

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Тракторы»

Ю. Е. Атаманов
В. Н. Плищ

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И АВТОНОМНОГО
ТРАНСПОРТА. КРИВОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Учебно-методическое пособие
для студентов специальности 1-37 01 05
«Электрический и автономный транспорт»

*Рекомендовано учебно-методическим объединением по образованию
в области транспорта и транспортной деятельности*

Минск
БНТУ
2022

УДК 629.43.015/.017(075.8)

ББК 39.83я7

А92

Р е ц е н з е н т ы:

заведующий кафедрой «Тракторы и автомобили» Белорусского
государственного аграрного технического университета,

канд. техн. наук, доцент *Г. И. Гедроить*;

заместитель начальника УКЭР-1 по серийному производству
и трансмиссиям ОАО «Минский тракторный завод»,

канд. техн. наук *В. Г. Ермаленок*

Атаманов, Ю. Е.

А92 Теория электрического и автономного транспорта. Криволинейное движение : учебно-методическое пособие для студентов специальности 1-37 01 05 «Электрический и автономный транспорт» / Ю. Е. Атаманов, В. Н. Плищ. – Минск : БНТУ, 2022. – 152 с.
ISBN 978-985-583-712-2.

В настоящем учебно-методическом пособии представлен теоретический курс по дисциплине «Теория электрического и автономного транспорта». В нем изложены разделы дисциплины, посвященные криволинейному движению электрического и автономного транспорта (электробус, троллейбус, трамвай), рассматривается кинематика поворота, как одиночного двухосного электробуса, так и сочлененного. Криволинейное движение трамвая обеспечивается траекторией рельсового пути. При этом определяются кинематические и динамические параметры криволинейного движения электрического и автономного транспорта. Даны примеры расчета.

Учебно-методическое пособие может использоваться при подготовке к лабораторным работам, при выполнении практических и курсовых работ, дипломных проектов.

УДК 629.43.015/.017(075.8)

ББК 39.83я7

ISBN 978-985-583-712-2

© Атаманов Ю. Е., Плищ В. Н., 2022

© Белорусский национальный
технический университет, 2022

Содержание

Введение.....	4
1. Условия совершения поворота электробусом	5
2. Кинематика поворота электробуса	13
3. Кинематика поворота электробуса с реальной рулевой трапецией.....	39
4. Кинематика движения четырехосного вагона в кривой	49
5. Внешние воздействия на электробус при криволинейном движении	54
6. Определение боковых реакций при криволинейном движении подвижного состава.....	72
7. Определение нормальных реакций опорной поверхности при криволинейном движении	104
8. Уравнения криволинейного движения подвижного состава.....	126
Контрольные вопросы.....	149
Литература	150
Предметный указатель	152

Введение

Криволинейное движение электрического и автономного транспорта является важным эксплуатационным свойством, влияющим на безопасность дорожного движения. Поэтому данное пособие посвящено изучению движения электрического транспорта по криволинейной траектории. В нем рассматриваются условия совершения электробусом и троллейбусом поворотов, а также кинематика криволинейного движения двухосного электробуса с передними и всеми управляемыми колесами, кинематика поворота сочлененного электробуса. Выводятся уравнения, позволяющие определить нормальные и боковые реакции, которые действуют на подвижной состав при криволинейном движении. Криволинейное движение двухосного электробуса с передними управляемыми колесами рассматривается как частый случай криволинейного движения двухосного электробуса со всеми управляемыми колесами. Приводится вывод уравнений криволинейного движения двухосного электробуса со всеми управляемыми колесами и сочлененного электробуса.

Целью данного пособия является оказание помощи студентам в изучении раздела «Криволинейное движение» дисциплины «Теория электрического и автономного транспорта».

Задачей пособия является изучение криволинейного движения электрического и автономного транспорта (электробуса, троллейбуса, трамвая), работающего в различных городских условиях эксплуатации. Освоив теоретический материал, студент должен уметь:

- проводить исследования процесса криволинейного движения электрического и автономного транспорта на механико-математических моделях и анализировать результаты исследований;
- оценивать криволинейное движение электрического транспорта согласно действующим европейским и национальным стандартам, а также техническим регламентам таможенного союза.

