МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Двигатели внутреннего сгорания»

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ В СРЕДЕ MATHCAD

Пособие
для студентов специальности
1-37 01 01 «Двигатели внутреннего сгорания»

Рекомендовано учебно-методическим объединением по образованию в области транспорта и транспортной деятельности

Минск
БНТУ
2022

УДК 519.6/004.422.8
ББК 22.19я7
Р47

С о с т а в и т е л и:
Д. Г. Гершань, *А. В. Предко*

Р е ц е н з е н т ы:
кафедра «Технологии и организация технического сервиса» Белорусского государственного аграрного технического университета, зав. кафедрой *В. Е. Тарасенко*;
заместитель главного конструктора ОАО УКХ «Минский моторный завод» *Ю. П. Кучинский*

Р47 **Решение** задач в среде MATHCAD : пособие для студентов специальности 1-37 01 01 «Двигатели внутреннего сгорания» / сост.: Д. Г. Гершань, А. В. Предко. – Минск : БНТУ, 2022. – 47 с.
ISBN 978-985-583-461-9.

Издание соответствует программе дисциплины «Информатика» для студентов дневной и заочной форм обучения по специальности 1-37 01 01 «Двигатели внутреннего сгорания» и включает в себя краткое описание программы Mathcad и задания к лабораторным работам.

УДК 519.6/004.422.8
ББК 22.19я7

ISBN 978-985-583-461-9

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время для научно-технических расчетов на компьютерах все чаще используются не традиционные языки программирования или электронные таблицы, а специальные математические программы типа Mathematica, MatLab, Maple, Mathcad, Gauss, Reduce, Eureka и др.

Математические пакеты, в особенности Mathcad – самый популярный пакет из вышеперечисленного списка, – позволяют специалистам в конкретной научно-технической области очень быстро освоить работу на компьютере и реализовать на нем математические модели, не вдаваясь в тонкости программирования на традиционных языках (fortran, C, Pascal, BASIC и др.).

Преимущества работы в среде математической программы Mathcad:

– математические выражения в среде Mathcad записываются в их общепринятой нотации: числитель находится вверху, а знаменатель – внизу; в интеграле пределы интегрирования также расположены на своих привычных местах;

– в среде Mathcad процесс создания «программы» идет параллельно с ее отладкой: введя в Mathcad-документ новое выражение, можно не только сразу подсчитать, чему оно равно при определенных значениях переменных, но и построить график или поверхность, которые безошибочно покажут, где кроется ошибка, если она была допущена при вводе формул или при создании самой математической модели;

– в пакет Mathcad интегрирован довольно мощный математический аппарат, позволяющий решать возникающие проблемы без вызова внешних процедур. Вот неполный перечень вычислительных инструментов, доступных в среде Mathcad: решение алгебраических уравнений и систем, решение обыкновенных дифференциальных уравнений и систем, решение дифференциальных уравнений в частных производных, статистическая обработка данных, работа с векторами и матрицами (линейная алгебра и др.), поиск минимумов и максимумов функциональных зависимостей;

– пакет Mathcad дополнен справочником по основным математическим и физико-химическим формулам и константам, которые можно автоматически переносить в документ;

– решая поставленную задачу, пользователь может вводить не только числовые значения переменных, но и дополнять их размерностями. При этом пользователь вправе выбирать и систему единиц (СИ, МКС, СГС, британская), и конкретные размерности (мм, дюймы, футы и т. д.): система Mathcad в них сама разберется и выдаст ответ с заданной пользователем размерностью;

– система Mathcad оборудована средствами анимации, что позволяет реализовать созданные модели не только в статике (числа, таблицы, графики), но и в динамике (анимационные клипы);

– в систему Mathcad интегрированы средства символьной математики, что позволяет решать поставленные задачи (этап задачи) не только численно, но и аналитически;

– решая поставленную задачу, можно в статике (через буфер обмена Windows) или в динамике (OLE-технологии) передать данные в среду другой программы (например, языка Pascal) и там решить часть задачи.

ПРОСТЕЙШИЕ СТРУКТУРЫ И ПРАВИЛА РАБОТЫ В MATHCAD

Приведем примеры простейших действий в Mathcad.
Присваивание значения переменной:

$$x := 3$$
$$x = 3$$
$$(x + 5)^2 = 64$$

Использование переменных в аналитических расчетах:

$$a := 4$$
$$\frac{d}{dx}\sin\left(\frac{k\cdot x}{a^2}\right) \rightarrow \frac{k\cdot\cos\left(\frac{3\cdot k}{16}\right)}{16}$$

Определение функции пользователя и расчет ее значений в точке:

$$f(x) := x^2 - 3\cdot x + 5$$
$$x := 10$$
$$f(x) = 75 \quad f(3) = 5$$

Представление чисел в Mathcad:
– в бинарном виде:

$$a := 0101b \quad a = 5$$

– в восьмеричном виде:

$$b := 15o \quad b = 13$$

– в шестнадцатеричном виде:

$$c := 1f2h \quad c = 498$$

– комплексные числа:

$$d := 1 + 5i\,d \rightarrow 1 + 5i$$

Строковые переменные:

$$s := \text{"Hello'}\, s = \text{"Hello"}$$
$$\mathrm{concat}(s, \text{"World"}) = \text{"HelloWorld"}$$

Представление массивов в Mathcad:
– одномерный массив:

$$a := \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$$
$$a_0 = -2 \quad a_3 = 6$$

– двумерный массив:

$$A := \begin{pmatrix} -1 & 7 & 0 \\ 2 & 4 & 3 \\ -5 & 8 & 2 \end{pmatrix}$$
$$A_{0,0} = -1 \quad A_{1,2} = 3$$

– обращение к подмассиву:

$$A^{\langle 1 \rangle} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}$$
$$\left(A^T\right)^{\langle 2 \rangle^T} = \begin{pmatrix} -5 & 8 & 2 \end{pmatrix}$$

Лабораторная работа № 1

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФУНКЦИЙ ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ И ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ

Цель работы: изучить структуру окна Mathcad и панелей инструментов; получить навыки работы с панелью программирования; освоить применение логических выражений; приобрести практические навыки создания двумерных графиков.

Задание к работе

1. Создать функцию пользователя $y(x)$, построить ее график на указанном интервале.
2. Используя панель программирования, создать функции пользователя $g(x)$, $z(x)$.
3. Используя логические команды, создать функции $G(x)$, $Z(x)$ аналогичные $g(x)$, $z(x)$.
4. Построить попарно на одной плоскости графики $g(x)$, $G(x)$ и $z(x)$, $Z(x)$ на указанном интервале.
5. Вывести таблицы полученных результатов.
6. Оформить отчет.

Исходные данные к работе взять из табл. 1.1.

