}} \frac{dx}{\sqrt{R^2 - x^2 - y^2}} \right) dy, \quad (4)$$

где $a(\Delta)$ – часть дуги $EC_1A_1C_2$ в виде эллипса $C_1A_1C_2$ с большой a и малой b полуосями.

Для вывода уравнения эллипса $C_1A_1C_2$ рассмотрим уравнение плоскости A_1BC верхнего звена, повернутой на угол Δ и проходящей через точку B с координатами $(0, OB \cdot \sin \Delta, OB \cdot \cos \Delta)$. Нормальный вектор этой плоскости \vec{n} имеет координаты $(0, \sin \Delta, \cos \Delta)$. Тогда, используя уравнение плоскости, проходящей через точку B в направлении нормального вектора \vec{n} , запишем

$$O(x - 0) + \sin \Delta(y - OB \cdot \sin \Delta) + \cos \Delta(z - OB \cdot \cos \Delta) = 0.$$

Отсюда

$$y \sin \Delta + z \cos \Delta = OB.$$

Используя изложенное, искомое уравнение эллипса получаем из решения системы

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = R^2, \\ y \sin \Delta + z \cos \Delta = OB, \end{cases}$$

которое после преобразований с учетом, что $R^2 - OB^2 = (D_n/2)^2$, принимает вид

$$\frac{x^2}{\left(\frac{D_n}{2}\right)^2} + \frac{(y - OB \cdot \sin \Delta)^2}{\left(\frac{D_n}{2} \cos \Delta\right)^2} = 1.$$

Следовательно,

$$a(\Delta) = x = \frac{D_n}{2} \sqrt{1 - \frac{(y - OB \cdot \sin \Delta)^2}{\left(\frac{D_n}{2} \cos \Delta\right)^2}}. \quad (5)$$

Поскольку дуга C_1EC_2 представляет собой часть окружности

$$x^2 + y_2^2 = \left(\frac{D_n}{2}\right)^2, \quad (6)$$

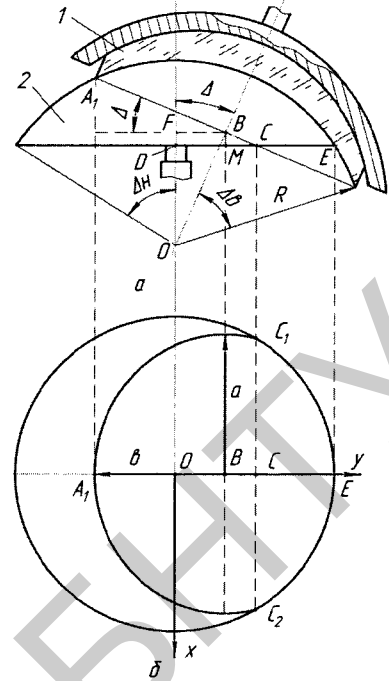


Рис. 1. Схема обработки линз по методу свободного притирания: a – взаимное расположение инструмента и детали в произвольный момент времени; b – к определению площади контактирующих звеньев

то равенство (4) с учетом выражений (5) и (6) после соответствующих преобразований принимает вид

$$S_2(\Delta) = 2R \int_{y_{A_1}}^{y_c} \arcsin \frac{\frac{D_B}{2} \sqrt{1 - \frac{(y - OB \cdot \sin \Delta)^2}{\left(\frac{D_B}{2} \cos \Delta\right)^2}}}{\sqrt{R^2 - y^2}} dy + 2R \int_{y_c}^{\frac{D_H}{2}} \arcsin \frac{\sqrt{\left(\frac{D_H}{2}\right)^2 - y^2}}{\sqrt{R^2 - y^2}} dy. \quad (7)$$

Определенные интегралы, входящие в формулу (7), вычисляли численными методами в математическом пакете Mathcad Pro. При этом пределы интегрирования y_c и y_{A_1} определяли из рис. 1, а, откуда видно, что $y_c = FB + MB \cdot \operatorname{ctg} \Delta$, где $FB = OB \cdot \sin \Delta$, $MB = OF - OD$, $OF = OB \cdot \cos \Delta$. Следовательно, $y_c = OB \cdot \sin \Delta + (OB \cdot \cos \Delta - OD) \operatorname{ctg} \Delta$, где $OD = \sqrt{R^2 - \left(\frac{D_H}{2}\right)^2}$. При этом $y_{A_1} = \frac{-D_B}{2} \cos \Delta + OB \cdot \sin \Delta$.

Полученная формула (7) позволяет определить закономерность изменения площади контакта притирающихся сферических поверхностей инструмента и детали в случае выхода одного из них за край другого.

Если же пронормировать абсолютное значение площади контакта $S_2(\Delta)$, разделив его на максимальную величину $S_1(\Delta)$, то получим коэффициент $K = S_2(\Delta)/S_1(\Delta)$, используя который можно записать закон изменения рабочего усилия в виде

$$F(\Delta) = KF_0, \quad (8)$$

где F_0 – рабочее усилие на стадии полного контакта верхнего звена с нижним.