В учебном пособии представлены примеры решения задач по определению оценочных параметров электрического и автономного транспорта в случае криволинейного движения на участках дорог и рельсового пути с различными коэффициентами сцепления.

Для облегчения контроля изучаемого материала приведены конкретные примеры расчета критериев криволинейного движения, а в конце каждой главы даются контрольные вопросы.

1. УСЛОВИЯ СОВЕРШЕНИЯ ПОВОРОТА ЭЛЕКТРОБУСОМ

Эффективность использования подвижного состава (ПС) ЭиАТ зависит от совокупности его эксплуатационных свойств, которые проявляются в процессе эксплуатации и обуславливают его пригодность к перевозке пассажиров в городских условиях. Одним из важнейших свойств является его способность совершать повороты в различных условиях городской эксплуатации, что самым непосредственным образом влияет на производительность перевозок пассажиров.

ПС практически все время движется по криволинейной траектории, что обусловлено не только криволинейностью городских улиц, но и условиями движения: перестройкой из одной полосы движения в другую, объезды стоящего транспорта или препятствий, обгоны, изменение направления движения под воздействием боковых сил.

Из курса «Теоретическая механика» известно, что, приложив к поступательно движущейся механической системе силу под углом к направлению ее движения, не проходящую через центр масс, система будет поворачиваться относительно центра масс, а траектория ее перемещения будет криволинейной. Поворот управляемых колес приводит к созданию такой силы, так как при действии на колесо боковой силы вектор его скорости в результате увода или бокового скольжения отклоняется от плоскости вращения. Однако происходит и обратное явление: при движении колеса таким образом, что вектор его скорости не совпадает с плоскостью вращения, возникает боковая реакция. На этом основано направляющее действие управляемых колес, т. е. их способность создавать силы, изменяющие направление движения электробуса и троллейбуса.

Электробусы и троллейбусы совершают криволинейное движение за счет изменения углов между плоскостями вращения передних управляемых колес и их продольными осями посредством воздействия водителя на рулевое управление.

Известно, что в начале поворота колесной машины возникают силы, деформирующие шины передних и задних колес в противоположных направлениях. При этом на передних колесах создаются стабилизирующие моменты, а на задних – дестабилизирующие. Одновременно при входе в поворот возникают центробежные силы, которые увеличивают стабилизирующие моменты на передних ко-

лесам и уменьшают (до нуля) дестабилизирующие моменты, а затем создают стабилизирующие силы на задних колесах. Эти кратковременные импульсы боковых реакций воспринимаются шинами как ударная нагрузка, в определенных условиях способная привести к потере сцепления колес с опорной поверхностью в боковом направлении и к заносу. Следовательно, переменные по величине и направлению боковые реакции, возникающие на задних колесах, усложняют управление колесной машиной со всеми управляемыми колесами в связи с необходимостью постоянно корректировать ее движение и, соответственно, повышенным вниманием водителя.

Криволинейное движение ПС характеризуется изменением во времени положения его продольной и вертикальной осей, а также наличием продольных и, в частности, поперечных ускорений. Способность ПС совершать криволинейное движение оценивается двумя свойствами: управляемостью и устойчивостью движения.

Трамвай движется криволинейно за счет изменения направления рельсового пути, когда реборда колеса тележки упирается в боковину рельса, создавая тем самым направляющую силу, стремящуюся изменить направление движения тележки.

Процесс поворота ПС состоит из трех этапов: вход в поворот, равномерный (установившийся) поворот, выход из поворота. На первом этапе происходит переход от прямолинейного движения к криволинейному с постепенным увеличением кривизны траектории (уменьшением радиуса поворота от бесконечности до радиуса, определенного водителем для первого этапа). Равномерный поворот происходит при постоянном радиусе кривизны (постоянном радиусе поворота, достигнутом в конце первого этапа). При выходе из поворота кривизна траектории постепенно уменьшается (радиус поворота увеличивается от постоянного значения радиуса поворота, установленного во втором этапе, до бесконечности). В некоторых случаях второй этап может отсутствовать.

Условно прямолинейным движением ПС называют движение по траектории с радиусом кривизны более 500 м. При меньшем радиусе кривизны движение считается криволинейным. Эта условность позволяет рассматривать эксплуатационные свойства ПС отдельно как при прямолинейном движении, так и при криволинейном.

