

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Физика»

ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА В ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИ НЕРАВНОВЕСНЫХ СИСТЕМАХ

Пособие

для студентов специальностей

1-70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство»,
1-70 04 02 «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана
воздушного бассейна», 1-70 04 03 «Водоснабжение,
водоотведение и охрана водных ресурсов», 1-70 03 02 «Мосты,
транспортные тоннели и метрополитены»

*Рекомендовано учебно-методическим объединением
высших учебных заведений Республики Беларусь по образованию
в области строительства и архитектуры*

Минск
БНТУ
2022

УДК 536.971(075.8)
ББК 22.36я7
Я20

С о с т а в и т е л и:

*А. К. Есман, Н. П. Юркевич, Г. К. Савчук, Г. Л. Зыков,
А. И. Бибик, В. А. Потачиц, С. В. Попко, В. А. Борисов*

Р е ц е н з е н т ы:

кафедра общей физики БГУ, зав. кафедрой *А. И. Слободянюк*;
доцент кафедры медицинской и биологической физики БГМУ
И. Ф. Медведева

Я20 **Явления** переноса в термодинамически неравновесных системах : пособие для студентов специальностей 1-70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство», 1-70 04 02 «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна», 1-70 04 03 «Водоснабжение, водоотведение и охрана водных ресурсов», 1-70 03 02 «Мосты, транспортные тоннели и метрополитены» / сост.: А. К. Есман [и др.]. – Минск : БНТУ, 2022. – 52 с.
ISBN 978-985-583-750-4.

В пособии представлены основные сведения о явлениях вязкого трения, теплопроводности и диффузии. Дано физическое толкование экспериментально полученных законов, описывающих указанные явления. Представлена методика определения динамического и кинематического коэффициентов вязкости глицерина с помощью экспериментальных установок, использующих метод Стокса и метод вискозиметра.

Изложена теория строения и свойств жидкостей, а также описаны поверхностное натяжение жидкостей и капиллярные явления. Представлена методика определения коэффициента поверхностного натяжения методом поднятия жидкости в капилляре.

Данное пособие предназначено для студентов инженерно-технического профиля для изучения тем «Механика сплошных сред» и «Жидкости» в курсе общей физики, а также для самостоятельной работы студентов.

УДК 536.971(075.8)
ББК 22.36я7

ISBN 978-985-583-750-4

© Белорусский национальный
технический университет, 2022

СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа № 1 (№ 35)	
Определение коэффициента поверхностного натяжения методом поднятия жидкости в капилляре	4
1.1. Характеристика жидкого состояния.	
Теория Френкеля.....	4
1.2. Поверхностное натяжение жидкостей	6
1.3. Свободная энергия поверхности жидкости	9
1.4. Смачивание. Сорбционные явления	10
1.5. Давление под искривленной поверхностью жидкости. Формула Лапласа	12
1.6. Капиллярные явления	16
1.7. Явления переноса. Вязкость жидкости	19
1.8. Определение коэффициента поверхностного натяжения методом поднятия жидкости в капилляре	22
1.9. Задания для проведения исследований	24
Контрольные вопросы	27
Лабораторная работа № 2 (№ 29)	
Определение коэффициента вязкости методом Стокса и методом капиллярного вискозиметра.....	28
2.1. Вязкость жидкости (внутреннее трение)	28
2.1.1. Режимы течения жидкости.....	28
2.1.2. Виды вязкости	31
2.1.3. Закон вязкости Ньютона.....	32
2.2. Ньютоновская и неньютоновская жидкости	35
2.3. Природа вязкости в жидкостях и газах	35
2.4. Вязкость в практическом применении.....	36
2.5. Методы определения вязкости	37
2.5.1. Определение вязкости жидкости методом Стокса ...	37
2.5.2. Определение вязкости жидкости методом капиллярного вискозиметра (методом Пуазейля)	41
2.6. Описание установки и эксперимента	46
2.7. Задания для проведения исследований	47
Контрольные вопросы	50
Литература	52

Лабораторная работа № 1 (№ 35)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ МЕТОДОМ ПОДНЯТИЯ ЖИДКОСТИ В КАПИЛЛЯРЕ

Цель работы: изучить явление поверхностного натяжения жидкостей. Методом поднятия жидкости в капилляре определить коэффициенты поверхностного натяжения воды и конденсаторного масла.

Приборы и принадлежности: предметный столик с подъемным механизмом, два цилиндрических сосуда с исследуемыми жидкостями (вода, моторное масло), подвижный держатель с линзой, две пары капилляров разных диаметров, две линейки с миллиметровыми делениями.

1.1. Характеристика жидкого состояния. Теория Френкеля

Физическую сущность различия между твердым, жидким и газообразным состояниями вещества можно объяснить с помощью потенциальной кривой взаимодействия молекул, которая приведена на рис. 1.1.

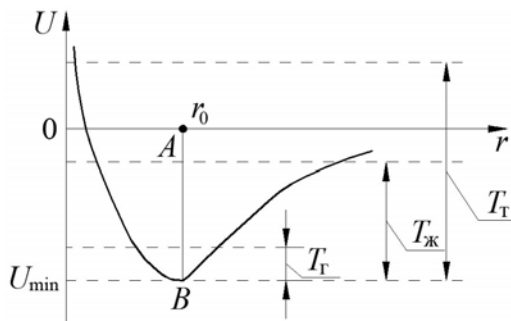


Рис. 1.1. Потенциальная кривая взаимодействия молекул:
 r – расстояние между молекулами; U – потенциальная энергия

Если средняя кинетическая энергия теплового движения T_T молекул значительно меньше глубины потенциальной ямы AB ($T_T \ll AB$), то молекулы совершают небольшие колебания, оставаясь в нижней части ямы. Этот случай соответствует **твердому состоянию вещества**.

Если средняя кинетическая энергия теплового движения молекул немного меньше глубины потенциальной ямы ($T_{ж} < AB$), то молекулы, совершая значительные колебательные движения, имеют возможность периодически покидать потенциальную яму. Этот случай соответствует **жидкому состоянию вещества**.

Если же средняя кинетическая энергия теплового движения молекул значительно больше глубины потенциальной ямы ($T_T \gg AB$), то молекулы вырвутся из нее и, утратив взаимосвязь, будут двигаться свободно, что соответствует **газообразному состоянию вещества**.

Таким образом, жидкое состояние занимает промежуточное положение между газами и твердыми телами и сочетает в себе некоторые черты обоих этих состояний.

Например, для кристаллического состояния характерно упорядоченное расположение частиц, для частиц же газа характерен полный хаос.

В расположении частиц жидкости наблюдается так называемый **ближний порядок**, когда по отношению к любой частице расположение ближайших соседей является упорядоченным. Однако чем дальше от данной частицы, тем меньше это упорядочение сохраняется, пока не пропадает совсем.

В кристаллах имеет место и **дальний порядок**, т. е. упорядоченное расположение частиц по отношению друг к другу наблюдается в пределах значительного объема.

Промежуточное положение жидкостей обуславливает сложность их свойств. Поэтому теория жидкого состояния менее развита, чем теория газов и твердых тел. Значительный вклад в развитие этой теории сделал русский ученый Я. И. Френкель.

Согласно Френкелю, каждая молекула жидкости в течение некоторого времени колеблется около определенного положе-

ния равновесия. Время от времени молекула скачком перемещается в новое положение равновесия. Таким образом, молекула медленно перемещается в жидкости, пребывая часть времени около определенных мест. С повышением температуры время такой «оседлости» уменьшается, поэтому возрастает подвижность молекул и, как следствие, изменяются свойства жидкости, например уменьшается их вязкость.

1.2. Поверхностное натяжение жидкостей

Поскольку в жидкостях $r \rightarrow r_0$ (рис. 1.1), то потенциальная энергия взаимодействия соседних молекул стремится к U_{\min} . Если каждая молекула в жидкости окружена в среднем 12 ближайшими соседями, то ее потенциальная энергия внутри жидкости равна:

$$U_{\text{ж}} \simeq 12U_{\min}.$$

Молекула, находящаяся на поверхности жидкости, в этом случае имеет в среднем 6 ближайших соседей, поэтому ее потенциальная энергия равна:

$$U_{\text{пов}} \simeq 6U_{\min}.$$

Следовательно, для перехода молекулы жидкости на ее свободную поверхность надо затратить работу

$$A = U_{\text{пов}} - U_{\text{ж}} = 6U_{\min} - 12U_{\min} = -6U_{\min}, |A| = 6U_{\min}.$$

При обратном переходе молекулы в жидкость ее потенциальная энергия уменьшается на ту же величину, равную $-6U_{\min}$. Так как молекула стремится занять положение с наименьшей потенциальной энергией, то она переходит внутрь жидкости. Поэтому жидкость под действием внутренних сил стремится уменьшить свою поверхность и занять минимальный объем.

Пусть поверхность жидкости представляет собой растянутую пленку (рис. 1.2). Чтобы растянутую пленку удержать в равновесии, надо приложить нормальную силу f , касательную к поверхности жидкости, которую называют **силой поверхностного натяжения**:

$$f = \alpha \cdot l, \quad (1.1)$$

где l – длина границы пленки, на которую действует сила;
 α – коэффициент поверхностного натяжения жидкости.

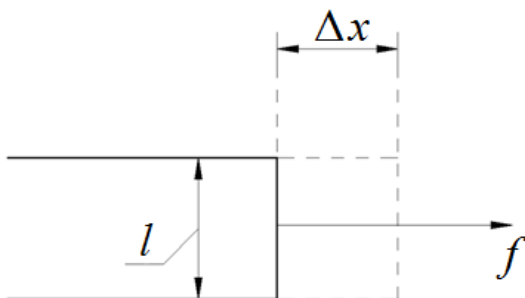


Рис. 1.2. Действие силы поверхностного натяжения на границу пленки жидкости

Коэффициент поверхностного натяжения зависит от природы жидкости и с увеличением температуры жидкости уменьшается для большинства жидкостей по линейному закону

$$\alpha_t = \alpha_0 \left(1 - \frac{t}{t_K^0}\right), \quad (1.2)$$

где α_0 – коэффициент поверхностного натяжения данной жидкости при 0°C ;

t_K^0 – критическая температура данной жидкости.