Таблица 1.1

Исходные данные для построения графиков

Вариант	Интервал x	$y(x)$	$g(x)$	$z(x)$
1	2	3	4	5
1	$[-2; 2]$	$\sin x \cdot e^{-2x}$	$\begin{cases} \dfrac{1+x^2}{\sqrt{1+x^4}}, x \le 0, \\ 2x + \dfrac{\sin^2 x}{2+x}, x > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \dfrac{1+\lvert x\rvert}{\sqrt[3]{1+x+x^2}}, x < -1, \\ 2\ln(1+x^2), x \in [-1; 0], \\ (1+x)^{\frac{3}{5}}, x \ge 0 \end{cases}$

Продолжение табл. 1.1

1	2	3	4	5
2	[–2; 2]	$\dfrac{1+x^2}{1+2x^2}$	$\begin{cases} 3\sin x-\cos^2 x,\ x\le 0, \\ 3\sqrt{1+x^2},\ x>0 \end{cases}$	$\begin{cases} \dfrac{1+x}{\sqrt[3]{1+x^2}},\ x\le 0, \\ 2e^{-2x}-x,\ x\in(0;1), \\ \lvert 2-x\rvert^{\frac{1}{3}},\ x\ge 1 \end{cases}$
3	[–2; 1,5]	$\dfrac{2+\sin^2 x}{1+x^2}$	$\begin{cases} \dfrac{3x^2}{1+x^2},\ x\le 0, \\ \sqrt{1+\dfrac{2x}{1+x^2}},\ x>0 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x+\sqrt{1+x^2},\ x<0, \\ 2\cos xe^{-2x},\ x\in[0;1], \\ 2\sin 3x,\ x>1 \end{cases}$
4	[–1,5; 1,5]	$\dfrac{1+\cos x}{1+e^{2x}}$	$\begin{cases} \dfrac{3+\sin^2 2x}{1+\cos^2 x},\ x\le 0, \\ 2\sqrt{1+2x},\ x>0 \end{cases}$	$\begin{cases} \sqrt{1+\dfrac{x^2}{1+x^2}},\ x<0, \\ 2\cos^2 x,\ x\in[0;1], \\ \sqrt{1+\lvert 2\sin 3x\rvert^{\frac{1}{3}}},\ x>1 \end{cases}$
5	[–1,8; 1,8]	$\sqrt[4]{1+e^{3x}}$	$\begin{cases} \dfrac{3+\sin x}{1+x^2},\ x\le 0, \\ 2x^2\cos^2 x,\ x>0 \end{cases}$	$\begin{cases} \lvert x\rvert^{\frac{1}{3}},\ x<0, \\ \dfrac{x}{x+1}-2x,\ x\in[0;1], \\ \dfrac{\lvert 3-x\rvert}{1+x},\ x\ge 1 \end{cases}$
6	[–2; 1,8]	$\dfrac{2+3x}{1+x+x^2}$	$\begin{cases} \sqrt{1+2x^2-\sin^2 x},\ x\le 0, \\ \dfrac{2+x}{\sqrt[3]{2+e^{-0,1x}}},\ x>0 \end{cases}$	$\begin{cases} \dfrac{1+x}{1+x^2},\ x<0, \\ \sqrt{1+\dfrac{x^2}{1+x^2}},\ x\in[0;1], \\ 2\lvert\sin 3x\rvert,\ x\ge 1 \end{cases}$
7	[–1,7; 1,5]	$\dfrac{1+x}{1+\sqrt{2+x+x^2}}$	$\begin{cases} \sqrt{1+x^2},\ x\le 0, \\ \dfrac{1+x}{1+\sqrt[3]{1+e^{-0,2x}}},\ x>0 \end{cases}$	$\begin{cases} \dfrac{1+x+x^2}{1+x^2},\ x<0, \\ \sqrt{1+\dfrac{2x}{1+x^2}},\ x\in[0;1], \\ 2\lvert 0,5+\sin x\rvert,\ x\ge 1 \end{cases}$

Окончание табл. 1.1

1	2	3	4	5
8	[–1,5; 1,8]	$\dfrac{1+xe^{-x}}{\sqrt{x^2+\sin^2 x}}$	$\begin{cases}\sqrt{1+\lvert x\rvert},\ x\le 0,\\ \dfrac{1+3x}{1+\sqrt[3]{1+x}},\ x>0\end{cases}$	$\begin{cases}1+\dfrac{3+x}{1+x^2},\ x<0,\\ \sqrt{1+(1+x)^2},\ x\in[0;1],\\ \dfrac{1+x}{1+\cos^2 x},\ x\ge 1\end{cases}$
9	[–1,4; 1,9]	$\dfrac{1+xe^{-x}}{2+x^2}\sin^2 x$	$\begin{cases}\dfrac{\sqrt{1+\lvert x\rvert}}{2+\lvert x\rvert},\ x\le 0,\\ \dfrac{1+x}{2+\cos^3 x},\ x>0\end{cases}$	$\begin{cases}\dfrac{1+2x}{1+x^2},\ x<0,\\ \sin^2 x\sqrt{1+x},\ x\in[0;1],\\ \sin^2 xe^{0,2x},\ x\ge 1\end{cases}$
10	[–1,4; 1,4]	$\dfrac{1+x}{1+\sqrt{e^x+\lvert\sin x\rvert}}$	$\begin{cases}\sqrt[3]{1+x^2},\ x\le 0,\\ \dfrac{1+x}{1+\cos^2 x},\ x>0\end{cases}$	$\begin{cases}\dfrac{\lvert x\rvert}{1+x^2}e^{-2x},\ x<0,\\ \sqrt{1+x^2},\ x\in[0;1],\\ \dfrac{1+\sin x}{1+x}+3x,\ x\ge 1\end{cases}$

Пример создания функции пользователя

Создание функции пользователя с использованием блока программирования:

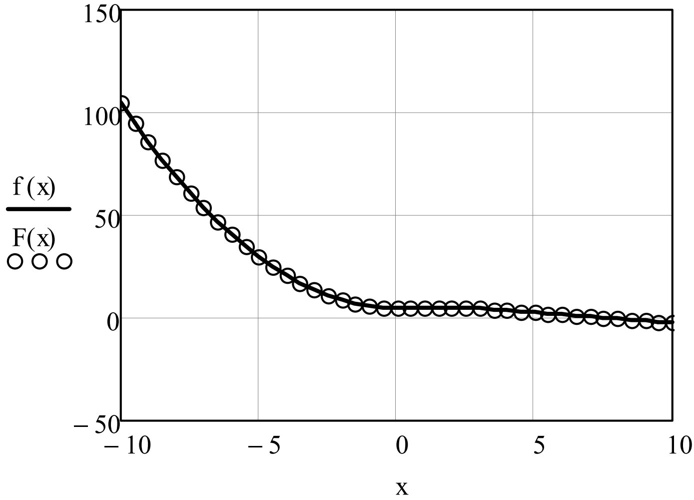
$$f(x) := \left| \begin{array}{l} 5 + x^2 \quad \text{if } x \le 0 \\ 5 \quad \text{if } 0 < x < 3 \\ 8 - x \quad \text{if } x \ge 3 \end{array} \right.$$

Создание функции пользователя с использованием логических операторов:

$$F(x) := (x \le 0)\cdot\left(5 + x^2\right) + (0 < x < 3)\cdot 5 + (x \ge 3)\cdot(8 - x)$$

Графики функций $f(x)$ и $F(x)$:

$$x := -10, -9.5 .. 10$$



Таблицы результатов расчета функций *f*(*x*) и *F*(*x*):

f(x) =	F(x) =
105	105
95.25	95.25
86	86
77.25	77.25
69	69
61.25	61.25
54	54
47.25	47.25
41	41
35.25	35.25
30	30
25.25	25.25
...	...

Лабораторная работа № 2

ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ

Цель работы: изучить особенности работы с панелью инструментов математического анализа; приобрести практические навыки дифференцирования функций.

Задание к работе

1. Используя средства Mathcad, получить формулы первой и второй производных заданной функции.
2. Построить на одной координатной плоскости графики функции и производных.
3. Оформить отчет.

Исходные данные взять из табл. 2.1.

