

Синусоидой описываются процессы, относящиеся к гармоническим колебаниям, например движения маятника в часах или звуковые волны. Синусоидой также является проекция на плоскость трехмерной спирали, например, скрученного провода

Следующая трансцендентная кривая – циклоида (рис.1). Циклоида является траекторией точки, принадлежащей окружности, которая перемещается по прямой линии. В декартовой системе координат уравнение имеет вид:

$$x = r \arccos \frac{r-y}{r} - \sqrt{2ry - y^2} \quad (2)$$

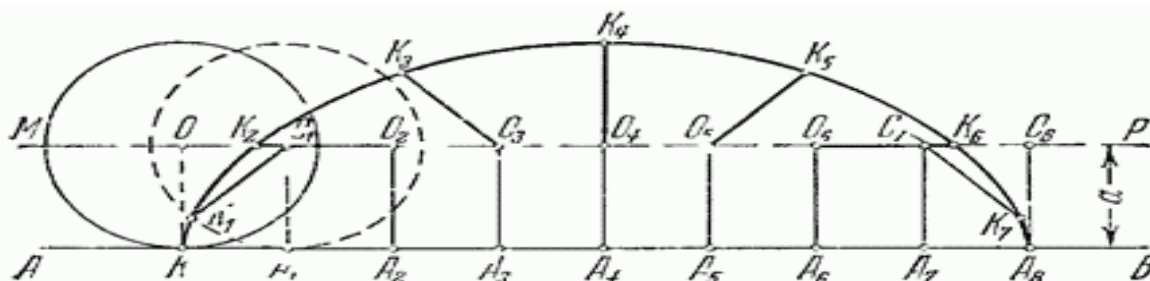


Рис. 1. График циклоиды

Механизмы, которые при работе совершают равномерное, вращательное и поступательное движения, описываются циклоидальными кривыми. Период колебаний циклоидного маятника не зависит от амплитуды. Этим фактом воспользовался Гюйгенс при создании точных механических часов. Также перевернутая циклоида является кривой скорейшего спуска

Цепная линия является плоской трансцендентной кривой. Это линия, которую принимает однородная гибкая нерастяжимая тяжелая нить или цепь с закрепленными концами в однородном гравитационном поле.

В декартовой системе координат цепная линия задается уравнением

$$y = \frac{a}{e} \left( e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right) \quad (3)$$

Перевернутая цепная линия испытывает только деформацию сжатия, и не испытывает деформацию излома, поэтому ее форма является наилучшей для построения арок.

Мыльная пленка, натянутая на два кольца, принимает форму катеноида – поверхности, которая возникает в результате вращения цепной линии. Такая поверхность, проходящая через две окружности, имеет минимальную площадь.

#### Литература

1. Академик [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://dic.academic.ru/dic.nsf/tuwiki/95015>. – Дата доступа: 15.03.2022.
2. Исследовательский проект «Трансцендентные кривые» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://pandia.ru/text/78/051/7589.php>. – Дата доступа: 15.03.2022.

УДК 517.37

### ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ОСТРОГРАДСКОГО-ГАУССА

Студент гр. 11307121 Прокопенко Н.А.

Кандидат техн. наук, доцент Бокуть Л.В.

Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь

Теорема о дивергенции, известная как теорема Остроградского-Гаусса, широко применяется в математике, физике и технике, особенно в области электростатики и гидродинамики.

В математическом анализе с помощью теоремы Остроградского-Гаусса можно вычислить поток векторного поля через поверхность окрестности по внешним направлениям или дивергенцию. Теорема Остроградского-Гаусса говорит о том, что при рассмотрении общего потока, генерируемого внутри объема  $V$ , выполняется равенство:

$$\iiint \operatorname{div} F dV = \iint (F, n) dS. \quad (1)$$

Тройной интеграл от дивергенции векторного поля, распространенный по объему  $V$ , равен потоку вектора через поверхность. Эту формулу можно записать в таком виде:

$$\int \left( \frac{dP}{dx} + \frac{dQ}{dy} + \frac{dR}{dz} \right) d\omega = \int (P \cos \alpha + Q \cos \beta + R \cos \gamma) ds, \quad (2)$$

где  $d\omega$  и  $ds$  – соответственно дифференциалы объема  $V$  и поверхности  $S$ ;  $P = P(x; y; z)$ ,  $Q = Q(x; y; z)$ ,  $S = S(x; y; z)$  – функции, на которые наложено условие непрерывности в замкнутой области пространства, ограниченной замкнутой гладкой поверхностью. В этой области частные производные первого порядка данных функций также должны быть непрерывны.

В физике теорему Остроградского-Гаусса используют при расчете электростатического поля в случае, когда поле имеет симметрию цилиндрическую, сферическую или плоскую. Поэтому можно сказать, что симметрия и конфигурация поля влияют на результативность применения теоремы. Необходимо, чтобы характеристики поля удовлетворяли требованиям:

- заряженное тело должно быть окружено простой замкнутой поверхностью;
- вычисление потока вектора напряженности  $E$  сводится к умножению  $E$  на площадь поверхности  $S$  или ее части.

Поток вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность в вакууме равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на  $\epsilon_0$ :

$$\Phi = \oint (E dS) = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_i. \quad (3)$$

Иными словами, теорема устанавливает точное соотношение между потоком напряженности электрического поля через замкнутую поверхность и суммарным зарядом внутри этой поверхности.

Если заряд распределен внутри замкнутой поверхности непрерывно с объемной плотностью  $\rho$ , то теорема Остроградского-Гаусса имеет вид:

$$\oint E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho dV. \quad (4)$$

Теорема Остроградского-Гаусса применяется в случаях, если поле обладает следующими характеристиками, иначе она не дает эффективного решения задачи:

1. Поле, созданное бесконечно длинным заряженным цилиндром.
2. Поле объемного заряженного шара.
3. Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости.
4. Поле, созданное заряженной сферической поверхностью.
5. Поле, созданное двумя цилиндрическими поверхностями, заряженными одинаковыми разноименными зарядами.
6. Поле, созданное двумя разноименными заряженными плоскостями (бесконечно большими).

#### Литература

1. The Univerlib [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://univerlib.com/mathematical\\_analysis/field\\_theory/ostrogradsky\\_gauss\\_formula/](https://univerlib.com/mathematical_analysis/field_theory/ostrogradsky_gauss_formula/) – Время доступа: 15.03.2022.
2. Студопедия [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://studopedia.ru/6\\_158467\\_teorema-ostrogradskogo-gaussa.html](https://studopedia.ru/6_158467_teorema-ostrogradskogo-gaussa.html). – Время доступа: 15.03.2022.

УДК 621.3.078.4

### ОПТИМАЛЬНОЕ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ УПРАВЛЕНИЕ ДВИГАТЕЛЕМ ПОСТОЯННОГО ТОКА ПРИ НАЛИЧИИ СУХОГО И ВЯЗКОГО ТРЕНИЙ

Магистрант гр. 140811/15 Прокопец С.А.

Кандидат техн. наук Телухин С.В.

Тульский государственный университет, Тула, Россия

Минимальная длительность переходных процессов при отсутствии перерегулирования обеспечивается в оптимальных по быстродействию системах управления. Одним из видов электроприводов постоянного тока являются безредукторные электроприводы.