Критическая температура жидкости – температура, при которой исчезают различия в физических свойствах жидкости и пара.

При $t^0 = t_K^0$ в соответствии с равенством (1.2) коэффициент поверхностного натяжения обращается в нуль, так как в критической точке разница между жидким и газообразным состояниями вещества пропадает.

Из формулы (1.1) получаем

$$\alpha = \frac{f}{l}, \quad (1.3)$$

т. е. **коэффициент поверхностного натяжения** жидкости α равен отношению силы поверхностного натяжения, действующей на контур, ограничивающий поверхность жидкости, к длине контура. α составляет порядка 10^{-2} – 10^{-1} Н/м. Например, при 20 °С для воды он равен 0,073 Н/м, для ртути – 0,50 Н/м. Кроме температуры на величину коэффициента поверхностного натяжения жидкости существенно влияют находящиеся в ней примеси. Если энергия взаимодействия молекулы растворенного вещества с молекулой жидкости **меньше** энергии взаимодействия между молекулами жидкости, то растворенные молекулы будут вытесняться на поверхность жидкости и одновременно **понижать** поверхностное натяжение раствора.

Такие вещества называются **поверхностно-активными**. По отношению к воде поверхностно-активными являются нефть, спирт, эфир, мыло и многие другие жидкие и твердые вещества.

С другой стороны, некоторые вещества увеличивают поверхностное натяжение жидкостей в связи с тем, что их молекулы взаимодействуют с молекулами жидкости сильнее, чем молекулы жидкости между собой. Поэтому молекулы таких примесей будут втянуты внутрь жидкости, и в поверхностном слое останутся в основном молекулы жидкости. По отношению к воде примерами таких примесей могут служить соль и сахар.

1.3. Свободная энергия поверхности жидкости

Если поверхность жидкости представляет собой растянутую пленку, то работа, которую необходимо затратить, чтобы увеличить площадь пленки (рис. 1.2), равна:

$$\Delta A = f \Delta x = \alpha l \Delta x = \alpha \Delta S, \quad (1.4)$$

где Δx – изменение длины границы пленки;

ΔS – изменение площади поверхности пленки.

При растяжении пленки потенциальная энергия молекул, извлекаемых на поверхность, увеличивается, а их энергия теплового движения соответственно уменьшается. Поэтому при растяжении пленка несколько охлаждается, и наоборот, при сокращении пленка будет нагреваться. Изменение температуры пленки вызовет изменение коэффициента поверхностного натяжения. Чтобы α не изменялся, необходимо вести процесс растяжения или сокращения пленки **изотермически**. Для этого необходимо растягивать или сокращать пленку медленно, так, чтобы изменение ее температуры успевало компенсироваться путем теплообмена с окружающей средой.

Часть потенциальной энергии поверхности жидкости, которая может перейти в работу при изотермическом сокращении поверхности жидкости, называется **свободной энергией поверхности жидкости** ΔF . Из формулы (1.4) следует, что

$$\Delta F = \Delta A = \alpha \Delta S. \quad (1.5)$$

Так как **внутренняя энергия жидкости** U представляет собой сумму кинетической и потенциальной энергий всех ее молекул, то **свободная энергия** F является частью внутренней энергии пленки, которая может быть превращена в работу при изотермическом процессе. Как внутренняя энергия U , так и свободная энергия F являются **функциями состояния системы**. Эти величины в термодинамике называют **термодинамическими потенциалами**.

Изменения потенциалов, происходящие в ходе каких-либо процессов, определяют либо совершаемую системой работу, либо получаемое системой тепло. Каждому термодинамическому потенциалу соответствует свой набор независимых переменных.

Так как свободная энергия изолированной системы стремится к минимуму, то жидкость (в отсутствие внешних полей) стремится принять форму, имеющую минимальную площадь поверхности.

Данное утверждение наглядно можно проиллюстрировать рис. 1.3. Стрелки на рис. 1.3 соответствуют межмолекулярному притяжению внутри жидкости.

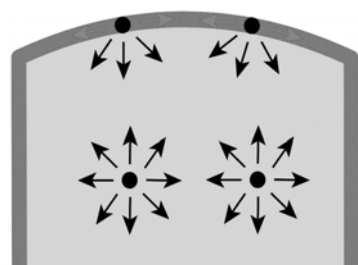


Рис. 1.3. Возникновение силы поверхностного натяжения

Молекулы на границе раздела с окружающей средой испытывают силы, стремящиеся втянуть их в жидкость, так как со стороны газа на них не действуют силы притяжения. Экспериментальным подтверждением является тот факт, что в условиях невесомости жидкость принимает форму шара, т. е. геометрической фигуры, имеющей минимальную площадь поверхности при заданном объеме.

1.4. Смачивание. Сорбционные явления

Рассмотрим молекулярные явления, наблюдаемые на границе соприкосновения жидкости с твердым телом. Поместим каплю жидкости на горизонтальную поверхность твердого тела.

Если силы взаимодействия между молекулами жидкости больше, чем между молекулами жидкости и твердого тела, то жидкость стремится **уменьшить** поверхность соприкосновения с твердым телом. Капля такой жидкости на горизонтальной поверхности твердого тела примет форму сплюснутого шара (рис. 1.4, *а*). Сплюсывание капли обусловлено действием силы тяжести. В данном случае жидкость называется **не смачивающей** твердое тело. Угол θ , образованный поверхностью твердого тела и касательной к поверхности жидкости, называется **краевым**. $\theta > 90^\circ$ для несмачиваемой жидкости. Если $\theta = 180^\circ$, то наблюдается полное несмачивание.

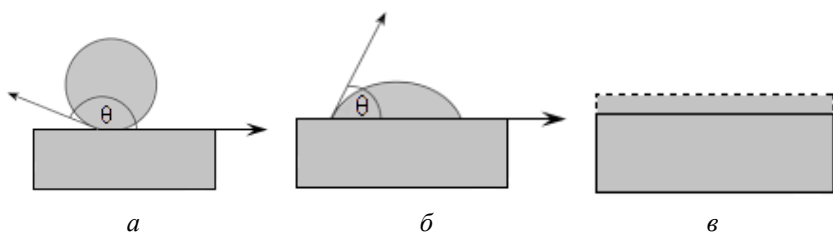


Рис. 1.4. Жидкость на поверхности твердого тела:
а – несмачивающая; *б* – смачивающая;
в – полностью смачивающая

Если силы взаимодействия между молекулами жидкости меньше, чем между молекулами жидкости и твердого тела, то жидкость стремится **увеличить** поверхность соприкосновения с твердым телом. Капля жидкости при этом примет форму, изображенную на рис. 1.4, *б*. При этом жидкость называется **смачивающей** твердое тело. Краевой угол $\theta < 90^\circ$. Если $\theta = 0$, то наблюдается полное смачивание, т. е. жидкость растекается по всей поверхности твердого тела (рис. 1.4, *в*).

Смачиваемость и несмачиваемость – понятия относительные, т. к. жидкость, смачивающая одно твердое тело, может не смачивать другое. Например, вода смачивает стекло, но не смачивает парафин, а ртуть не смачивает стекло, но смачивает медь.

Смачиванием объясняются так называемые **сорбционные явления**:

1. Адсорбция – поглощение молекул жидкости и газа **поверхностью** твердого или жидкого тела.

2. Абсорбция – поглощение молекул жидкости или газа **всем объемом** твердого или жидкого тела.

Заметная абсорбция наблюдается лишь при высоких температурах и давлениях, в то время как интенсивная адсорбция происходит и при нормальных атмосферных условиях. Смачивающая жидкость растекается тонким, практически мономолекулярным слоем по поверхности твердого тела. Подобным образом, адсорбируя окружающий газ, твердое тело покрывается мономолекулярной пленкой газа. Поэтому второй слой газовых молекул уже не удерживается на этой пленке, т. к. малы силы сцепления между молекулами газа. Адсорбирующая способность тела возрастает с увеличением его поверхности. Поэтому особенно хорошо адсорбируют пористые тела.

В условиях невесомости эффект смачивания приводит к тому, что вода в закрытом стеклянном сосуде распределяется по всем стенкам сосуда, а воздух сосредотачивается в средней части сосуда (это было экспериментально установлено в 1962 г. космонавтами Николаевым и Поповичем).

1.5. Давление под искривленной поверхностью жидкости. Формула Лапласа

Наличие сил поверхностного натяжения приводит к возникновению дополнительного давления внутри объема, находящегося под ее поверхностью. Внутреннее давление направлено перпендикулярно поверхности жидкости. Поэтому масса жидкости, не подверженная действию внешних сил, должна принять форму шара, поскольку только в этом случае силы внутреннего давления взаимно уравновесятся.

Пусть жидкость находится в трех сосудах, в одном из которых ее поверхность имеет плоскую форму, в других – выпуклую и вогнутую (рис. 1.5).

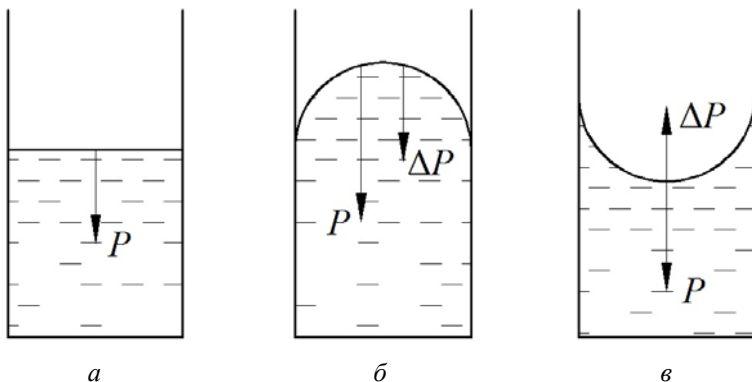


Рис. 1.5. Направление избыточного давления для поверхности жидкости: a – плоской; $б$ – выпуклой; $в$ – вогнутой

Так как поверхностный слой жидкости подобен напряженной пленке, выпуклая поверхность (рис. 1.5, б) стремится сократиться и принять плоскую форму. Поэтому она будет оказывать на жидкость **дополнительное внутреннее давление ΔP** , направленное так же, как внутреннее давление P . Сокращение вогнутой поверхности, наоборот, приводит к уменьшению внутреннего давления.