Таблица 2.1

Исходные данные для дифференцирования

Вариант	Дифференцируемая функция $y(x)$
1	$\sqrt{x}+1$
2	$x^2-1/(x^3+1)$
3	$\sin x+\cos x$
4	$\sin x/x$
5	$x\cdot\arcsin x$
6	$x\cdot\sin x$
7	x^5
8	$\ln\left(x^2/\left(x^2+1\right)\right)$
9	$\sin\left(x^2+2^x\right)$
10	$x\cdot\cos x$

Пример дифференцирования функции

Дифференцируемая функция:

$$S(\varphi) := R\cdot\left[(1-\cos(\varphi)) + \frac{\lambda}{4}\cdot(1-\cos(2\cdot\varphi))\right]$$

Первая производная:

$$V(\varphi) := \frac{d}{d\varphi}S(\varphi)$$

$$V(\varphi) \rightarrow R\cdot\left(\sin(\varphi) + \frac{\lambda\cdot\sin(2\cdot\varphi)}{2}\right)$$

Вторая производная:

$$J(\varphi) := \frac{d^2}{d\varphi^2}S(\varphi)$$

$$J(\varphi) \rightarrow R\cdot(\cos(\varphi) + \lambda\cdot\cos(2\cdot\varphi))$$

Подстановка в выражение постоянных величин:

$$\lambda := 0.272 \quad R := 62.5$$

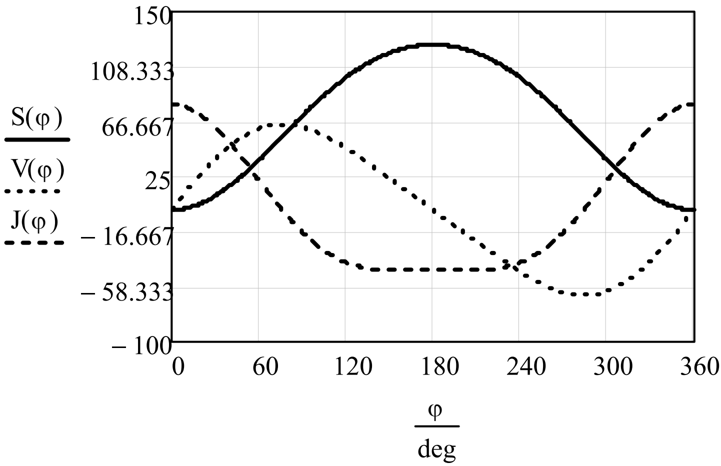
$$S(\varphi) := R\cdot\left[(1-\cos(\varphi)) + \frac{\lambda}{4}\cdot(1-\cos(2\cdot\varphi))\right]$$

$$V(\varphi) := \frac{d}{d\varphi}S(\varphi) \qquad V(\varphi) \rightarrow 8.5\cdot\sin(2\cdot\varphi) + 62.5\cdot\sin(\varphi)$$

$$J(\varphi) := \frac{d^2}{d\varphi^2}S(\varphi) \qquad J(\varphi) \rightarrow 17.0\cdot\cos(2\cdot\varphi) + 62.5\cdot\cos(\varphi)$$

Построение графиков полученных зависимостей:

$$\varphi := 0\cdot deg, 1\cdot deg .. 360\cdot deg$$


150
108.333
66.667
25
− 16.667
− 58.333
− 100
S(φ)
V(φ)
J(φ)
0
60
120
180
240
300
360
φ
deg

Лабораторная работа № 3

ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛА ФУНКЦИИ

Цель работы: закрепить навыки работы с панелью матанализа; приобрести практические навыки интегрирования функции средствами Mathcad.

Задание к работе

1. Используя средства численного и символьного вычислителей, найти определенный интеграл функции на заданном отрезке.
2. Найти неопределенный интеграл заданной функции.
3. Методом Монте-Карло найти определенный интеграл функции на заданном отрезке.
4. Оформить отчет.

Исходные данные взять из табл. 3.1.

Таблица 3.1

Подынтегральные функции

Вариант	Подынтегральная функция $f(x)$	Границы интегрирования
1	2	3
1	$xe^x \sin x$	[0; 1]
2	$\dfrac{1}{\sqrt{9+x^2}}$	[0; 2]
3	$\dfrac{1}{\sqrt{1+3x+2x^2}}$	[0; 1]
4	$\left(\dfrac{\ln x}{x}\right)^3$	[1; 2]
5	$\dfrac{x^3}{3+x}$	[1; 2]
6	$x \cdot \operatorname{arctg} x$	[0; 2]
7	$\dfrac{1}{x \lg x}$	[2; 3]

Окончание табл. 3.1

1	2	3
8	$\mathrm{tg}^4 x$	[0; π/4]
9	$\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{3x}{2}$	[0; π]
10	$x^2 \ln x$	[1; e]

Пример интегрирования функции

Исходная функция:

$$f(x) := \sqrt{1 - x^2}$$

Нахождение определенного интеграла численным методом:

$$\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = 1.571$$

Нахождение определенного интеграла средствами символьной математики:

$$\int_{-1}^{1} f(x)\,dx \to \frac{\pi}{2}$$

Нахождение неопределенного интеграла:

$$\int f(x)\,dx \to \frac{\mathrm{asin}(x)}{2} + \frac{x\cdot\sqrt{1 - x^2}}{2}$$

Интегрирование методом Монте-Карло

Подынтегральная функция:

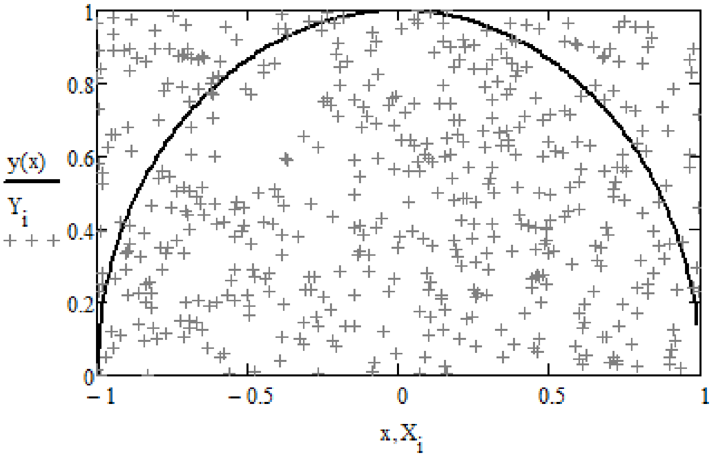
$$y(x) := \sqrt{1 - x^2}$$

Генерация случайных чисел в диапазоне интегрирования:

$ORIGIN := 1$ (*указываем номер первого члена массива*)
$N := 500$ (*задаем количество случайных точек*)
$i := 1 .. N$ (*задаем счетчик точек*)
$X_i := rnd(2) - 1$ (*генерируем значения ординат случайных точек*)
$Y_i := rnd(1)$ (*генерируем значения абсцисс случайных точек*)

Построение графиков интегрируемой функции и случайной величины:

$$x := -1, -0.99 .. 1$$



Подсчет попаданий под линию функции:

$$n := \left[\sum_{i=1}^{N} \left(y(X_i) > Y_i\right)\right] = 395$$

Расчет приближенного значения интеграла:

$$S := 2 \cdot \frac{n}{N} = 1.58$$

Лабораторная работа № 4

РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Цель работы: изучить встроенные процедуры и функции, применяемые для нахождения корней нелинейных уравнений; приобрести практические навыки нахождения корней нелинейных уравнений средствами Mathcad.

Задание к работе

1. С использованием блока «GIVEN» – «FIND» найти символьное решение предлагаемых уравнения и системы уравнений.
2. С использованием блока «GIVEN» – «FIND» найти численное решение предлагаемых уравнения и системы уравнений.
3. Определить отрезки нахождения корней с помощью графика. Найти корни уравнения с использованием функции «root».
4. Найти корни полинома с помощью функции «polyroots».
5. Оформить отчет.

Исходные данные взять из табл. 4.1.