На городских перекрестках или на отдельных участках городских дорог радиусы траектории могут составлять 20–25 м, а скорость

движения ПС снижается до 8–10 км/ч. В троллейбусных и трамвайных парках на участках обслуживания ПС радиусы поворота уменьшаются до минимальных, соответствующих конструктивным возможностям ПС, а скорость движения составляет не более 5 км/ч.

Особенность криволинейного движения ПС зависит от его режима движения. Режим движения ПС – это последовательность, особенность и частота воздействия водителя на органы управления в процессе его движения. Режим движения задается в результате субъективной реакции водителя на дорожную обстановку, в которой происходит движение.

Анализ особенностей криволинейного движения городского транспорта позволяет выделить два режима поворотов: 1) с малыми радиусами и невысокими скоростями (характеризует в основном маневренность) и 2) с большими радиусами и высокими скоростями (характеризует управляемость и устойчивость движения).

Одной из характеристик механического движения является траектория. Траектория – это воображаемая линия, по которой движется тело и которая представляет собой множество точек, в которых находилось, находится или будет находиться тело при своем перемещении относительно выбранной системы отсчета. Она является как бы «следом», который оставляет за собой движущееся тело в данной системе отсчета. Траектория позволяет наблюдателю этой системы увидеть все точки, которые последовательно проходит тело во время движения. Например, рельсовый путь указывает траекторию движения трамвая или поезда, которые, проезжая часть городской улицы, повторяют траекторию движения электробусов, троллейбусов и автобусов. В зависимости от формы траектории механическое движение делится на прямолинейное (траектория – прямая линия) и криволинейное (траектория – кривая линия). Разработка уравнений движения тела является одной из задач механики криволинейного движения.

Перемещение – векторная величина (направленный отрезок), соединяющий начальную и конечную точку положения тела. Оно характеризует изменение положения тела с течением времени относительно выбранной системы отсчета. Путь – скалярная величина, равная длине траектории. Путь всегда больше или равен модулю перемещения и не может быть отрицательным. Скорость – векторная физическая величина, характеризующая быстроту перемещения и направление движения тела относительно выбранной системы от-

счета. По определению она равна производной радиус-вектора тела по времени. Скоростью также называют скалярные величины – либо модуль вектора скорости, либо алгебраическую скорость тела, т. е. проекцию этой скорости на касательную к траектории тела. Ускорение – физическая величина, определяющая быстроту изменения скорости тела, т. е. первая производная от скорости по времени или вторая производная от перемещения по времени. Ускорение является векторной величиной, показывающей, насколько изменяется вектор скорости тела при его движении за единицу времени.

Движение твердого тела складывается из поступательного движения какой-либо его точки (например, центра масс) и вращательного движения вокруг этой точки. При движении ПС обычно определяют траекторию движения его центра масс. Траектории других точек находят, используя их координаты по отношению к центру масс.

Траектория движения электробуса изменяется либо по желанию водителя, либо под действием внешних возмущений. В первом случае криволинейное движение называется поворотом электробуса. Свойство ПС совершать повороты с минимальными радиусами траектории называется поворотливостью. Радиус поворота электробуса является одним из основных показателей его поворотливости. Так, чем меньше радиус поворота, тем лучшей поворотливостью обладает электробус.

Различают радиус поворота R и радиус траектории ρ . Радиус поворота – расстояние от мгновенного центра поворота до продольной оси подвижного состава. Мгновенный центр поворота при криволинейном движении изменяет свое положение на местности ($R = \text{var}$) или находится в неподвижной точке при круговом движении ($R = \text{const}$). Радиус кривизны траектории – расстояние от мгновенного центра поворота до центра масс ПС.

При изучении кинематики криволинейного движения кроме траектории центра масс ПС рассматривается движение его продольной и вертикальной осей, проходящих через центр масс. Угол β между проекцией продольной оси ПС на опорную поверхность и осью абсцисс неподвижной системы координат называют курсовым углом.

Изучая плоское криволинейное движение ПС, не учитывают параметры подвески, а его положение определяют координатами центра масс в неподвижной системе координат и курсовым углом. Для сочлененных машин принимают во внимание повороты звеньев от-

носителем первого ведущего звена. При криволинейном движении силы инерции вызывают наклоны кузова ПС на рессорах и изменяют распределение реакций опорной поверхности на колеса. Это может оказать существенное влияние на поворот ПС и поэтому должно учитываться при определении предельных значений и характеристик поворота.