Определим величину ΔP . Для этого рассмотрим свободную поверхность жидкости в виде сферы радиуса R . Отсечем от этой сферы произвольный сегмент (рис. 1.6), внешняя поверхность которого ограничена от остальной поверхности жидкости окружностью радиусом

$$r = R \sin \beta.$$

На каждый очень малый элемент длины этого контура Δl действует сила поверхностного натяжения в направлении касательной к поверхности сферы:

$$\Delta f = \alpha \Delta l.$$

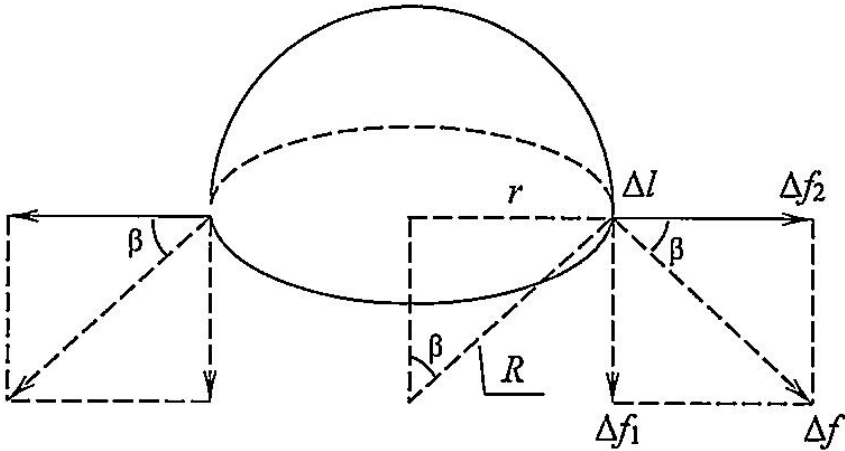


Рис. 1.6. Разложение силы поверхностного натяжения Δf для вывода формулы Лапласа

Разложим Δf на две составляющие:

$$\Delta f_1 = \Delta f \cdot \sin\beta; \quad \Delta f_2 = \Delta f \cdot \cos\beta.$$

$\sum \Delta f_2 = 0$, так как составляющие Δf_2 на противоположных сторонах контура направлены противоположно друг другу. В соответствии с рис. 1.6 имеем

$$f = \sum \Delta f_1 = \sum \Delta f \cdot \sin\beta = \sum \alpha \Delta l \frac{r}{R} = \frac{\alpha r}{R} \sum \Delta l$$

или

$$f = \frac{1}{R} \alpha r \cdot 2\pi r = \frac{\alpha}{R} 2\pi r^2. \quad (1.6)$$

Сила (1.6) прижимает сегмент к остальной жидкости по всей разделяющей их поверхности, площадь которой $S = \pi r^2$.

Тогда дополнительное давление ΔP внутри жидкости равно:

$$\Delta P = \frac{f}{S} = \frac{\alpha \cdot 2\pi r^2}{R\pi r^2} = \frac{2\alpha}{R}. \quad (1.7)$$

Равенство (1.7) носит название **формулы Лапласа**.

В случае вогнутой поверхности жидкости (пузырек газа внутри жидкости) результирующая сила направлена из жидкости в газ. Согласно (1.7) имеем

$$\Delta P = -\frac{2\alpha}{R}.$$

Последнее выражение показывает, что давление внутри жидкости под вогнутой поверхностью меньше, чем в газе. Для плоской поверхности жидкости $R \rightarrow \infty$ и $\Delta P = 0$.

В общем случае произвольной поверхности двойкой кривизны (рис. 1.7) формула Лапласа имеет вид

$$\Delta P = \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (1.8)$$

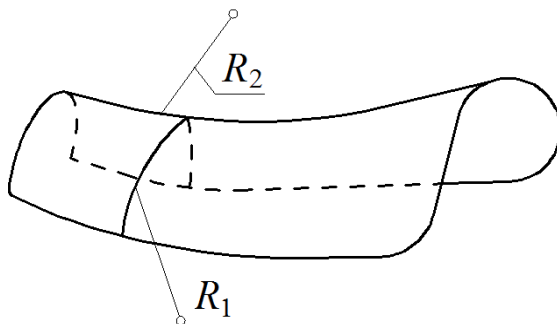


Рис. 1.7. Произвольная поверхность двойкой кривизны

Причем для радиуса R , направленного внутрь жидкости (случай выпуклой поверхности), принимают $R > 0$, для вогнутой поверхности – $R < 0$.

1.6. Капиллярные явления

В соответствии с вышесказанным (см. п. 1.4–1.5) поверхность жидкости, налитой в сосуд, должна искривиться вблизи его стенок: или приподняться в случае смачивающей жидкости, или опуститься в случае несмачивающей. В узком сосуде краевые искривления охватывают всю поверхность жидкости, делая ее целиком изогнутой: вогнутой – для смачивающей жидкости (рис. 1.8, *а*), выпуклой – для несмачивающей (рис 1.8, *б*).

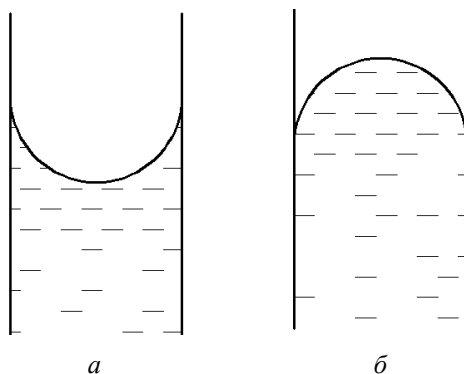


Рис. 1.8. Жидкости в капилляре:
а – смачивающая; *б* – несмачивающая

Такая изогнутая поверхность называется **мениском**. Узкие сосуды – трубки, щели и т. д. – называются **капиллярами**. Благодаря большой кривизне мениска под ним создается значительное избыточное давление. Это приводит к поднятию (в случае смачивания) или опусканию (в случае несмачивания) жидкости в капилляре.

Пусть конец цилиндрического капилляра радиуса r погружен в смачивающую жидкость (рис. 1.9). Поверхность жидкости в капилляре примет вогнутую сферическую поверхность. При этом внутреннее давление жидкости в капилляре будет меньше, чем вне капилляра на величину, равную значению избыточного давления под сферической поверхностью. В соответствии с формулой (1.7) избыточное давление равно:

$$\Delta P = \frac{2\alpha}{R},$$

где R – радиус кривизны мениска;

α – коэффициент поверхностного натяжения жидкости.

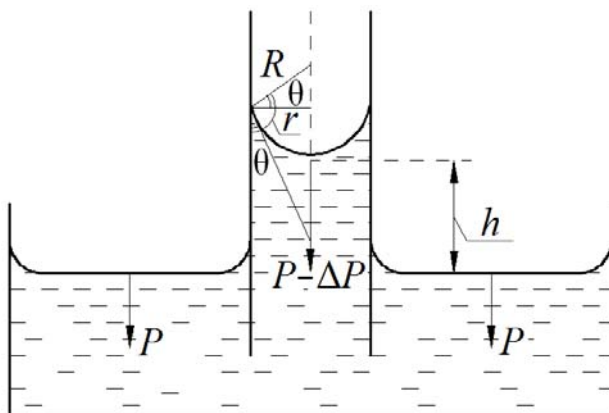


Рис. 1.9. Действие избыточного давления ΔP

Между жидкостями в капилляре и сосуде устанавливается такая разность уровней h , что гидростатическое давление столба жидкости в капилляре ρgh уравновешивается капиллярным давлением ΔP :

$$\rho gh = \frac{2\alpha}{R},$$

откуда

$$h = \frac{2\alpha}{\rho g R}, \quad (1.9)$$

где ρ – плотность жидкости;

g – ускорение свободного падения.

Так как угол между радиусами r и R и краевой угол θ равны между собой (как углы со взаимно перпендикулярными сторонами), то

$$R = \frac{r}{\cos \theta},$$

подставив последнее выражение в (1.9), получим формулу для высоты поднятия смачивающей жидкости в капилляре:

$$h = \frac{2\alpha \cdot \cos \theta}{\rho g r}, \quad (1.10)$$

где r – радиус капилляра;

θ – краевой угол.

Таким образом, высота поднятия смачивающей жидкости в капилляре обратно пропорциональна радиусу капилляра. Равенство (1.10) называют **формулой Борелли – Жюрена**.

Выражение (1.10) справедливо также для глубины опускания жидкости, не смачивающей стенки капилляра.

Капиллярные явления играют большую роль в природе и технике, например подъем питательного раствора по стеблю или стволу растения. При отсутствии гидроизоляции по капиллярам кладки зданий происходит подъем грунтовой воды. Разрыхляя поверхность почвы и создавая тем самым прерывистость в системе почвенных капилляров, можно задержать приток воды к зоне испарения и замедлить высушивание почвы.

1.7. Явления переноса. Вязкость жидкости

К явлениям переноса относятся явления диффузии, теплопроводности и вязкости жидкости.

Диффузией называется процесс, в результате которого молекулы веществ, находящихся в одном сосуде, перемешиваются в однородную субстанцию.

Две соприкасающиеся жидкости диффундируют друг в друга до полного перемешивания. Однако процесс этот идет очень медленно по сравнению с газами ввиду особенностей строения жидкостей. Процесс диффузии жидкостей описывается **законом Фика**:

$$\Delta M = -D \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \Delta S \Delta t, \quad (1.11)$$

где ΔM – масса жидкости, переносимая путем диффузии за время Δt через площадку ΔS , перпендикулярную направлению изменения плотности;

$\frac{\Delta \rho}{\Delta x}$ – градиент плотности;

$D = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle$ – коэффициент диффузии жидкости;

$\langle \lambda \rangle$ – средняя длина свободного пробега молекул жидкости;

$\langle v \rangle$ – средняя скорость молекул, которая растет прямо пропорционально увеличению температуры жидкости.

Закон Фика гласит: масса жидкости, переносимая путем диффузии через площадку, перпендикулярную направлению изменения плотности, пропорциональна градиенту плотности, площади площадки и времени переноса.