Таблица 4.1

Исходные данные для выполнения работы

Вариант	Уравнение	Система уравнений
1	2	3
1	$x^3-2,92x^2+1,435x+0,791=0$	$\begin{cases}2x^2+5y^2=3,\\5x+9y=3\end{cases}$
2	$x^3-2,56x^2-1,325x+4,395=0$	$\begin{cases}3x^2+4y^2=4,\\3x+4y=2\end{cases}$
3	$x^3+2,84x^2-5,606x-14,766=0$	$\begin{cases}5x^2+2y^2=4,\\2x+7y=1\end{cases}$
4	$x^3+1,41x^2-5,472x-7,380=0$	$\begin{cases}4x^2+5y^2=3,\\5x+3y=1\end{cases}$

Окончание табл. 4.1

1	2	3
5	$x^3+0,85x^2-0,432x+0,044=0$	$\begin{cases}3x^2+5y^2=3,\\5x+2y=2\end{cases}$
6	$x^3-0,12x^2-1,477x+0,191=0$	$\begin{cases}2x^2+5y^2=3,\\5x+9y=3\end{cases}$
7	$x^3+0,77x^2-0,251x+0,017=0$	$\begin{cases}7x^2+6y^2=3,\\5x+3y=2\end{cases}$
8	$x^3+0,88x^2-0,400x+0,038=0$	$\begin{cases}5x^2+6y^2=3,\\3x+2y=2\end{cases}$
9	$x^3+0,78x^2-0,827x+0,147=0$	$\begin{cases}3x^2+5y^2=2,\\5x+7y=2\end{cases}$
10	$x^3+2,28x^2-1,935x-3,910=0$	$\begin{cases}5x^2+y^2=3,\\3x+5y=3\end{cases}$

Примеры решения нелинейных уравнений

Символьное решение уравнения:

$F(x) := \tan(x) + \tan(2\cdot x)$

Given

$F(x) = 0$ *(логическое выражение)*

$\text{Find}(x) \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & \dfrac{\pi}{3} & \dfrac{2\cdot\pi}{3} \end{pmatrix}$

Символьное решение системы уравнений:

Given

$x + y\cdot z = 2$

$y + z\cdot x = 2$

$z + x\cdot y = 2$

$$\mathrm{Find}(x, y, z) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Численное решение уравнения:

$TOL := 0.001$

$F(x) := \tan(x) + \tan(2 \cdot x)$

$x := 1$ *(первичное приближение)*

Given

$F(x) = 0$

$\mathrm{Find}(x) = 1.047$

Численное решение системы уравнений:

$x := -1$

$y := -5$

Given

$-x^2 + y + 1 = 0$

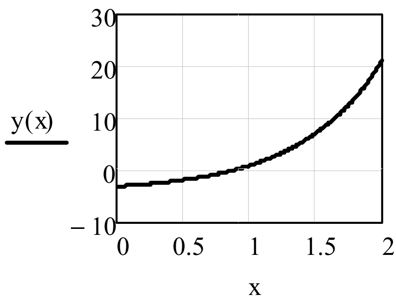
$2 \cdot y - x + 2 = 0$

$$\mathrm{Find}(x, y) = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Нахождение корней с помощью функции «root»:

$y(x) := 5^x - 4$

$x := 0, 0.01 .. 2$



$\mathrm{root}(y(x), x, 0.5, 1) = 0.861$ *(поиск корней на отрезке [0.5,1])*

$x := 0.8$

$\mathrm{root}(y(x), x) = 0.861$ *(поиск корней вблизи точки x=0.8)*

Нахождение корней полинома:

$$f(x) := 3 + 2\cdot x - 4\cdot x^2 + 8\cdot x^3 + x^4$$

$$\mathrm{polyroots}\left(\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -4 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} -8.494 \\ -0.505 \\ 0.5 + 0.67i \\ 0.5 - 0.67i \end{pmatrix}$$

Лабораторная работа № 5

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Цель работы: изучить методы решения систем линейных уравнений; приобрести практические навыки нахождения корней системы линейных уравнений средствами Mathcad.

Задание к работе

1. С использованием блока «GIVEN» – «FIND» найти корни системы линейных уравнений (СЛАУ).
2. Представить СЛАУ в матричном виде.
3. Решить СЛАУ в матричном виде с использованием блока «GIVEN» – «FIND».
4. Найти корни СЛАУ с помощью матричного произведения.
5. С помощью функции «lsolve» найти численное и символьное решения СЛАУ.
6. Оформить отчет.

Исходные данные взять из табл. 5.1.

Таблица 5.1

Системы линейных уравнений

Вариант	A	B	Вариант	A	B
1	9 5 4 7 4 6 8 7 5 8 7 6 5 6 8 7	0 6 3 7	3	1 4 2 5 4 4 5 3 1 2 6 8 3 7 3 2	3 8 1 7
2	9 5 3 8 4 6 7 4 2 3 5 3 4 8 3 7	3 1 4 2	4	2 3 5 2 5 2 7 5 4 2 1 7 7 5 4 1	3 2 3 2

Окончание табл. 5.1

Вариант	A	B	Вариант	A	B
5	9 6 3 8 4 6 7 4 2 3 5 3 4 8 3 7	3 1 4 2	8	2 1 5 2 5 2 2 6 2 2 1 2 1 3 3 1	1 3 0 2
6	2 4 7 4 4 1 6 2 8 3 6 7 6 3 5 7	2 0 3 1	9	7 6 2 7 4 9 5 5 2 3 4 9 1 5 6 9	3 2 0 2
7	3 3 4 5 2 6 4 6 3 4 5 5 1 9 3 6	1 4 0 3	10	3 6 5 7 4 6 3 5 2 3 2 6 2 4 3 6	3 0 4 3

Примеры решения системы линейных уравнений

Решение СЛАУ с использованием блока «Given» – «Find»:

$x1 := 0 \quad x2 := 0 \quad x3 := 0$ *(первичное приближение)*

Given

$2 \cdot x1 + x2 + 3 \cdot x3 = 9$

$x1 - 2 \cdot x2 + x3 = -2$

$3 \cdot x1 + 2 \cdot x2 + 2 \cdot x3 = 7$

$$\mathrm{Find}(x1, x2, x3) = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Приведение СЛАУ к матричному виду:

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} B := \begin{pmatrix} 9 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Использование блока «Given» – «Find»:

$$x := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Given

$$A \cdot x = B$$

$$\mathrm{Find}(x) = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Использование матричного произведения:

$$xx := A^{-1} \cdot B$$

$$xx = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Использование встроенной функции «lsolve»:

$$\mathrm{lsolve}(A, B) = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{lsolve}(A, B) \rightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Лабораторная работа № 6

РЕШЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Цель работы: изучить правила применения встроенной функции решения дифференциальных уравнений в Mathcad; приобрести практические навыки решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

Задание к работе

1. Используя блок «Given» – «Odesolve», найти решение дифференциального уравнения при заданных начальных условиях на данном интервале.
2. Построить график найденной функции.
3. Оформить отчет.

Исходные данные взять из табл. 6.1.