При изготовлении линз по классической технологии, когда величина рабочего усилия не изменяется в течение всего цикла обработки, информативным является зависимость коэффициента K от угла Δ . Так, например, из анализа рис. 2, где представлены результаты расчета закономерностей изменения коэффициента K от Δ для разных диаметров верхнего звена при постоянных значениях радиуса кривизны обрабатываемой поверхности и диаметра нижнего звена, видно, что изменение D_B не вызывает существенных расхождений в характере распределения коэффициента K : углы наклона кривых отличаются между собой незначительно и последние сходятся в одну точку.

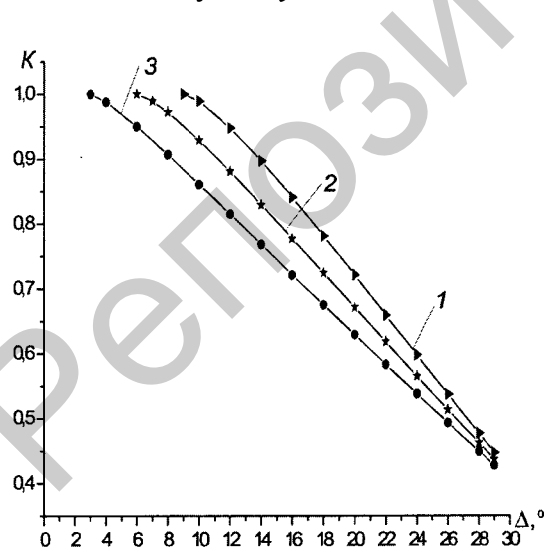


Рис. 2. Зависимость коэффициента K от угла между осями вращения нижнего и верхнего звеньев при $R = 100$ мм, $D_H = 100$ мм, $D_B = 70$ (1), 80 (2), 90 (3) мм

Следовательно, если при управлении процессом формообразования линзы на стадии ее полирования изменять диаметр инструмента, то это не приведет к резкому изменению характера съема припуска с заготовки и не произойдет нарушения сферичности обрабатываемой поверхности, которое исправляют в большинстве случаев ее перешлифовкой и повторным полированием. Именно такое явление может иметь место, если, как видно из расчетных значений $K(\Delta)$, представленных на рис. 3, обработку линз одного диаметра (например, 100 мм) с различными радиусами кривизны выполнять инструментами, равными по диаметру (например, 80 мм).

В таком случае углы наклона зависимостей $K(\Delta)$ заметно отличаются, а сами кривые расходятся. Это значит, что с целью повышения точности обработки и производительности процесса формообразования сферических поверхностей при увеличении их радиуса кривизны диаметр инструмента необходимо уменьшать.

По результатам выполненной работы можно сделать следующие выводы.

1. Полученная формула для расчета величины площади контакта притирающихся звеньев при изготовлении линз высокой точности позволяет определить закон изменения рабочего усилия на стадии финишного полирования оптических элементов и тем самым повысить производительность этой операции.

2. Проведенные численные исследования показывали, что с увеличением радиуса кривизны сферической поверхности линзы диаметр инструмента целесообразно выбирать вблизи нижней границы рекомендуемого диапазона (0,7–0,9) от диаметра детали [3].

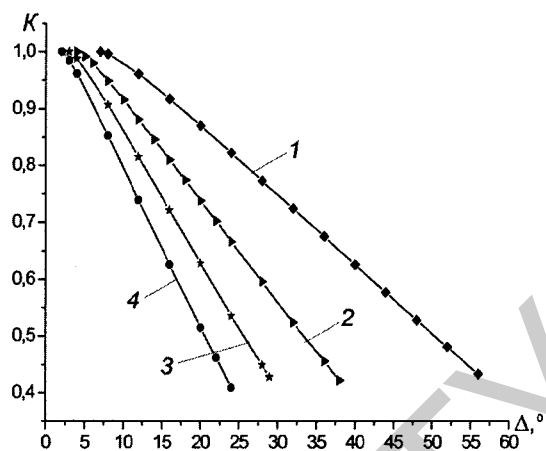


Рис. 3. Зависимость коэффициента K от угла между осями вращения нижнего и верхнего звеньев при $D_n = 100$ мм, $D_s = 90$, $R = 60$ (1), 80 (2), 100 (3), 120 (4) мм

Литература

1. Козерук А. С. Формообразование прецизионных поверхностей. М., 1997.
2. Математика для инженеров. Т. 2/ Под ред. Н. А. Микулика. Мн., 2006.
3. Технология оптических деталей/ Под ред. М. Н. Семибратова. М., 1978.

V. I. YURINOK, A. S. KOZERUK, V. O. KUZNECHIK, V. I. SHAMKALOVICH

MATHEMATICAL SIMULATION OF REGULARITIES OF CHANGE OF CONTACT AREA OF A TOOL AND A BILLET AT LENS TREATMENT

Summary

There is an expression for the definition of contact area of spherical surfaces of the instrument and a blank while processing according to the method of free lapping work. The calculation of regularities of the changing of contact area of lapping segments was performed in case if the upper segment goes over the edge of the bottom one. It is shown that if there is the increase of a radius of lens the instrument whose diameter is closer to the lower limit of the recommended range (0,7–0,9) from the diameter of a blank should be used.