Разделим уравнение (1.11) на массу m продиффундировавших молекул жидкости. Учтем, что $\frac{\Delta M}{m} = \Delta N$ – число про-

диффундировавших молекул; $\frac{\Delta\rho}{m} = \Delta n$ – разность концентраций продиффундировавших молекул.

Тогда имеем

$$\Delta N = -D \frac{\Delta n}{\Delta x} \Delta S \Delta t, \quad (1.12)$$

где ΔS – площадь площадки, перпендикулярной направлению изменения плотности;

Δt – продолжительность переноса;

$\frac{\Delta n}{\Delta x}$ – градиент концентрации.

Уравнение (1.12) связывает число продиффундировавших молекул жидкости с градиентом концентрации молекул.

Процесс теплопроводности в жидкостях описывается **законом Фурье**, совпадающим с законом для газов:

$$\Delta Q = -\chi \frac{\Delta T}{\Delta x} \Delta S \Delta t, \quad (1.13)$$

где $\chi = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle \frac{i}{2} kn$ – коэффициент теплопроводности жидкости;

i – число степеней свободы молекулы жидкости;

k – постоянная Больцмана;

n – концентрация молекул;

$\frac{\Delta T}{\Delta x}$ – градиент температуры;

ΔS – площадь площадки, через которую переносится тепло;

Δt – продолжительность переноса.

Закон Фурье: количество теплоты, переносимое через площадку, перпендикулярную направлению переноса, пропорционально градиенту температур, площади площадки и времени переноса.

Процесс теплопроводности в жидкости осуществляется путем взаимодействия колеблющихся молекул. Наиболее интенсивно колебание молекул, происходящее в области повышенной температуры, передается соседним частицам и постепенно распространяется на всю жидкость. Теплопроводность жидкостей значительно больше, чем у газов.

Жидкость обладает вязкостью, обусловленной сцеплением между ее молекулами. Сила внутреннего трения выражается **законом Ньютона**:

$$F = -\eta \frac{\Delta v}{\Delta x} \Delta S, \quad (1.14)$$

где $\eta = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle \rho$ – динамический коэффициент вязкости жидкости;

ρ – плотность жидкости;

$\frac{\Delta v}{\Delta x}$ – градиент скорости течения слоев жидкости;

ΔS – площадь соприкосновения слоев жидкости.

Знак « \rightarrow » в выражениях (1.11)–(1.14) показывает, что перенос осуществляется в сторону уменьшения градиентов плотности (концентрации), температуры, скорости течения слоев жидкости соответственно.

Закон Ньютона для вязкого трения: сила внутреннего трения пропорциональна градиенту скорости и площади трущихся слоев.

В жидкостях механизм внутреннего трения отличен от механизма диффузии (в газах этот механизм одинаков). Так как молекулы жидкости большую часть времени находятся около положения равновесия, то движущаяся масса жидкости увлекает соседние слои в основном за счет сил сцепления. С ростом температуры текучесть жидкости возрастает, а вязкость падает (рис. 1.10). Согласно Френкелю, зависимость динамического коэффициента вязкости имеет вид

$$\eta_{\text{ж}} = \text{const} \cdot \exp\left(\frac{E}{kT}\right), \quad (1.15)$$

где E – энергия, которую нужно сообщить молекуле жидкости, чтобы она могла перескочить из одного положения равновесия в соседнее. Френкель также показал, что динамический коэффициент вязкости жидкости обратно пропорционален коэффициенту диффузии жидкости.

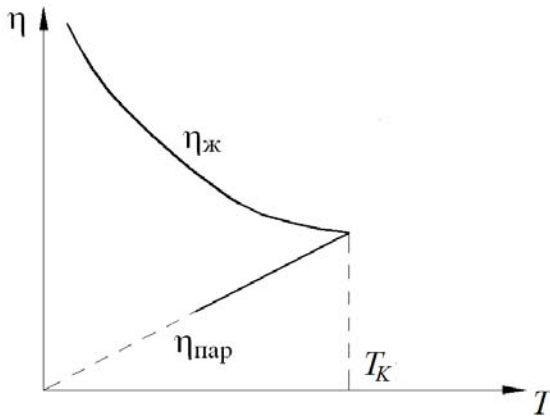


Рис. 1.10. Качественная зависимость динамического коэффициента вязкости жидкости от температуры:
 $T_{\text{к}}$ – критическая температура

1.8. Определение коэффициента поверхностного натяжения методом поднятия жидкости в капилляре

Жидкость поднимается или опускается в капилляре до тех пор, пока добавочное давление под мениском жидкости не сравняется с гидростатическим давлением поднявшегося или опустившегося столба жидкости.

Если жидкость полностью смачивает поверхность капилляра, то радиус кривизны мениска R совпадает с внутренним радиусом капилляра r . В соответствии с формулой Лапласа (1.7) имеем

$$\Delta P = \frac{2\alpha}{R} = \frac{2\alpha}{r}. \quad (1.16)$$

Тогда из равенства добавочного давления ΔP (1.16) и гидростатического давления ($P = \rho gh$) получаем

$$\Delta P = \frac{2\alpha}{R} = \rho gh, \quad (1.17)$$

где ρ – плотность жидкости;

g – ускорение свободного падения;

h – высота поднятия жидкости в капилляре;

α – коэффициент поверхностного натяжения жидкости.

Из (1.17) определяем α :

$$\alpha = \frac{1}{2} \rho g h r. \quad (1.18)$$

При проведении опыта с двумя капиллярами, радиусами r_1 и r_2 коэффициент поверхностного натяжения (1.18) будет равен:

$$\alpha = \frac{1}{2} \rho g h_1 r_1 = \frac{1}{2} \rho g h_2 r_2.$$

Выразив h_1 и h_2 , получим

$$h_1 - h_2 = \Delta H = \frac{2\alpha}{\rho g r_1} - \frac{2\alpha}{\rho g r_2},$$

где ΔH – разность отсчетов между нижними и верхними краями менисков в капиллярах.

Следовательно, окончательная формула для расчета коэффициента поверхностного натяжения в этом случае будет иметь вид

$$\alpha = \frac{\rho g r_1 r_2}{2(r_2 - r_1)} \Delta H. \quad (1.19)$$

Таким образом, определив разность отсчетов между нижними и верхними краями менисков в капиллярах, можно вычислить коэффициент поверхностного натяжения жидкости по формуле (1.19).

1.9. Задания для проведения исследований

I. Определение коэффициентов поверхностного натяжения воды и конденсаторного масла.

1. Зарисуйте табл. 1.1 в рабочую тетрадь.

Таблица 1.1

Род жидкости	ΔH_1 , м	ΔH_2 , м	ΔH_3 , м	ΔH_4 , м	ΔH_5 , м	$\Delta H_{\text{ср}}$, м	$\alpha_{\text{изм}}$, Н/м
вода							
масло							

2. Маховиком подъемного механизма **медленно** поднимите столик с сосудами, в которых находятся вода и масло, до верхнего упора, чтобы капилляры погрузились в жидкости. После того как жидкости поднимутся в капиллярах, **медленно** опустите столик вниз до упора.

3. Спустя 2–3 минуты измерьте разность высот ΔH подъема жидкости в капиллярах малого и большого диаметров для каждой жидкости. Цена малого деления на шкале, закрепленной за капиллярами, равна 1 мм. При необходимости воспользуйтесь линзой, установленной на подвижном держателе.

4. Результаты измерения запишите в табл. 1.1.

5. Повторите опыт еще 4 раза, делая интервалы между измерениями 2–3 минуты.

6. Результаты каждого измерения заносите в табл. 1.1.

7. По измеренным значениям ΔH для воды и масла определите $\Delta H_{\text{ср}}$ по формуле

$$\Delta H_{\text{ср}} = \frac{\Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 + \Delta H_4 + \Delta H_5}{5}.$$

8. Рассчитайте коэффициенты поверхностного натяжения для каждой жидкости по формуле

$$\alpha = \frac{\rho g r_1 r_2}{2(r_2 - r_1)} \Delta H_{\text{ср}},$$

где $g = 9,8 \text{ м/с}^2$;

$\rho_{\text{воды}} = 10^3 \text{ кг/м}^3$;

$\rho_{\text{масла}} = 0,87 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

9. Результаты занесите в табл. 1.1.

II. Определение относительной погрешности для коэффициента поверхностного натяжения воды.

1. Измерьте значение температуры в комнате по лабораторному термометру.

2. Из графика зависимости коэффициента поверхностного натяжения воды от температуры (рис. 1.11) определите истинное значение коэффициента поверхностного натяжения воды α_0 при температуре в комнате.

3. Вычислите абсолютную погрешность $\Delta\alpha$ для коэффициента поверхностного натяжения воды по формуле

$$\Delta\alpha = |\alpha_{\text{изм}} - \alpha_0|.$$

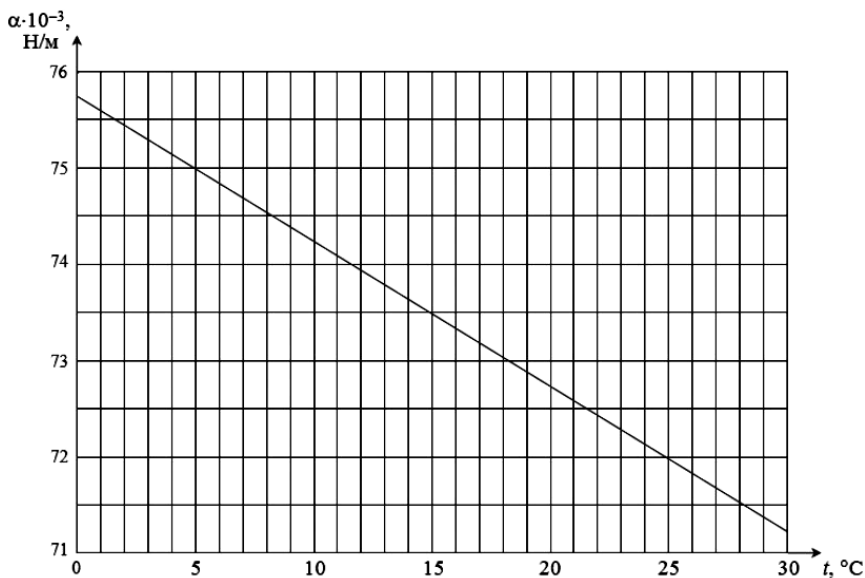


Рис. 1.11. График зависимости коэффициента поверхностного натяжения воды от температуры

4. Округлите абсолютную погрешность коэффициента поверхностного натяжения воды. Затем округлите коэффициент поверхностного натяжения воды. Результат запишите в виде

$$\alpha_{\text{изм}} \pm \Delta\alpha.$$

5. Вычислите относительную погрешность для коэффициента поверхностного натяжения воды:

$$\delta = \Delta\alpha / \alpha_{\text{изм}}.$$

6. Проанализируйте полученные результаты и сделайте выводы.