Таблица 6.1

Дифференциальные уравнения

Вариант	Уравнение	Начальные условия	Интервал
1	2	3	4
1	$y''' = x + \cos x$	$y(\pi/2) = 0;\ \ y'(\pi/2) = 1;$ $y''(\pi/2) = 1$	$(\pi/2; 5\pi/2)$
2	$y'' = 2x \ln x$	$y(1) = 0;\ \ y'(1) = 5$	(1; 10)
3	$y'' = y''^2 + y$	$y(-0{,}1) = 0;\ \ y'(-0{,}1) = 0$	(–0,1; 0)
4	$y''' + 6y'' + 11y' + 6y = 0$	$y(0) = 0;\ \ y'(0) = 3;$ $y''(0) = 5$	(0; 10)
5	$y'' - 4y' + 3y = 0$	$y(0) = 6;\ \ y'(0) = 10$	(0; 5)
6	$y'' + 25y = \cos 5x$	$y(0) = 0;\ \ y'(0) = 1$	(0; π)

Окончание табл. 6.1

1	2	3	4
7	$y'' + y = \cos x - \sin x$	$y(0) = 0;\quad y'(0) = 5$	(0; 3π)
8	$y'' + y = \dfrac{1}{e^x + 1}$	$y(0) = 0;\quad y'(0) = 1$	(0; 5)
9	$y'' - 3y' + 2y = xe^x$	$y(0) = 0;\quad y'(0) = 10$	(0; 1)
10	$y'' + y = 4x\cos x$	$y(0) = 0;\quad y'(0) = 0$	(0; 50)

Пример решения дифференциального уравнения

Giver

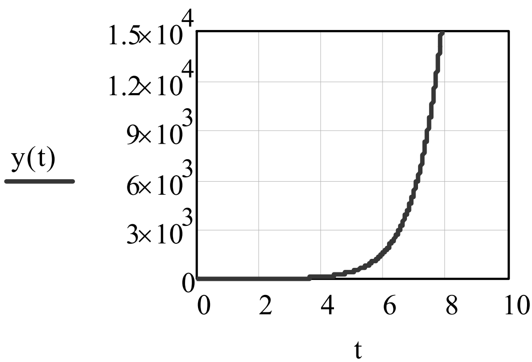
$y''(t) = t \cdot e^t$

$y(0) = 0$

$y'(0) = 0$

$y := \mathrm{Odesolve}(t, 10)$

$y(10) = 176223.726$



Лабораторная работа № 7

РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Цель работы: изучить особенности использования функции «rkfixed» при решении систем обычных дифференциальных уравнений в Mathcad; приобрести практические навыки решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

Задание к работе

1. Используя функцию «rkfixed», найти решение системы дифференциального уравнения при заданных начальных условиях и на данном интервале.
2. Представить результаты численного решения в виде таблицы и графиков.
3. Оформить отчет.

Исходные данные взять из табл. 7.1.

Таблица 7.1

Системы ОДУ первого порядка

Вариант	Система уравнений	Начальные условия	Интервал
1	2	3	4
1	$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t} = -2 \cdot t \cdot x_1^2, \\ \dfrac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}t} = \dfrac{x_2 + t}{t} \end{cases}$	$x_1(0) = 5;\ \ x_2(0) = 1$	(0; 2)
2	$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t} = e^{t - x_1}, \\ \dfrac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}t} = 2e^{x_1} \end{cases}$	$x_1(-1) = 0;\ \ x_2(-1) = 5$	(–1; 1)

Продолжение табл. 7.1

1	2	3	4
3	$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 5\cdot(3-x-y), \\ \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 7\cdot(1-x+y) \end{cases}$	$x(0)=0;\ \ y(0)=0$	(0; 1)
4	$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \dfrac{z-1}{z}, \\ \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} = y-x \end{cases}$	$y(-1)=2;\ \ z(-1)=1$	(–1; 1)
5	$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = x+y, \\ \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 2xt \end{cases}$	$x(-1)=2;\ \ y(-1)=0$	(–1; 1)
6	$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 8y^2+x^2, \\ \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = xt \end{cases}$	$x(-1)=2;\ \ y(-1)=0$	(–1; 1)
7	$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \sin x\cos y, \\ \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \cos(x)\sin(y) \end{cases}$	$x(0)=1;\ \ y(0)=2$	(0; 3π)
8	$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \cos^2 x\cos^2 y, \\ \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -0{,}5\sin 2x\cos 2y \end{cases}$	$x(0)=1;\ \ y(0)=2$	(0; 3π)

Окончание табл. 7.1

1	2	3	4
9	$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 8y, \\ \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -2z, \\ \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = 2x + 8y - 2z \end{cases}$	$x(0) = -4;\ \ y(0) = 0;$ $z(0) = 1$	(0; 2)
10	$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -x + y + z, \\ \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = x - y - z, \\ \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = x + y - z \end{cases}$	$x(0) = -1;\ \ y(0) = 0;$ $z(0) = 1$	(0; 50)

Пример решения системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{dy_0}{dt} + y_1 = 0, \\ \dfrac{dy_1}{dt} + y_0 + 4y_1 = 0; \end{cases} \qquad y_0(0) = 2,\ \ y_1(0) = 0,\ \ t = [0,10]$$

Начальные условия:

$$\mathrm{y0} := \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Число отрезков интегрирования:

$$\mathrm{M} := 100$$

Вектор правых частей уравнений:

$$\mathrm{D}(t, y) := \begin{pmatrix} -y_1 \\ -y_0 - 4 \cdot y_1 \end{pmatrix}$$

Применение функции метода Рунге – Кутта с фиксированным шагом:

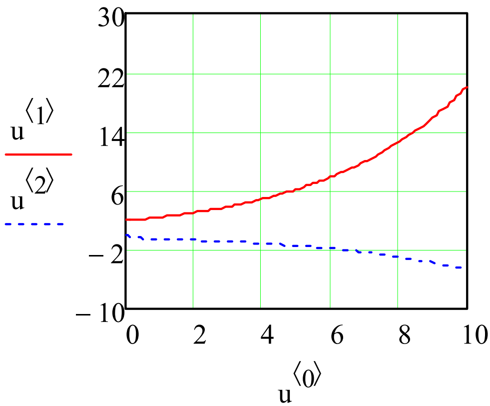
$$u := \mathrm{rkfixed}(y0, 0, 10, M, D)$$

Таблица результатов:

u =

	0	1	2
0	0	2	0
1	0.1	2.009	-0.165
2	0.2	2.031	-0.277
3	0.3	2.063	-0.354
4	0.4	2.101	-0.409
5	0.5	2.144	-0.449
6	0.6	2.191	-0.48
7	0.7	2.24	-0.504
8	0.8	2.292	-0.525
9	0.9	2.345	-0.543
10	1	2.4	...

Графики полученных функций:



Лабораторная работа № 8

РЕШЕНИЕ ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ

Цель работы: изучить особенности использования функции поиска минимума при решении оптимизационных задач; приобрести практические навыки использования инструментов панели матанализа.

Задание к работе

Фирма имеет N предприятий, поставляющих свою продукцию в M магазинов. Каждое предприятие характеризуется своей производительностью, а каждый магазин – потребностью продукции. Дана стоимость перевозок единицы продукции от предприятий в магазины. Необходимо спланировать перевозки так, чтобы минимизировать суммарные транспортные расходы.

Исходные данные взять из табл. 8.1–8.10.

Таблица 8.1

Вариант 1

Объемы производства	Стоимость перевозки единицы продукции			
20	1	3	4	5
30	5	2	10	3
50	3	2	1	4
20	6	4	2	6
Объемы потребления	30	20	60	10

Таблица 8.2

Вариант 2

Объемы производства	Стоимость перевозки единицы продукции			
20	6	3	4	5
70	5	2	10	3
45	3	4	1	4
10	5	6	2	7
Объемы потребления	15	30	80	20

Таблица 8.3

Вариант 3

Объемы производства	Стоимость перевозки единицы продукции			
20	2	7	7	6
50	1	1	1	2
10	5	5	3	1
20	2	8	1	4
10	2	8	1	4
Объемы потребления	40	30	20	20

Таблица 8.4

Вариант 4

Объемы производства	Стоимость перевозки единицы продукции			
30	5	1	7	6
40	1	5	8	1
10	5	6	3	3
18	2	5	1	4
12	3	7	9	1
Объемы потребления	20	40	30	20

Таблица 8.5

Вариант 5

Объемы производства	Стоимость перевозки единицы продукции			
40	3	9	4	5
15	1	8	5	3
30	7	2	1	4
20	2	4	10	6
Объемы потребления	50	10	35	10