Исследование криволинейного движения ПС осуществляется с целью определения кинематических параметров траектории, скорости и ускорения ПС или определения параметров и характеристик взаимодействия подвижного состава с внешней средой.

Будем называть плоскость симметрии обода колеса, перпендикулярную оси его вращения, плоскостью вращения, точку пересечения оси вращения с плоскостью вращения – центром колеса, а скорость перемещения этой точки v_k – скоростью колеса.

Таким образом, подвижной состав городского электрического транспорта в основном движется по криволинейной траектории с переменной скоростью. Исследование криволинейного движения производится с целью определения его кинематических и динамических параметров, которые сравниваются с нормативными показателями.

Рассмотрим процесс поворота двухосного электробуса, у которого задняя ось – ведущая, а передние колеса управляемые. При разработке расчетной схемы поворота такого электробуса примем следующие допущения: поворот совершается с малой скоростью, когда силами инерции можно пренебречь; электробус движется по ровной горизонтальной площадке, следовательно, вертикальные колебания масс отсутствуют; колеса абсолютно жесткие в боковом направлении; боковое скольжение колес отсутствует; в ведущей оси применен простой конический дифференциал, который делит подведенный к его корпусу момент пополам, т. е. на ведущих колесах развиваются одинаковые силы тяги, и отсутствует разворачивающий момент от их несоответствия. При таких допущениях электробус можно рассматривать как твердое тело, совершающее плоское движение, на которое действуют внешние силы – продольные R_x и поперечные R_y реакции дороги.

В принятых условиях движения взаимодействие ведущих колес с дорогой определяется только продольными реакциями, воздействующими на внутреннее $R_{x2в}$ и наружное $R_{x2н}$ задние колеса. Боковые реакции задних не управляемых колес $R_{y2н}$ и $R_{y2в}$ равны нулю.

Так как реакции на внутреннем и наружном задних колеса равны $R_{x2в} = R_{x2н}$, поместим в центре задней оси (точка В) сумму этих реакций $R_{x2} = F_k = R_{x2в} + R_{x2н}$, которая является силой тяги F_k ведущих задних колес $\vec{F}_{тол2} = \vec{R}_{x2} = \vec{F}_k$ (рис. 1.1). Сила тяги задней оси $\vec{F}_{тол2}$ обеспечивает преодоление сопротивления движению электробуса, в том числе и сопротивления качению передней оси \vec{F}_{f1} .

Перенесем силу $\vec{F}_{тол2}$ в точку А (сердину передней управляемой оси) и разложим ее на две составляющие: силу \vec{F}_{x1} , направленную под средним углом поворота управляемых колес α к продольной оси электробуса, и силу \vec{F}_{y1} , перпендикулярную силе \vec{F}_{x1} . Сила \vec{F}_{x1} уравнивается равнодействующей продольных реакций дороги на управляемые колеса \vec{R}_{x1} , а сила \vec{F}_{y1} – равнодействующей поперечных реакций \vec{R}_{y1} . Следовательно, \vec{F}_{x1} – толкающая сила ведомых управляемых колес, а \vec{F}_{y1} – боковая сила.

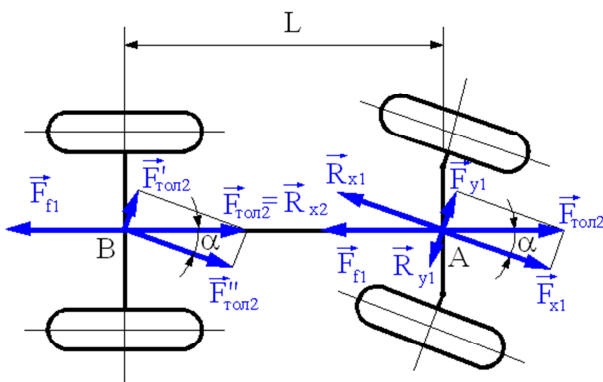


Рис. 1.1. Внешние воздействия на двухосный электробус при повороте с малой скоростью и без учета увода колес