Контрольные вопросы

1. Изложите основные положения теории Френкеля.
2. Чему равна сила поверхностного натяжения? Что такое коэффициент поверхностного натяжения и как он зависит от температуры?
3. Какие вещества называются поверхностно-активными?
4. Что такое свободная энергия поверхности жидкости?
5. Смачивание и несмачивание. Сорбционные явления.
6. Выведите формулу Лапласа.
7. Капиллярные явления. Формула Борелли – Жюрена.
8. Явления переноса. Законы Фика, Фурье и Ньютона.
9. Объясните зависимость вязкости жидкости от температуры. Приведите формулу Френкеля.

Лабораторная работа № 2 (№ 29)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ МЕТОДОМ СТОКСА И МЕТОДОМ КАПИЛЛЯРНОГО ВИСКОЗИМЕТРА

Цель работы: 1) методом Стокса определить динамический коэффициент вязкости глицерина при данной температуре и вычислить его кинематический коэффициент вязкости; 2) методом капиллярного вискозиметра (методом Пуазейля) определить динамический коэффициент вязкости глицерина при данной температуре и вычислить его кинематический коэффициент вязкости.

Приборы и принадлежности: микроскоп, пинцет, шарики, стеклянная пластинка, цилиндрический сосуд с жидкостью (глицерином), резиновая трубка, вискозиметр, секундомер, груша для подъема жидкости в вискозиметре.

2.1. Вязкость жидкости (внутреннее трение)

В любой жидкости под влиянием внешней силы происходит перемещение молекул вещества относительно друг друга. Возникающее при этом трение между молекулами, т. е. внутреннее сопротивление этому перемещению, называется **внутренним трением**, или **вязкостью**. **Вязкость** – это свойство текучих тел (жидкостей или газов) оказывать сопротивление перемещению одной их части относительно другой.

2.1.1. Режимы течения жидкости

При невысокой скорости течения вязкие жидкости характеризуются свойством «прилипания» к поверхности – скорость движения частиц жидкости вблизи поверхности практически равна скорости движения этой поверхности. Медленные течения вязкой жидкости можно рассматривать как слоистые (ла-

минарные). Если при движении жидкости возникают завихрения, то такое течение называется **турбулентным**. При обтекании тел потоком вязкой жидкости происходит ее торможение на твердых стенках. Благодаря вязкости торможение жидкости, ослабевая, распространяется от стенки вглубь потока на некоторое расстояние, за пределами которого жидкость движется без значительных деформаций и вязкие силы не играют существенной роли.

Чтобы лучше рассмотреть этот процесс, необходимо продемонстрировать опыт с двумя параллельными пластинками, между которыми находится жидкая среда (рис. 2.1). Если двигать верхнюю пластинку со скоростью v , то «прилипший» к ней слой жидкости также начнет двигаться с определенной скоростью $v_n = v$ (на рис. 2.1 показано 6 слоев, т. е. $n = 6$). Через некоторый короткий промежуток времени нижележащие слои жидкости также начинают двигаться по той же траектории со скоростями $v_{n-1}, v_{n-2}, \dots, v_1$, причем $v_1 < v_2 < v_3 < \dots < v_n$. Скорость самого нижнего из них остается равна нулю. Чтобы поддерживать скорость верхней пластины, к ней должна быть приложена сила F . Площадь пластин S много больше ширины зазора d между пластинами. Более удаленные от неподвижной поверхности слои движутся быстрее, чем близлежащие.

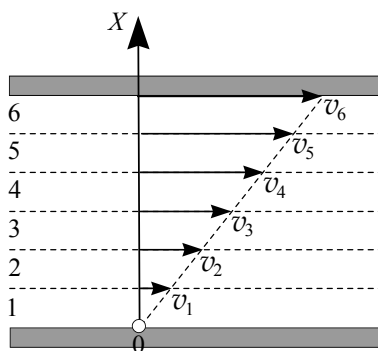


Рис. 2.1. Профиль скоростей при течении вязкой жидкости между пластинками

Всем реальным жидкостям присуща вязкость. Это свойство проявляется только при **движении** жидкостей (следовательно, **трение покоя** отсутствует). Следует отметить, что вязкость проявляется в виде сил внутреннего трения, направленных по **касательной** к поверхности слоев.

Течение жидкости называется **ламинарным** (рис. 2.2), если вдоль потока каждый выделенный тонкий слой скользит относительно соседних слоев, не перемешиваясь с ними. При ламинарном течении жидкости изменение скорости в поперечном сечении потока происходит по параболическому закону (рис. 2.2). Ламинарное течение наблюдается при небольших скоростях ее движения. Внешний слой жидкости, примыкающий к стенкам трубки из-за сил молекулярного сцепления, прилипает к ним и остается неподвижным. Скорости последующих слоев тем больше, чем больше их расстояние до поверхности трубы, **наибольшей скоростью** v_{\max} обладает слой, движущийся **вдоль оси трубки**.

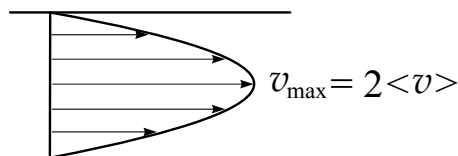


Рис. 2.2. Характер изменения скорости в поперечном сечении потока при ламинарном течении

Характер движения жидкости – ламинарный или турбулентный – определяется безразмерным числом Рейнольдса:

$$Re = \frac{\rho v r}{\eta},$$

где ρ – плотность жидкости;

v – скорость шарика (жидкости, прилипшей к шарик);

r – характерный размер (для шарика – радиус);

η – динамический коэффициент вязкости.

Ламинарное течение наблюдается при $Re < 1000$, при $1000 < Re < 2000$ – осуществляется **переход к турбулентному течению**, а при $Re > 2000$ – **турбулентное течение**.

2.1.2. Виды вязкости

Динамическая вязкость определяет величину сопротивления текучести жидкости при перемещении ее слоя площадью 1 см^2 на расстояние в 1 см со скоростью 1 см/с . В СИ (Международной системе единиц) данный показатель измеряется в $\text{Па}\cdot\text{с}$ (Паскаль·секунда). Чем выше вязкость жидкости, тем, соответственно, больше время ее истечения.

С точки зрения физики **динамическая вязкость** обозначает потерю давления за единицу времени (поэтому в системе СИ этот параметр и измеряется в $\text{Па}\cdot\text{с}$). У жидкостей данный параметр снижается при росте температуры (когда среда нагревается, она течет легче) и повышается при увеличении давления.

Кинематическая вязкость – это отношение коэффициента динамической вязкости жидкости к ее плотности. В системе СИ эта величина выражается в $\text{м}^2/\text{с}$.

Кинематическая вязкость у жидкостей показывает, насколько легко способно течь данное вещество. В практическом применении это связано с тем, насколько продукт густой. На данный показатель температура влияет несколько меньше, чем на абсолютную вязкость, ведь тепло также уменьшает и плотность (при нагревании молекулы смещаются дальше друг от друга).

Течение жидкости называется **турбулентным** (рис. 2.3), если вдоль потока происходит интенсивное вихреобразование – перемешивание слоев жидкости (газа). При турбулентном течении частицы жидкости приобретают составляющие скоростей, перпендикулярные течению, поэтому они могут переходить из одного слоя в другой. Скорость частиц жидкости быстро возрастает по мере удаления от поверхности трубы, затем изменяется довольно незначительно.

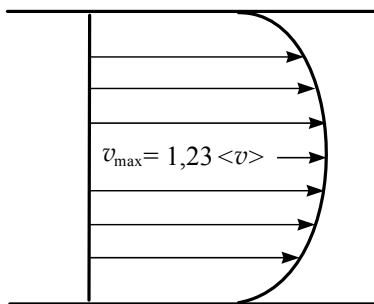


Рис. 2.3. Профиль усредненной скорости $\langle v \rangle$ при турбулентном течении

Взаимодействие слоев среды друг с другом сказывается на характеристиках всей системы жидкости или газа. Вязкость – это один из примеров такого физического явления, как трение. Благодаря вязкости верхние и нижние слои среды постепенно выравнивают скорости своего тока, и в конечном итоге она приравнивается к нулю. Также вязкость можно характеризовать как сопротивление одного слоя среды другому.

2.1.3. Закон вязкости Ньютона

Рассмотрим два любых тонких соприкасающихся слоя жидкости на расстоянии Δx друг от друга, движущиеся со скоростями \vec{v}_1 и \vec{v}_2 ($\vec{v}_2 > \vec{v}_1$) (рис. 2.4).

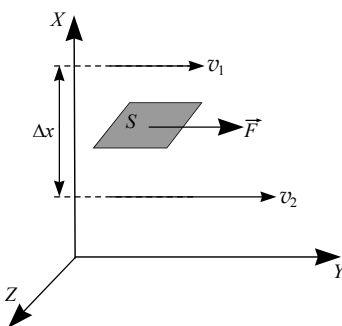


Рис. 2.4. Течение вязкой жидкости

Изменение скорости $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ обусловлено **переносом импульса** молекулами жидкости, переходящими из одного слоя в другой, в результате этого скорость медленно движущегося слоя увеличивается, а быстро движущегося – уменьшается.