Таблица 8.6

Вариант 6

Объемы производства	Стоимость перевозки единицы продукции			
20	6	1	3	1
30	3	4	5	8
20	5	9	3	2
20	2	4	8	4
20	3	2	1	5
Объемы потребления	50	30	20	20

Таблица 8.7

Вариант 7

Объемы производства	Стоимость перевозки единицы продукции			
30	5	9	4	5
20	1	5	5	6
30	2	2	10	4
45	3	7	2	6
Объемы потребления	20	50	20	35

Таблица 8.8

Вариант 8

Объемы производства	Стоимость перевозки единицы продукции			
30	7	1	3	2
20	8	4	5	8
10	5	2	3	7
30	5	5	8	4
30	1	9	7	5
Объемы потребления	30	40	40	10

Таблица 8.9

Вариант 9

Объемы производства	Стоимость перевозки единицы продукции			
22	7	9	1	5
30	2	7	5	6
40	3	5	10	8
30	3	7	4	5
Объемы потребления	40	20	20	42

Таблица 8.10

Вариант 10

Объемы производства	Стоимость перевозки единицы продукции			
10	5	9	3	10
30	3	10	5	9
20	7	2	3	8
25	8	5	11	2
5	5	9	10	5
Объемы потребления	50	10	30	10

Пример решения транспортной задачи

$$\text{Произв} := \begin{pmatrix} 30 \\ 20 \\ 20 \\ 30 \\ 30 \end{pmatrix}$$ *(вектор производительности предприятий)*

$\sum \text{Произв} = 130$ *(суммарная производительность)*

$N := \text{rows}(\text{Произв}) = 5$ *(количество предприятий)*

$$\text{Потр} := \begin{pmatrix} 30 \\ 40 \\ 50 \\ 10 \end{pmatrix}$$ *(вектор потребностей магазинов)*

$$\sum \text{Потр} = 130$$ *(суммарная потребность)*

$$M := \text{rows}(\text{Потр}) = 4$$ *(количество магазинов)*

$$\text{Тариф} := \begin{pmatrix} 5 & 1 & 3 & 2 \\ 8 & 4 & 5 & 8 \\ 5 & 2 & 3 & 7 \\ 5 & 5 & 8 & 4 \\ 1 & 9 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$ *(матрица стоимости перевозок)*

$$\text{Стоим}(\text{Перев}) := \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{M-1} \left(\text{Тариф}_{i,j} \cdot \text{Перев}_{i,j}\right)$$ *(функция расчета стоимости перевозок)*

$$\text{Перев}_{N-1,M-1} := 0$$ *(обнуленный массив перевозок)*

$$\text{Перев} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Given *(ограничивающие условия)*

Суммы по столбцам должны соответствовать потребностям магазинов:

$$\sum_{i=0}^{N-1} \text{Перев}_{i,0} = \text{Потр}_0 \quad \sum_{i=0}^{N-1} \text{Перев}_{i,1} = \text{Потр}_1$$

$$\sum_{i=0}^{N-1} \text{Перев}_{i,2} = \text{Потр}_2 \quad \sum_{i=0}^{N-1} \text{Перев}_{i,3} = \text{Потр}_3$$

Суммы по строкам должны соответствовать производительности предприятий:

$$\sum_{j=0}^{M-1} \text{Перев}_{0,j} = \text{Произв}_0 \quad \sum_{j=0}^{M-1} \text{Перев}_{1,j} = \text{Произв}_1$$

$$\sum_{j=0}^{M-1} \text{Перев}_{2,j} = \text{Произв}_2 \quad \sum_{j=0}^{M-1} \text{Перев}_{3,j} = \text{Произв}_3$$

$$\sum_{j=0}^{M-1} \text{Перев}_{4,j} = \text{Произв}_4$$

Перевозки между предприятиями и магазинами не могут быть отрицательными:

$$\begin{array}{llll}
\text{Перев}_{0,0} \ge 0 & \text{Перев}_{0,1} \ge 0 & \text{Перев}_{0,2} \ge 0 & \text{Перев}_{0,3} \ge 0 \\
\text{Перев}_{1,0} \ge 0 & \text{Перев}_{1,1} \ge 0 & \text{Перев}_{1,2} \ge 0 & \text{Перев}_{1,3} \ge 0 \\
\text{Перев}_{2,0} \ge 0 & \text{Перев}_{2,1} \ge 0 & \text{Перев}_{2,2} \ge 0 & \text{Перев}_{2,3} \ge 0 \\
\text{Перев}_{3,0} \ge 0 & \text{Перев}_{3,1} \ge 0 & \text{Перев}_{3,2} \ge 0 & \text{Перев}_{3,3} \ge 0 \\
\text{Перев}_{4,0} \ge 0 & \text{Перев}_{4,1} \ge 0 & \text{Перев}_{4,2} \ge 0 & \text{Перев}_{4,3} \ge 0
\end{array}$$

$\text{Оптим} := \text{Minimize}(\text{Стоим}, \text{Перев})$ *(поиск минимума)*

$$\text{Оптим} = \begin{pmatrix} 0 & 20 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 0 \\ 0 & 20 & 0 & 10 \\ 30 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$ *(результаты оптимизации)*

$$\text{Стоим}(\text{Оптим}) = 380$$

Лабораторная работа № 9

ПОСТРОЕНИЕ РЕГРЕССИОННЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ

Цель работы: изучить особенности использования функции построения линейной, полиномиальной и кусочно-сглаженной регрессионных зависимостей; приобрести практические навыки построения регрессионных зависимостей.

Общие сведения о математической регрессии

Задачи математической регрессии имеют смысл приближения выборки данных (x_i, y_i) некоторой функцией $f(x)$, определенным образом минимизирующей совокупность ошибок $|f(x_i) - y_i|$. Регрессия сводится к подбору неизвестных коэффициентов, определяющих аналитическую зависимость $f(x)$. В силу производимого действия большинство задач регрессии являются частным случаем более общей проблемы сглаживания данных. Как правило, регрессия очень эффективна, когда заранее известен (или, по крайней мере, хорошо угадывается) закон распределения данных (x_i, y_i).

Для оценки соответствия значений выборки y_i и функции регрессии $f(x_i)$ служит коэффициент корреляции. Коэффициент корреляции может принимать значения от –1 до 1. При полном соответствии y_i и $f(x_i)$ коэффициент корреляции равен 1.

Задание к работе

1. Построить линейную регрессионную зависимость экспериментальных данных. Представить графически полученный результат.
2. Построить полиномиальные регрессионные зависимости со степенями полинома 2, 3 и 4. Представить графически полученный результат.
3. Построить регрессионную зависимость отрезками полиномов. Представить графически полученный результат.
4. Определить коэффициенты корреляции экспериментальных данных и полученной зависимости.
5. Оформить отчет.

Исходные данные взять из табл. 9.1.