Разложим силу $\vec{F}_{тол2}$, приложенную в точке В, на две составляющие: силу $\vec{F}'_{тол2}$, параллельную силе \vec{R}_{y1} , и силу $\vec{F}''_{тол2}$, параллельную силе \vec{R}_{x1} . Видно, что силы \vec{R}_{y1} , $\vec{F}'_{тол2}$ и \vec{R}_{x1} , $\vec{F}''_{тол2}$ попарно

равны по модулю и противоположны по направлению. Следовательно, названные силы образуют две пары сил. Пара сил \vec{R}_{y1} и $\vec{F}''_{\text{тол}2}$ создает момент $M_{\Pi} = R_{y1}L \cos \alpha$, стремящийся повернуть электробус в направлении поворота управляемых колес, поэтому его называют поворачивающим моментом. Он обусловлен поперечной реакцией дороги на управляемые колеса \vec{R}_{y1} . Момент пары сил \vec{R}_{x1} и $\vec{F}''_{\text{тол}2}$ направлен противоположно поворачивающему моменту. Этот момент называют моментом сопротивления повороту. Он равен сумме моментов сопротивления повороту всех колес электробуса. При равномерном повороте (угловая скорость постоянна $\omega = \text{const}$) эти моменты уравниваются.

Чтобы управляемые колеса передней оси катились в направлении своих продольных плоскостей вращения, необходимо выполнение двух условий:

1) создание толкающего усилия \vec{F}_{x1} , способного преодолеть сопротивление качению передних колес \vec{F}_{f1} ;

2) отсутствие скольжения колес.

Эти условия описываются неравенствами:

$$F_{x1} \geq \frac{M_{f1}}{r_{\text{ко}}}, \quad (1.1)$$

$$\sqrt{R_{x1}^2 + R_{y1}^2} \leq \phi R_{z1}. \quad (1.2)$$

Нарушение условия (1.2) приводит к скольжению управляемых колес относительно дороги. Скольжение происходит как в продольной плоскости колес, так и в поперечной. Поэтому коэффициент сцепления ϕ в выражении (1.2) должен учитывать сцепные свойства колеса в обоих направлениях, т. е. учитывать коэффициенты сцепления в продольном ϕ_x и поперечном ϕ_y направлениях. Обычно эти коэффициенты сцепления изменяются по эллиптическому закону с осями эллипса ϕ_x и ϕ_y . Однако в практических расчетах этим различием пренебрегают, считая $\phi_y = \phi_x = \phi$.

Принимая во внимание, что $F_{\text{тол2}} = F_{f1} = \sqrt{R_{x1}^2 + R_{y1}^2}$, $F_{x1} = F_{\text{тол2}} \cos \alpha$, $M_{f1} = fR_{z1}r_{\text{ко}}$, и используя неравенства (1.1) и (1.2), находим условие качения ведомых управляемых колес без скольжения при криволинейном движении двухосного электробуса с задней ведущей осью

$$\alpha \leq \arccos \frac{f}{\varphi}. \quad (1.3)$$

Из выражения (1.3) следует, что на максимальный угол поворота управляемых колес α влияют коэффициенты сопротивления качению f и сцепления φ их с дорогой. Чем больше коэффициент сопротивления качению и меньше коэффициент сцепления, тем на меньший угол α можно повернуть управляемые колеса, чтобы не допустить их скольжения. Если неравенство (1.3) не выполняется, управляемые колеса будут скользить в направлении толкающей силы $\vec{F}_{\text{тол2}}$, и либо поворот электробуса будет совершаться не по требуемой траектории, либо электробус не будет поворачиваться вообще. На скользкой дороге отношение f/φ значительно возрастает, и управляемость электробуса ухудшается.

Определим соотношение между необходимым толкающим усилием передней оси $\vec{F}_{\text{тол2}}$ и моментом сопротивления качению передних колес M_{f1} , обеспечивающее их качение без скольжения:

$$F_{\text{тол2}} = \frac{M_{f1}}{r_{\text{ко}} \cos \alpha}.$$

Из формулы видно, что с увеличением угла поворота управляемых колес необходимое толкающее усилие должно возрастать.