Для **ламинарного течения** жидкости (газа) справедлив **закон вязкости Ньютона**: сила внутреннего трения F , которую надо преодолеть, чтобы два смежных слоя жидкости (газа) скользили друг по другу, пропорциональна площади соприкосновения слоев ΔS и градиенту скорости $\frac{dv}{dx}$, т. е.

$$F(x) = -\eta \frac{dv}{dx} \Delta S. \quad (2.1)$$

Градиент скорости слоев $\frac{dv}{dx}$ – это предел отношения разности скоростей $\Delta v = v_2 - v_1$ соседних слоев к расстоянию Δx (рис. 2.4) между слоями при бесконечном убывании этого расстояния:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta x} = \frac{dv}{dx}.$$

Отсюда следует, что **градиент скорости** – это производная от скорости движения слоев по перпендикулярной ей координате, т. е. это изменение скорости слоев жидкости, отнесенное к расстоянию, вдоль которого оно происходит (рис. 2.4).

Взаимодействие двух слоев жидкости или газа представляет собой процесс, в ходе которого от одного слоя к другому передается импульс. Знак минус в формуле (2.1) означает, что импульс переносится в направлении убывания скорости, что приводит к выравниванию скоростей соседних слоев.

Коэффициент пропорциональности η в (2.1) – это динамический коэффициент вязкости. Из (2.1) следует формула

$$\eta = -\frac{F}{\frac{dv}{dx} \Delta S}, \quad (2.2)$$

которая служит определением физического смысла динамического коэффициента вязкости.

Динамический коэффициент вязкости численно равен силе внутреннего трения, которая действует на единицу площади поверхности соприкасающихся слоев, движущихся относительно друг друга при градиенте скорости, равном минус единице.

Единица измерения (размерность) коэффициента η , как следует из (2.2), – Паскаль·с (Па·с) или $\frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}^2}$.

Наряду с понятием коэффициента динамической вязкости в гидродинамике применяется **кинематический коэффициент вязкости**, равный отношению динамического коэффициента η к плотности жидкости (газа) ρ :

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}. \quad (2.3)$$

В СИ кинематический коэффициент ν вязкости измеряется в $\text{м}^2/\text{с}$. Своим названием кинематический коэффициент обязан методам измерения вязкости. Для определения ν измеряется время вытекания заданного объема жидкости через калиброванное отверстие под действием силы тяжести. Когда две жидкости равного объема помещены в одинаковые капиллярные вискозиметры и двигаются самотеком, вязкой жидкости требуется больше времени для протекания через капилляр.

Кинематический коэффициент вязкости определяет влияние сил вязкости на характер течения жидкости. Например, кинематический коэффициент вязкости воздуха в 10 раз больше, чем у воды, и при равных условиях вязкость будет сильнее влиять на характер течения воздуха, чем воды, хотя динамический коэффициент вязкости воды почти в 100 раз больше, чем у воздуха.

2.2. Ньютоновская и неньютоновская жидкости

Жидкость, для которой коэффициент динамической вязкости не зависит от скорости течения, называется **ньютоновской**. К ньютоновским жидкостям относятся большинство привычных нам жидкостей и газов: вода, масло, воздух. Существуют, однако, жидкости, для которых вязкость значительно увеличивается с ростом скорости частиц жидкости. Такие жидкости называются **неньютоновскими**. При желании по такой жидкости можно бегать, если движения ваших ног будут достаточно быстрыми. Необычные свойства неньютоновских жидкостей объясняются структурой их молекул, которые при больших скоростях слипаются и образуют кластеры молекул, существенно изменяющие свойства самой жидкости. К неньютоновским жидкостям относятся, например, раствор крахмала и кровь.

2.3. Природа вязкости в жидкостях и газах

Внутреннее трение между слоями жидкости значительно больше, чем при трении в газе, но значительно меньше, чем при трении между поверхностями твердых тел.

Величина динамического коэффициента вязкости зависит от **рода жидкости, температуры и давления**. При больших давлениях (тысячи атмосфер) коэффициент вязкости сильно возрастает. Для жидкости η с увеличением температуры уменьшается (проникающая возможность жидкости улучшается, вот почему при стирке нагревают воду), а у газов, наоборот, увеличивается. Объясняется это **различием самой природы вязкости в жидкостях и газах**.

В жидкостях молекулы расположены гораздо ближе друг к другу, чем в газах, и вязкость вызывается силами молекулярного сцепления. Эти силы с увеличением температуры уменьшаются, поэтому вязкость падает.

В газах же вязкость обусловлена главным образом беспорядочным тепловым движением молекул, интенсивность которого увеличивается с температурой. При этом происходит

ускоренный перенос импульса из одного слоя в другой, что приводит, по второму закону Ньютона, к возрастанию силы трения ($F\Delta t = \Delta p$). Поэтому вязкость газов с увеличением температуры увеличивается.

2.4. Вязкость в практическом применении

Свойства вязкости жидкости широко применяются на практике. Так, определение вязкости имеет большое практическое значение в условиях нефтеперерабатывающей промышленности. Работа с многофазными, дисперсными средами подразумевает знание их физических свойств, в особенности внутреннего трения. Вязкость жидкости большую роль играет и в промышленности, поскольку транспортировка, добыча и переработка, например, нефти будут зависеть от значений внутреннего трения у жидкостной смеси.

Также существенную роль свойство вязкости жидкости играет и для медицинского оборудования. Так, поступление газовой смеси посредством эндотрахеальной трубки зависит от внутреннего трения данного газа. Введение вакцин и лекарственных препаратов через шприц также представляет яркий пример действия вязкости среды. Здесь имеются в виду перепады давления на конце иголки в момент впрыскивания жидкости. Возникновение высокого давления на наконечнике представляет собой следствие действия внутреннего трения.

Таким образом, вязкость среды является одной из физических величин, обладающей широким практическим применением.

Широкий диапазон значений и условий измерений вязкости привели к большому разнообразию методов и конструкций **приборов для измерения вязкости**. Наиболее часто используются:

1. Вискозиметры, основанные на законе Стокса.
2. Капиллярные вискозиметры, основанные на законе Пуазейля.
3. Ротационные вискозиметры, основанные на законе Ньютона.
4. Капиллярный вискозиметр Гесса, предназначенный для сравнения вязкости крови с вязкостью воды.

На практике чаще всего используются два первых прибора, поскольку о степени вязкости жидкости можно судить либо по скорости падения в ней твердых тел (**метод Стокса**), либо по скорости выливания жидкости из отверстий (**метод Пуазейля**).

Современные вискозиметры делаются из прочных материалов, а их производство требует задействования передовых технологий.

2.5. Методы определения вязкости

2.5.1. Определение вязкости жидкости методом Стокса

Несмотря на то, что рассматриваемая сила называется силой вязкого трения, она имеет мало общего с привычной силой сухого трения. Причиной возникновения этой силы является переход быстрых молекул из слоя жидкости, движущегося с большей скоростью, в слой жидкости с меньшей скоростью. Более медленные молекулы жидкости медленно движущегося слоя переходят в более быстрый слой. Это приводит к уменьшению скорости движения более быстрого слоя и увеличению средней скорости молекул более медленного слоя. Такое явление называется **явлением переноса импульса**. Молекулы переносят импульс в направлении, поперечном движению жидкости.

Вязкость влияет на движение тел в жидкости. При движении тела в жидкости ее слои увлекаются этим телом, что приводит к взаимному движению и торможению слоев жидкости вблизи движущегося тела. Результатом является возникновение **силы сопротивления движению тела**. Выражение для величины этой силы зависит от размеров, формы тела и его скорости, но имеет простой вид для тела сферической формы, движущегося в жидкости с относительно небольшой скоростью (так, чтобы течение жидкости вблизи тела было ламинарным):

$$F = 6\pi r\eta v,$$

где F – сила трения, так же называемая силой Стокса;

r – радиус сферического тела;

η – динамический коэффициент вязкости жидкости;

v – скорость тела.

Данное выражение было теоретически получено в 1851 г. Дж. Стоксом и носит его имя. Как видно из формулы Стокса, **сила сопротивления линейно зависит** от скорости. Именно это приводит к тому, что падающее в жидкости тело довольно быстро начинает двигаться с постоянной скоростью. Измерив эту скорость, зная радиус, мы можем определить вязкость жидкости. Именно это и лежит в основе метода Стокса для определения вязкости.

Метод Стокса основан на измерении скорости медленно движущихся в жидкости небольших тел сферической формы. **Идея метода Стокса** состоит в том, что сила сопротивления (сила Стокса), действующая на шарик, медленно падающий в жидкости, пропорциональна коэффициенту вязкости жидкости. Коэффициент вязкости можно найти из условия компенсации всех сил, действующих на шарик **при его равномерном** движении (падении) в жидкости.

Пусть металлический шарик, смачиваемый жидкостью, падает в поле силы тяжести в достаточно большом сосуде с жидкостью. Из-за смачивания шарика происходит прилипание слоя жидкости к поверхности шарика, и за счет внутреннего трения происходит увлечение соседних слоев жидкости. Сила трения между слоями жидкости в итоге оказывается приложенной к шарика. Так как размеры сосуда велики в сравнении с радиусом шарика, то жидкость у стенок сосуда остается в покое.

В эксперименте создаются такие условия, что движение жидкости, увлекаемой шариком, является **ламинарным**.