Таблица 9.1

Результаты эксперимента

Вариант	*X*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.	*Y*	13	19	26	30	37	44	49	55		
2.	*F*	9	16	20	27	34	39	44	52	58	64
3.	*G*	7	17	19	28	35	42	41	52	57	
4.	*R*	12	21	30	36	44	54	61	70	78	
5.	*T*	12	17	22	30	35	40	48	54	59	65
6.	*E*	10	18	22	28	34	39	46	51	54	
7.	*D*	12	18	25	32	40	46	53	60		
8.	*H*	14	23	30	39	45	54	63	70	78	
9.	*N*	15	22	26	33	40	45	51	58	63	69
10.	*B*	9	15	24	29	38	46	52	58		

Пример построения регрессионных зависимостей

Исходные данные:

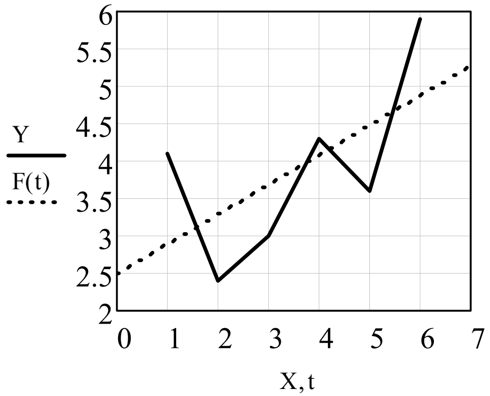
$$X := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \qquad Y := \begin{pmatrix} 4.1 \\ 2.4 \\ 3 \\ 4.3 \\ 3.6 \\ 5.9 \end{pmatrix}$$

Построение линейной регрессионной зависимости:

$$A := \mathrm{line}(X, Y) = \begin{pmatrix} 2.493 \\ 0.397 \end{pmatrix}$$

$$F(t) := A_0 + A_1 \cdot t$$

$$t := 0, 0.1 .. 7$$



Построение полиномиальных регрессионных зависимостей:

$k := 2$

$s := \mathrm{regress}(X, Y, k)$

$Z(t) := \mathrm{interp}(s, X, Y, t)$

$k := 3$

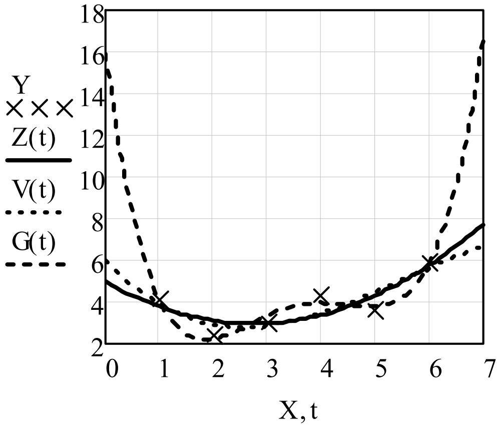
$s := \mathrm{regress}(X, Y, k)$

$V(t) := \mathrm{interp}(s, X, Y, t)$

$k := 4$

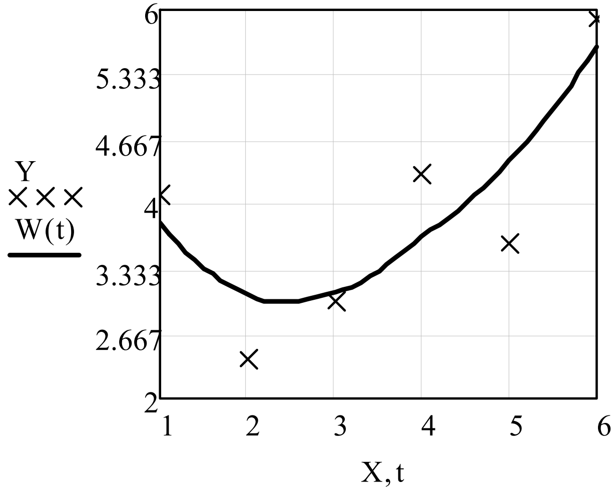
$s := \mathrm{regress}(X, Y, k)$

$G(t) := \mathrm{interp}(s, X, Y, t)$



Построение регрессионной зависимости отрезками полиномов:

$$s := \mathrm{loess}(X, Y, 1.2)$$
$$W(t) := \mathrm{interp}(s, X, Y, t)$$



Определение коэффициентов корреляции Пирсона:

$$i := 0, 1 .. 5$$
$$FF_i := F(i + 1)$$
$$ZZ_i := Z(i + 1)$$
$$VV_i := V(i + 1)$$
$$GG_i := G(i + 1)$$
$$WW_i := W(i + 1)$$
$$\mathrm{corr}(Y, FF) = 0.613$$
$$\mathrm{corr}(Y, ZZ) = 0.855$$
$$\mathrm{corr}(Y, VV) = 0.864$$
$$\mathrm{corr}(Y, GG) = 0.979$$
$$\mathrm{corr}(Y, WW) = 0.88$$

Лабораторная работа № 10

РАСЧЕТЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЕДИНИЦ ИЗМЕРЕНИЯ

Цель работы: изучить особенности использования единиц измерения величин при проведении расчетов; приобрести практические навыки использования единиц измерения.

Задание к работе

1. С использованием единиц измерения решить задачу согласно варианту, указанному преподавателем.
2. Представить результаты расчета в различных единицах измерения.
3. Оформить отчет.

Исходные данные взять из табл. 10.1 и справочных таблиц, встроенных в Mathcad.

Таблица 10.1

Условия задач

Вариант	Условие задачи
1	2
1	Сила тяги двигателей самолета $F_т = 10^5$ Н. Сколько топлива понадобится самолету для перелета на 2000 км, если КПД двигателя η = = 30 %, а теплотворная способность топлива $H_и = 4{,}5 \cdot 10^7$ Дж/кг? Плотность топлива $\rho = 800$ кг/м^3
2	Масса космической станции m = 20 т. С какой скоростью движутся вокруг нее космические пылинки, удаленные от станции на расстояние 100 м? Орбиту пылинок считать круговой. Значение гравитационной постоянной взять из встроенной справочной таблицы
3	В цилиндре под невесомым поршнем площадью 1200 см^2 находится 2 кг воды при температуре 0 °С. В воду опускают кусок стали массой 5 кг, нагретый до 1000 °С. На какую высоту поднимется поршень? Теплоотдачей в окружающую среду пренебречь. Удельная теплоемкость воды c = 4190 Дж/(кг·°С), удельная теплота парообразования воды $r = 22{,}6 \cdot 10^5$ Дж/кг, удельная теплоемкость стали c = 460 Дж/(кг·°С)

Продолжение табл. 10.1

1	2
4	На гладком диске радиусом R на расстоянии $r = R / 2$ закреплено небольшое тело. Диск вращается со скоростью 60 об/мин. Через какой промежуток времени тело соскользнет с диска, если оно оторвется? Трение не учитывать
5	На концах нити, перекинутой через неподвижный блок, подвешены два тела одинаковой массы m = 1 кг. Одно из тел погружено в воду. Ускорение тел a = 2 м/с^2. Определите плотности тел. Сопротивлением воды пренебречь
6	Пучок параллельных лучей диаметром D_1 = 10 см падает на собирающую линзу с фокусным расстоянием F_1 = 10 см. На каком расстоянии l от первой линзы следует поместить собирающую линзу с фокусным расстоянием F_2 = 5 см, чтобы лучи, вышедшие из нее, были параллельны? Определите диаметр d пучка на выходе оптической системы
7	Закрепленный воздушный вентилятор потребляет мощность N = 300 Вт, его КПД η = 80 %. Какая реактивная сила действует на вентилятор во время его работы? Диаметр лопастей вентилятора D = 80 см, плотность воздуха ρ = 1,13 кг/м^3. Принять, что: 1) скорость воздуха одинакова для любой точки сечения вентилятора; 2) лопасти вентилятора описывают круг диаметром D
8	Вычислите изменение плотности сухого воздуха при росте влажности от 10 до 90 %. При этом давление сохраняется постоянным, температура воздуха t = 20 °С. Давление насыщенного водяного пара при 20 °С принять $p_{\text{н.п.}} = 2{,}33 \cdot 10^3$ Па
9	К источнику постоянного тока параллельно подключены конденсатор емкостью C = 20 мкФ и катушка, индуктивность которой L = 0,02 Гн. При этом напряжение на конденсаторе U_1 = 100 В, а ток через катушку I_1 = 2 А. Затем источник отключают. Какой заряд будет на конденсаторе, когда ток в катушке равен I_2 = 1 А? Потерями энергии на нагревание пренебречь
10	Электровоз движется со скоростью 72 км/ч, развивая при этом в среднем силу тяги $F_т = 5 \cdot 10^4$ Н. Чему равна средняя сила тока, проходящего через мотор электровоза, если напряжение на зажимах мотора U = 500 В, а КПД η = 80 %?
11	Автомобиль массой 1400 кг равноускоренно поднимается в гору, уклон которой α = 0,02. На участке длиной 100 м его скорость изменяется от 5 до 15 м/с. Определите среднюю мощность двигателя на этом участке пути, если коэффициент трения μ = 0,1