При повороте электробуса с большой скоростью центробежная сила инерции может вызвать боковое скольжение колес, на которое влияют как поперечные, так и продольные реакции. Поэтому при интенсивном торможении электробуса, когда полностью использованы сцепные свойства передних управляемых колес, поворот его становится невозможным и наступает потеря управляемости. Направ-

ление движения электробуса в этом случае не зависит от угла поворота управляемых колес, а определяется внешними воздействиями (неровностями и поперечным уклоном дороги, боковым ветром) и силой инерции.

Таким образом, электробус может совершать поворот на дорогах, состояние покрытия которых обеспечивает косинус отношения коэффициента сопротивления качению к коэффициенту сцепления большего угла поворота управляемых колес.

2. КИНЕМАТИКА ПОВОРОТА ЭЛЕКТРОБУСА

Криволинейное движение подвижного состава в условиях эксплуатации является превалирующим, так как движение даже на прямолинейных участках дорог сопровождается некоторыми поворотами управляемых колес электробуса для поддержания желаемого направления его движения и объезда возникающих на пути препятствий. Значительную часть своего пробега электробус движется по дугам окружностей большого радиуса ($v = \text{var}$, $\alpha = \text{var}$). Такое движение называется неустановившимся движением, в отличие от прямолинейного ($v = \text{const}$, $\alpha = 0$) или кругового движения ($v = \text{const}$, $\alpha = \text{const}$, но больше нуля) с установившейся скоростью, которое называют установившимся движением.

По данным проф. А. С. Литвинова, в большинстве случаев криволинейное движение автомобиля происходит с углами поворота управляемых колес в пределах $10\text{--}15^\circ$. По данным других исследователей, повороты автомобилей в городских условиях совершаются с радиусами, лежащими в диапазоне от 8 до 20 м.

Двухосный электробус с передними управляемыми колесами. Рассмотрим вначале кинематику поворота двухосного электробуса с передними управляемыми колесами без учета явления бокового увода. Считаем, что поворот происходит без скольжения колес. В этом случае векторы скоростей центров всех колес \vec{v}_{ki} должны лежать в плоскости их вращения. Следовательно, управляемые колеса должны быть повернуты на такие углы, при которых перпендикуляры к плоскости вращения колес пересекутся в одной точке – мгновенном центре скоростей. Эта точка называется мгновенным центром поворота электробуса.

На рис. 2.1 показана схема поворота двухосного электробуса при качении колес без бокового увода. Мгновенный центр поворота находится в точке O_T на продолжении оси неуправляемых задних колес. Кроме того, из рис. 2.1 видно, что управляемые наружное и внутреннее колеса, для обеспечения качения их с единым мгновенным центром поворота, должны поворачиваться на разные углы.

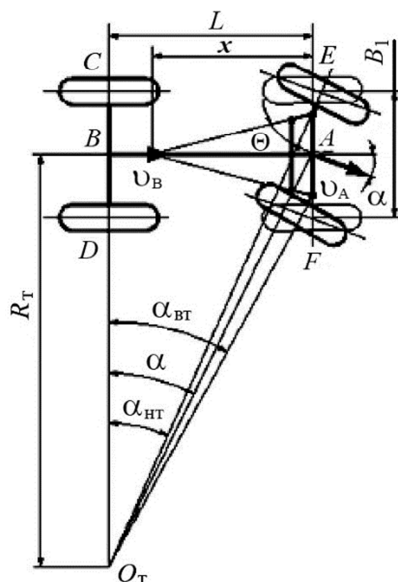


Рис. 2.1. Схема поворота двухосного электробуса с передними управляемыми колесами без учета бокового увода

Найдем зависимость между углами поворота управляемых колес, которая обеспечивает качение передних управляемых колес на повороте без бокового скольжения (теоретические углы поворота). Для этого обратимся к расчетной схеме поворота электробуса, рис. 2.1. Из прямоугольного треугольника ECO_T можем записать теоретический угол поворота наружного управляемого колеса $\alpha_{нт}$:

$$\operatorname{tg}\alpha_{нт} = \frac{L}{R_T + 0,5B_1},$$

где B_1 – колея передних колес.