На шарик, движущийся в жидкости вертикально вниз, действуют три силы (рис. 2.5):

1) **сила тяжести:**

$$mg = \rho_{\text{ш}} V g = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{ш}} g,$$

где $m = \rho_{\text{ш}}V$ – масса шарика;

$\rho_{\text{ш}}$, V и r – плотность, объем и радиус шарика соответственно;

g – ускорение свободного падения;

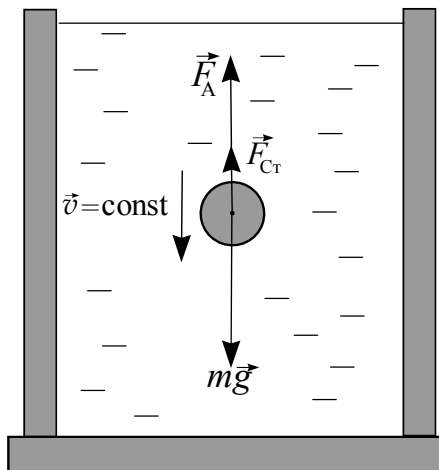


Рис. 2.5. Движение шарика в жидкости (метод Стокса)

2) выталкивающая сила Архимеда:

$$F_A = \rho V g = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho g,$$

где ρ – плотность жидкости;

V – объем жидкости, вытесненной шариком, равный объему шарика;

3) сила сопротивления (сила Стокса):

$$F_{\text{Ст}} = 6\pi\eta r v.$$

Выражение для силы Стокса получено в результате достаточно сложных вычислений и подтверждается эксперимен-

тальными фактами, дополненными соображениями размерности. Из опыта следует, что сила сопротивления, действующая на тело симметричной формы, медленно движущееся в жидкости, линейно возрастает с ростом скорости v и пропорциональна характерному размеру r . Очевидно также, что чем больше вязкость, тем больше сила сопротивления. Чтобы выяснить функциональную форму зависимости $F_{\text{Ст}}(\eta)$, учтем размерности: $[v] = \text{м/с}$, $[r] = \text{м}$ и $[\eta] = \text{Па}\cdot\text{с} = \text{Н}/(\text{м}^2\cdot\text{с})$. Тогда, поскольку размерность $[F] = \text{Н}$, получим $F_{\text{Ст}}(\eta) \sim \eta$. В итоге Стокс получил $F = A\eta vr$, где A – величина, постоянная для данной формы тела. Для шара радиусом r Стокс получил $A = 6\pi$. Окончательно **сила Стокса** равна:

$$F_{\text{Ст}} = 6\pi\eta rv.$$

Шарик, падающий в жидкости, сначала движется с ускорением a , но с ростом скорости v возрастает и сила трения, уменьшающая ускорение. После прохождения небольшого пути движение можно считать равномерным ($a = 0$, $v = \text{const}$). Тогда по первому закону Ньютона имеем

$$F_{\text{А}} + F_{\text{Ст}} - mg = 0.$$

Подставим выражения для сил Архимеда и Стокса, получим

$$\rho Vg + 6\pi\eta rv - \rho_{\text{ш}}Vg = 0.$$

Так как объем шарика и объем вытесненной шариком жидкости равны $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, то

$$\frac{4}{3}\pi r^3 g (\rho_{\text{ш}} - \rho) = 6\pi\eta rv,$$

или

$$\eta = \frac{2(\rho_{\text{ш}} - \rho)gr^2}{9v}.$$

На опыте измеряется диаметр шарика $D = 2r$, а скорость равномерного движения шарика определяется соотношением $v = \frac{l}{\tau}$, где l – расстояние между двумя метками сосуда, проходимое шариком за время τ .

Тогда окончательно **рабочая формула для вычисления динамического коэффициента вязкости** имеет вид

$$\eta = \frac{1}{18} D^2 \frac{\rho_{\text{ш}} - \rho}{l} g\tau. \quad (2.4)$$

Кинематический коэффициент вязкости определяется по формуле (2.3).

2.5.2. Определение вязкости жидкости методом капиллярного вискозиметра (методом Пуазейля)

Этот метод основан **на формуле Пуазейля**, задающей расход (объем) вязкой жидкости, протекающей через круглую трубу (капилляр) радиусом R и длиной l при ламинарном течении (рис. 2.6). Этот расход обратно пропорционален динамическому коэффициенту вязкости η .

Рассмотрим внешние силы, действующие на выделенный цилиндрический слой жидкости (рис. 2.6). На боковую поверхность этого слоя радиусом r и толщиной dr с внутренней стороны действует сила внутреннего трения:

$$F_{\text{тр}} = -\eta \frac{dv}{dr} S = -\eta \frac{dv}{dr} 2\pi r l, \quad (2.5)$$

где $S = 2\pi r l$ – площадь боковой поверхности цилиндрического слоя. Знак «минус» означает, что при возрастании радиуса r скорость v жидкости уменьшается.

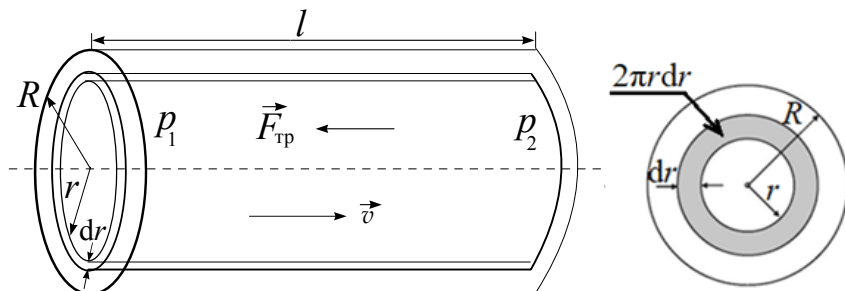


Рис. 2.6. Ламинарное течение жидкости в капилляре

В случае установившегося (стационарного) течения жидкости сила внутреннего трения $F_{\text{тр}}$, действующая на боковую поверхность цилиндра, уравновешивается разностью сил F давления, действующих на основания (торцы) цилиндра радиусом r слева направо (давление p_1) и справа налево (давление p_2):

$$F_{\text{тр}} = F. \quad (2.6)$$

Если жидкость движется слева направо, то $p_1 > p_2$. Равнодействующая сил давления, приложенных к торцам выделенного цилиндра:

$$F = \Delta p \cdot \pi r^2, \quad (2.7)$$

где Δp – разность давлений;

πr^2 – площадь торца рассматриваемого цилиндра радиусом r .

Подставив формулы (2.5) и (2.7) в выражение (2.6), получим

$$-\eta \frac{dv}{dr} 2\pi r l = \Delta p \pi r^2.$$

Отсюда выразим

$$dv = -\frac{\Delta p}{2\eta l} r dr. \quad (2.8)$$

Интегрируя (2.8), получаем

$$v = -\frac{\Delta p \int r dr}{2\eta l} = -\frac{\Delta p}{2\eta l} \frac{r^2}{2} + C'. \quad (2.9)$$

Постоянную интегрирования C' находим из условия, что у стенок (при $r = R$) слои жидкости, примыкающие к поверхности трубки радиусом R , имеют скорость $v(R) = 0$.

Тогда

$$0 = -\frac{\Delta p}{2\eta l} \frac{R^2}{2} + C',$$

откуда

$$C' = \frac{\Delta p}{4\eta l} R^2. \quad (2.10)$$

Подставим выражение для постоянной интегрирования C' (2.10) в формулу для скорости (2.9). В результате получим скорость жидкости в кольцевом сечении трубки радиусом r :

$$v(r) = \frac{\Delta p}{4\eta l} (R^2 - r^2).$$

Это одно из немногих известных точных решений уравнения движения вязкой жидкости.

Из последнего выражения следует: скорость движения частиц жидкости распределяется по **параболическому закону**, причем вершина параболы лежит на оси трубки (капилляра) (см. рис. 2.2). В центре трубки скорости течения наибольшие.

Последняя формула позволяет вычислить расход жидкости через трубку. За время t через кольцевое сечение трубки толщиной dr пройдет объем жидкости

$$dV = v(r)t \cdot 2\pi r dr,$$

где $v(r)t$ – расстояние, проходимое жидкостью за время t ;
 $2\pi r dr$ – площадь сечения кольца (см. рис. 2.6).

$$V = \int_0^R v(r)t \cdot 2\pi r dr,$$

или, с учетом выражения для скорости $v(r)$, получаем объем жидкости, вытекающей через поперечное сечение трубки:

$$V = \frac{2\pi t \Delta p}{4\eta l} \int_0^R r(R^2 - r^2) dr = \frac{\pi t \Delta p}{2\eta l} \left[\frac{r^2 R^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right]_0^R = \frac{2\pi \Delta p t}{4\eta l} \frac{R^4}{4}.$$

Полученная формула для расхода вязкой жидкости через круглую трубку

$$V = \frac{\pi R^4 \Delta p t}{8\eta l} \quad (2.11)$$

является **формулой Пуазейля**, выражающей объем жидкости, протекающей через капилляр, который зависит от радиуса капилляра R , динамического коэффициента вязкости η , разности давлений Δp на концах трубки длиной l и времени протекания жидкости t .

Формула Пуазейля (2.11) для ламинарного течения жидкости позволяет определить динамический коэффициент вязкости η с помощью капиллярного вискозиметра:

$$\eta = \frac{\pi R^4 \Delta p t}{8 V l}. \quad (2.12)$$

Разность гидростатических давлений столба жидкости на концах вертикально расположенной трубки:

$$\Delta p = \rho g h,$$

где h – высота столба жидкости.

Тогда

$$\eta = \frac{\pi R^4 \rho g h}{8 V l} t.$$

Так как формула (2.12) для η требует измерения многих величин (R , l , h , V), то на практике определяют относительный коэффициент вязкости. Для этого измеряют одинаковые объемы исследуемой и эталонной жидкостей:

$$V = \frac{\pi R^4 \rho g h t}{8 \eta l} \quad \text{и} \quad V = \frac{\pi R^4 \rho_3 g h t_3}{8 \eta_3 l}.$$

Приравнивая последние соотношения, получаем

$$\eta = \eta_3 \frac{\rho t}{\rho_3 t_3}.$$

Отношение $\frac{\eta_3}{\rho_3 t_3}$ является величиной постоянной. Тогда формула для определения динамического коэффициента вязкости методом капиллярного вискозиметра имеет вид

$$\eta = C\rho t, \quad (2.13)$$

где C – постоянная для данного вискозиметра величина;

ρ – плотность жидкости;

t – время истечения жидкости.

Кинематический коэффициент вязкости согласно (2.3) равен:

$$\nu = Ct. \quad (2.14)$$

Полученные выражения (2.13) и (2.14) используются для вычисления динамического и кинематического коэффициентов вязкости.

2.6. Описание установки и эксперимента

1) Метод Стокса (см. рис. 2.5).

В сосуд, заполненный жидкостью (глицерином), с метками n и m бросают шарик, диаметр которого предварительно измеряют с помощью микроскопа, и измеряют секундомером время прохождения шариком расстояния между метками n и m . Результаты записывают в таблицу. Опыт повторяется 3 раза. Вычисления коэффициентов вязкости производятся по формулам (2.3) и (2.4).

2) Метод капиллярного вискозиметра.