1	2
12	Какая сила действует на окно площадью 1,5 м^2, если ветер дует со скоростью 10 м/с: 1) перпендикулярно стеклу; 2) под углом 60°? Плотность воздуха ρ = 1,3 кг/м^5
13	Лампа накаливания мощностью 20 Вт используется для обогрева аквариума с объемом воды в нем $V_в = 10^{-3}$ м^3. За 20 мин вода нагревалась на 3 °С. Определите КПД лампы как нагревателя. Теплоемкость воды c = 4190 Дж/(кг·°С)
14	Стальной снаряд, летевший со скоростью 300 м/с, сталкивается с песчаной насыпью и застревает в ней. Насколько повысилась температура снаряда, если на его нагревание пошло 70 % кинетической энергии? Удельная теплоемкость стали c = 460 Дж/(кг·°С)
15	Со дна водоема поднимается пузырек воздуха. У поверхности его объем в 4 раза больше, чем на дне. Какова глубина водоема? Температуру воды в водоеме на различной глубине считать постоянной
16	Колесо массой 4 кг вращается вокруг неподвижной оси, делая 4 оборота в секунду. С какой силой надо прижать брусок к колесу, чтобы оно остановилось после 100 полных оборотов? Коэффициент трения между поверхностями бруска и колеса μ = 0,01. Считать, что вся масса распределена по ободу колеса, радиус колеса r = 10 см
17	Какое количество теплоты выделит за 20 мин электроплитка мощностью 600 Вт? Какую массу воды можно нагреть на 80 °С, если КПД плитки η = 85 %? Какое количество теплоты за 20 мин выделят две такие плитки, если их включить последовательно, параллельно?
18	Может ли шар, наполненный гелием, поднять груз массой 150 кг, если объем шара V_0 = 150 м^3, а масса оболочки M = 8 кг? Давление и температура гелия и воздуха одинаковы и равны соответственно $p = 1{,}01 \cdot 10^5$ Па и T = 27 °С. Молярные массы гелия и воздуха μ_1 = = 0,004 кг/моль, μ_2 = 0,029 кг/моль
19	Тело массой 1 кг бросили вертикально вверх с тридцатиметровой вышки со скоростью 20 м/с. В момент удара о землю его кинетическая энергия оказалась равной 300 Дж. Найдите работу сил сопротивления воздуха при движении тела за это время
20	Изменяя сопротивление нагрузки, определили, что выделяемая на нагрузке максимальная мощность равна 20 Вт. При этом сопротивление нагрузки оказалось равным 5 Ом. Чему равны ЭДС и внутреннее сопротивление источника питания?

Окончание табл. 10.1

1	2
21	Найдите силу кулоновского взаимодействия двух пластин плоского воздушного конденсатора, если разность потенциалов между ними равна 40 В. Площадь пластин S = 600 см^2, расстояние между ними d = 4 см
22	К пружинным весам подвешен блок, через который перекинута нить с привязанными к ее концам грузами массой m_1 = 5 кг и m_2 = 3 кг. Что покажут весы?
23	Тело массой 1 кг падает с высоты 39,2 м без начальной скорости и в последнюю секунду проходит 17,1 м. Определите силу сопротивления воздуха, считая ее постоянной
24	От генератора с ЭДС E = 40 В и внутренним сопротивлением r = = 0,04 Ом по однопроводному медному кабелю сечением 170 мм^2 передается напряжение к месту электросварки, удаленному от генератора на расстояние l = 50 м. Найдите напряжение на зажимах генератора и на сварочном аппарате, если сила тока в цепи I = 200 А. Чему равна мощность сварочной дуги?
25	Два велосипедиста ездят по треку (по концентрическим окружностям). Радиус окружности первого велосипедиста в 3 раза больше радиуса окружности второго, а угловая скорость второго в 6 раз больше скорости первого. Велосипедисты начинают движение в одном направлении из точек, находящихся на одном радиусе. Определите ближайшие моменты времени, когда они опять окажутся: 1) на одном радиусе; 2) на взаимно перпендикулярных радиусах. Время тренировки составляет 6 ч

Пример решения задачи с использованием единиц измерения

Мощность двигателя (кВт), обеспечивающую максимальную скорость движения, определяют по формуле

$$N_e = \frac{(m_{\text{а}} \cdot g \cdot \psi + k \cdot F \cdot V_{\text{а}}^2) \cdot V_{\text{а}}}{10^3 \cdot \eta_{\text{тр}}}, \text{ кВт},$$

где $V_{\text{а}}$ – максимальная скорость автомобиля, м/с;

ψ – коэффициент суммарного сопротивления дороги, ψ = 0,012–0,020 – для асфальтированных покрытий, ψ = 0,04–0,07 – для гравийных покрытий;

$m_а$ – полная масса автомобиля, кг;

k – коэффициент обтекаемости, Н·с^2/м^4, k = 0,15–0,35 – для легковых автомобилей, k = 0,6–0,7 – для грузовых автомобилей;

F – лобовая площадь, м^2;

$\eta_{тр}$ – КПД трансмиссии, $\eta_{тр}$ = 0,88–0,92 – для легковых автомобилей, $\eta_{тр}$ = 0,8–0,9 – для грузовых автомобилей;

g – ускорение свободного падения, g = 9,81 м/с^2.

Пример расчета с использованием единиц измерения

Исходные данные:

$$ma := 4650 \cdot kg$$

$$g = 9.807 \frac{m}{s^2}$$

$$\psi := 0.022$$

$$k := 0.62 \cdot \frac{N \cdot s^2}{m^4}$$

$$F := 4.5 \cdot m^2$$

$$\eta tr := 0.85$$

$$Va := 100 \cdot kph$$

$$Va = 27.778 \frac{m}{s}$$

Расчетная формула:

$$Ne := \frac{\left(ma \cdot g \cdot \psi + k \cdot F \cdot Va^2\right) \cdot Va}{\eta tr}$$

Результаты расчета:

$Ne = 1.031 \times 10^5 W$ *(мощность в Вт)*

$Ne = 103.137 \cdot kW$ *(мощность в кВт)*

$Ne = 138.309 \cdot hp$ *(мощность в л. с.)*

ПРИЛОЖЕНИЕ

Структура отчета

Отчет о выполненной лабораторной работе должен включать:

1. Титульный лист.
2. Цель работы.
3. Задание к работе.
4. Описание хода выполнения работы (последовательность выполняемых действий).
5. Распечатки полученных результатов.
6. Выводы.

СОДЕРЖАНИЕ

Учебное издание

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ В СРЕДЕ MATHCAD

Пособие
для студентов специальности
1-37 01 01 «Двигатели внутреннего сгорания»

С о с т а в и т е л и:
ГЕРШАНЬ Дмитрий Геннадьевич
ПРЕДКО Андрей Владимирович

Редактор *А. С. Мокрушников*
Компьютерная верстка *Н. А. Школьниковой*

Подписано в печать 29.04.2022. Формат 60×84 $^1/_{16}$. Бумага офсетная. Ризография.
Усл. печ. л. 2,79. Уч.-изд. л. 2,18. Тираж 200. Заказ 743.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.