Откуда

$$\alpha_{\text{HT}} = \text{arctg} \frac{L}{R_{\text{T}} + 0,5B_1}. \quad (2.1)$$

А из прямоугольного треугольника FDO_{T} – теоретический угол поворота внутреннего колеса α_{BT} :

$$\text{tg} \alpha_{\text{BT}} = \frac{L}{R_{\text{T}} - 0,5B_1}.$$

Откуда

$$\alpha_{\text{BT}} = \text{arctg} \frac{L}{R_{\text{T}} - 0,5B_1}. \quad (2.2)$$

Полученные выражения позволяют определить теоретические углы поворота управляемых колес при известных параметрах электробуса (L , B_1), при которых управляемые колеса будут катиться без бокового скольжения, а продолжения их осей будут пересекаться в мгновенном центре поворота O_{T} , расположенном на продолжении задней оси.

Найдем, какими должны быть соотношения между углами поворота наружного α_{HT} и внутреннего α_{BT} колес, чтобы они катились без скольжения. Из треугольников ECO_{T} и FDO_{T} (рис. 2.1) находим

$$\text{ctg} \alpha_{\text{HT}} = \frac{CO_{\text{T}}}{CE}; \quad \text{ctg} \alpha_{\text{BT}} = \frac{DO_{\text{T}}}{DF}.$$

Вычитая из первого равенства второе и учитывая, что $CE = DF = L$, а $CO_{\text{T}} - DO_{\text{T}} = B_1$, получим

$$\text{ctg} \alpha_{\text{HT}} - \text{ctg} \alpha_{\text{BT}} = \frac{B_1}{L}, \quad (2.3)$$

где B_1 – колея передних управляемых колес электробуса.

Однако в практике расчетов кинематических параметров поворота электробуса используют не углы поворота наружного α_{H} и внутреннего α_{B} колес, а средний угол поворота управляемых колес α (рис. 2.1).

Определим соотношение углов поворота наружного α_n и среднего угла поворота управляемых колес α , а также соотношение углов поворота внутреннего α_v и среднего угла поворота управляемых колес α , обеспечивающее их качение без бокового скольжения и пересечение продолжения осей управляемых колес в мгновенном центре поворота O_T .

Воспользовавшись кинематической схемой рис. 2.1, можем записать:

$$\frac{L}{\operatorname{tg}\alpha_T} = \frac{L}{\operatorname{tg}\alpha_{HT}} - 0,5B_1 \quad \text{и} \quad \frac{L}{\operatorname{tg}\alpha_T} = \frac{L}{\operatorname{tg}\alpha_{BT}} + 0,5B_1. \quad (2.4)$$

После несложных преобразований выражения (2.4) примут вид:

$$\operatorname{ctg}\alpha_{HT} - \operatorname{ctg}\alpha_T = \frac{1}{2} \cdot \frac{B_1}{L}; \quad (2.5)$$

$$\operatorname{ctg}\alpha_T - \operatorname{ctg}\alpha_{BT} = \frac{1}{2} \cdot \frac{B_1}{L}. \quad (2.6)$$

Выражения (2.5) и (2.6) по своей структуре похожи на выражение (2.3). Они говорят о том, что разность котангенсов угла поворота наружного колеса и среднего угла поворота, а также разность котангенсов среднего угла поворота и угла поворота внутреннего колеса – величины постоянные, равные половине колеи передних колес, деленную на базу электробуса. Замечаем, что в выражениях (2.5) и (2.6) правые части равны, значит должны быть равны и левые части этих выражений. Приравняв их, после преобразования получаем соотношение

$$\operatorname{ctg}\alpha_T = \frac{\operatorname{ctg}\alpha_{HT} + \operatorname{ctg}\alpha_{BT}}{2}. \quad (2.7)$$

Выражение (2.7) раскрывает смысл, почему угол α называют средним углом поворота управляемых колес.

Теперь получим выражения, позволяющие определить средний угол поворота управляемых колес от угла поворота наружного и внутреннего колес. Из выражений (2.4) найдем искомые зависимости:

$$\alpha_T = \operatorname{arctg} \frac{L \operatorname{tg} \alpha_{\text{HT}}}{L - 0,5 B_1 \operatorname{tg} \alpha_{\text{HT}}}; \quad (2.8)$$

$$\alpha_T = \operatorname{arctg} \frac{L \operatorname{tg} \alpha_{\text{BT}}}{L + 0,5 B_1 \operatorname{tg} \alpha_{\text{BT}}}. \quad (2.9)$$

Эти выражения позволяют найти средний угол поворота управляемых колес, если известен один из углов поворота наружного или внутреннего колес.