Вискозиметр представляет собой U -образную трубку (рис. 2.7), состоящую из нескольких резервуаров. В одно колено впаян капилляр диаметром d . На сужениях одного из резервуаров нанесены метки n и m . Так как радиус капилляра мал, то скорость течения жидкости под действием силы тяжести мала и течение будет ламинарным. К концу стеклянной трубки k вискозиметра с помощью гибкой трубки присоединяется резиновая груша в сжатом состоянии. Грушу медленно отпускают так, что жидкость поднимается выше метки m . Сняв грушу, наблюдают истечение жидкости и определяют с помощью секундомера время t истечения жидкости между метками m и n .

Динамический и кинематический коэффициенты вязкости вычисляют по формулам (2.13) и (2.14).

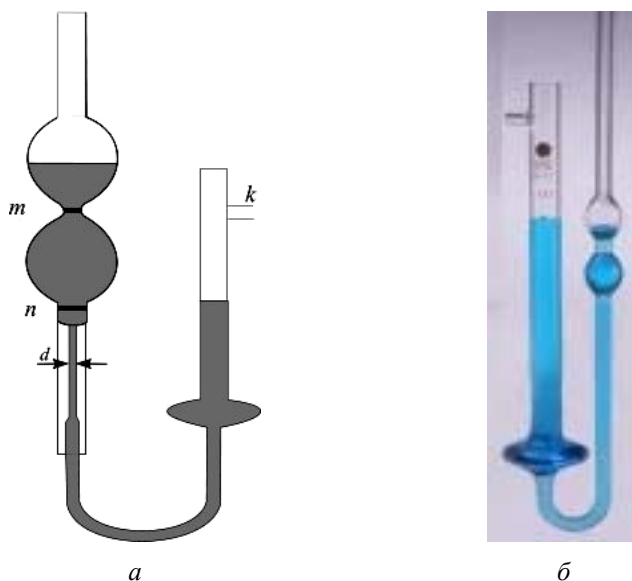


Рис. 2.7. Лабораторный капиллярный вискозиметр для измерения коэффициента вязкости методом капиллярного вискозиметра:
a – схема; *б* – вид

2.7. Задания для проведения исследований

I. Определение динамического коэффициента вязкости методом Стокса.

- 1) Начертите в рабочей тетради табл. 2.1.
- 2) С помощью микроскопа с коэффициентом увеличения $k = 0,05$ мм **измерьте диаметр d шарика** в трех различных направлениях и найдите его среднее значение. Для этого:
 - поместите шарик в ячейку (отверстие) на стеклянной пластинке;
 - установите микроскоп и, наведя окуляром на четкое изображение, измерьте диаметр шарика в делениях. **Умножив**

количество всех наименьших делений на k , занесите среднее значение диаметра d в табл. 2.1.

Таблица 2.1

№ п/п	d , 10^{-3} , м	Δd , 10^{-3} , м	τ , с	$\Delta \tau$, с	η , Па·с	$\eta_{\text{ср}}$, Па·с	$\Delta \eta$, Па·с	$\eta_{\text{ср}} \pm \Delta \eta$, Па·с	ν , $\text{м}^2/\text{с}$
1		0,05		0,02					
2									
3									

3) Пинцетом опустите шарик в жидкость, налитую в цилиндрический сосуд, как можно ближе к оси цилиндра.

4) Секундомером измерьте τ – **время прохождения** шариком расстояния l между верхней и нижней метками цилиндра.

5) Опыт повторите 3 раза. Полученные значения занесите в табл. 2.1.

6) Используя значения $l = 0,2$ м; $g = 9,81$ м/с²; плотность шарика $\rho_{\text{ст}} = 7,80 \cdot 10^3$ кг/м³; плотность жидкости $\rho_{\text{ж}} = 1,21 \cdot 10^3$ кг/м³, рассчитайте **динамический** коэффициент вязкости по формуле

$$\eta = \frac{1}{18} d^2 \left(\frac{\rho_{\text{ст}} - \rho_{\text{ж}}}{l} \right) g \tau$$

для трех опытов.

7) Найдите среднее значение динамического коэффициента вязкости $\eta_{\text{ср}}$. Полученное значение занесите в табл. 2.1.

8) Вычислите значение кинематического коэффициента вязкости ν по формуле

$$\nu = \frac{\eta_{\text{ср}}}{\rho_{\text{ж}}}$$

Полученное значение занесите в табл. 2.1.

9) Определите относительную погрешность измерений для динамического коэффициента вязкости:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\eta}{\eta_{\text{ср}}} = 2 \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta\rho_{\text{ст}} + \Delta\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{ст}} - \rho_{\text{ж}}} + \frac{\Delta g}{g} + \frac{\Delta\tau}{\tau} + \frac{\Delta l}{l},$$

где $\Delta g = 0,01 \text{ м/с}^2$;

$\Delta\rho = 0,01 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$;

$\Delta l = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$;

$\Delta\tau = 0,01 \text{ с}$ – наименьшая цена деления секундомера в телефоне.

10) Определите абсолютную погрешность измерений для динамического коэффициента вязкости:

$$\Delta\eta = \varepsilon \cdot \eta_{\text{ср}}.$$

Полученное значение занесите в табл. 2.1.

11) Округлите абсолютную погрешность, затем $\eta_{\text{ср}}$ и запишите результат в виде $\eta_{\text{ср}} \pm \Delta\eta$. Данные занесите в табл. 2.1.

II. Определение динамического коэффициента вязкости методом капиллярного вискозиметра.

1) Начертите табл. 2.2 в рабочей тетради.

Таблица 2.2

№ п/п	$t, \text{ с}$	$t_{\text{ср}}, \text{ с}$	$v, \text{ м}^2/\text{с}$	$\eta_{\text{ср}}, \text{ Па} \cdot \text{с}$
1				
2				
3				

2) На конец резиновой трубки вискозиметра наденьте грушу и, медленно сжимая ее, поднимите уровень жидкости в левом колене вискозиметра выше отметки m (рис. 2.7).

3) Снимите грушу и определите t – **время истечения жидкостью расстояния от метки m до метки n .**

4) Опыт повторите три раза. Результаты измерений занесите в табл. 2.2.

5) Рассчитайте среднее значение времени $t_{\text{ср}}$ истечения жидкости. Полученное значение занесите в табл. 2.2.

6) Рассчитайте **динамический коэффициент вязкости:**

$$\eta_{\text{ср}} = C\rho t_{\text{ср}},$$

кинематический коэффициент вязкости:

$$\nu = Ct_{\text{ср}},$$

где $C = \frac{\eta_0}{\rho_0 t_0}$ – величина, постоянная для данного вискозиметра, $C = 4,8 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}^2$.

7) Результаты вычислений занесите в табл. 2.2.

8) Сравните значения коэффициентов для исследуемой жидкости, полученные методами Стокса и вискозиметра, и сделайте выводы.

Контрольные вопросы

1. В чем состоит явление вязкости (внутреннего трения) в жидкости и в газе?

2. Сформулировать закон Ньютона для вязкого трения. Каковы его границы применимости?

3. Что называется градиентом скорости течения слоев жидкости, динамическим и кинематическим коэффициентами вязкости?

4. Вывести единицы измерения градиента скорости движения слоев жидкости, динамического и кинематического коэффициентов вязкости.

5. Какая жидкость называется ньютоновской, а какая – не-ньютоновской?
6. Что такое явление внутреннего трения (вязкость жидкости)?
7. Какова природа вязкости в жидкостях и газах?
8. Привести примеры практического использования свойств вязкости жидкости, газа.
9. В чем сущность метода Стокса для экспериментального определения динамического коэффициента вязкости?
10. В чем сущность метода определения вязкости жидкости с помощью капиллярного вискозиметра?
11. Вывести рабочую формулу для получения динамического коэффициента вязкости жидкости в методе Стокса.
12. Вывести формулу Пуазейля для расхода жидкости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Детлаф, А. А. Курс физики : учебное пособие / А. А. Детлаф. – 4-е изд., испр. – М. : Высшая школа, 2003. – 718 с.
2. Сивухин, Д. В. Общий курс физики: в 5 т. / Д. В. Сивухин. – М. : Физматлит, 2019. – Т. 2. – 544 с.
3. Савельев, И. В. Курс общей физики. Молекулярная физика и термодинамика / И. В. Савельев. – М. : АСТ-Астрель, 2008. – Т. 2. – 208 с.
4. Фриш, С. Э. Курс общей физики: в 3 т. / С. Э. Фриш, А. В. Тиморева. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – Т. 1. – 480 с.
5. Кужир, П. Г. Сборник задач по общему курсу физики: в 2 ч. / П. Г. Кужир, Н. П. Юркевич, Г. К. Савчук – 3-е изд. – Минск : БНТУ, 2014. – Ч. 1: Механика. Статистическая физика и термодинамика. – 219 с.
6. Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. – М. : Академия, 2006. – 560 с.
7. Федина, В. В. Техническая термодинамика: учебное пособие / В. В. Федина, А. С. Тимофеева, Т. В. Никитченко. – Старый Оскол : ТНТ, 2015. – 144 с.
8. Детлаф, А. А. Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М.: Высшая школа. 2002. – 718 с.
9. Савельев, И. В. Курс общей физики: в 5 кн. : учебное пособие / И. В. Савельев. – М. : АСТ: Астрель, 2008. – Кн. 1: Механика. – 336 с.
10. Иродов, И. Е. Механика. Основные законы / И. Е. Иродов. – 6-е изд. – М. : Лаборатория базовых знаний, 2002. – 312 с.

Учебное издание

ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА В ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИ НЕРАВНОВЕСНЫХ СИСТЕМАХ

Пособие

для студентов специальностей

1-70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство»,
1-70 04 02 «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана
воздушного бассейна», 1-70 04 03 «Водоснабжение,
водоотведение и охрана водных ресурсов», 1-70 03 02 «Мосты,
транспортные тоннели и метрополитены»

С о с т а в и т е л и:

ЕСМАН Александр Константинович

ЮРКЕВИЧ Наталья Петровна

САВЧУК Галина Казимировна и др.

Редактор *А. С. Мокрушников*

Компьютерная верстка *Е. А. Беспанской*

Подписано в печать 19.04.2022. Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага офсетная. Ризография.

Усл. печ. л. 3,08. Уч.-изд. л. 2,41. Тираж 100. Заказ 197.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.