Электробус со всеми управляемыми колесами. Для улучшения показателей маневренности электробуса иногда применяют схему с передними и задними управляемыми колесами. Известно, что при повороте колеса, особенно на неподвижном электробусе, возникает момент сопротивления его повороту, который зависит от многих факторов, в том числе и от площади контакта колеса с дорогой. Поэтому для уменьшения момента сопротивления повороту на колесах управляемой оси применяют односкатную ошиновку. На двухосных электробусах средней пассажировместимости со всеми управляемыми колесами иногда применяют разные шины: на передних колесах – обычные, на задних – широкопрофильные. Это позволяет несколько повысить нагрузку на заднюю ось по сравнению с осью, на которой применены обычные шины.

Кинематика поворота электробуса с передними и задними управляемыми колесами показана рис. 2.2. Определим кинематические параметры поворота электробуса со всеми управляемыми колесами, предполагая, что на электробусе передняя и задняя рулевые трапеции идеальны.

Для расчета теоретического радиуса поворота (без учета увода) электробуса получаем два выражения:

$$R_T = \frac{L_1}{\operatorname{tg} \alpha_1} \quad \text{и} \quad R_T = \frac{L_2}{\operatorname{tg} \alpha_2}. \quad (2.10)$$

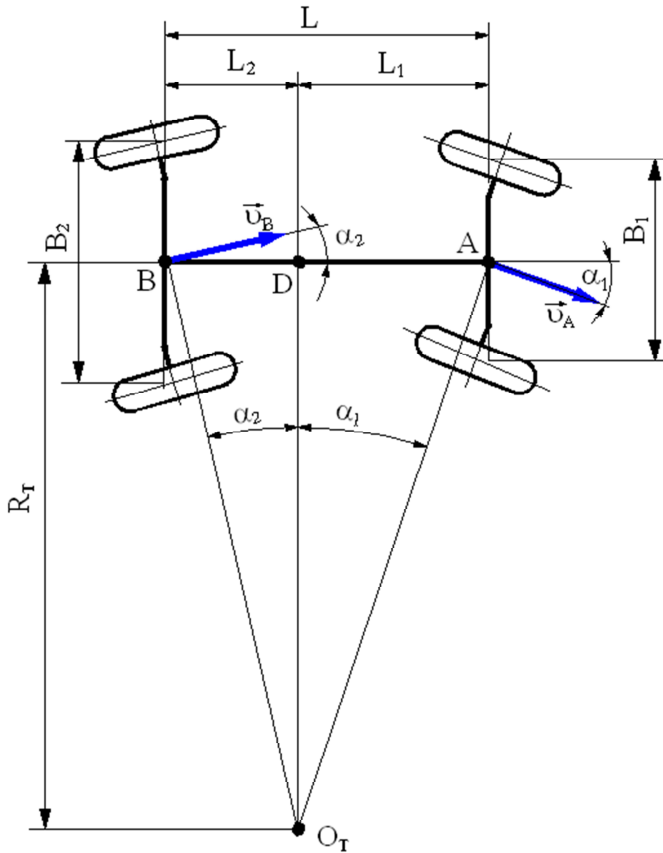


Рис. 2.2. Схема поворота двухосного электробуса с передними и задними управляемыми колесами без учета бокового увода

Решим выражения (2.10) относительно теоретического радиуса поворота электробуса со всеми управляемыми колесами:

$$R_T \operatorname{tg} \alpha_2 = L - L_1.$$

Учитывая, что $L_1 = R_T \operatorname{tg} \alpha_1$, можно записать

$$R_T \operatorname{tg} \alpha_2 = L - R_T \operatorname{tg} \alpha_1.$$

Откуда

$$R_T = \frac{L}{\operatorname{tg}\alpha_1 + \operatorname{tg}\alpha_2}. \quad (2.11)$$

Из выражения (2.11) видно, что теоретический радиус R_T поворота электробуса со всеми управляемыми колесами зависит как от его базы L , так и от средних углов поворота колес передней α_1 и задней α_2 осей. Кроме того, из этого выражения следует, что теоретический радиус поворота электробуса со всеми управляемыми колесами меньше, чем радиус поворота электробуса с передними управляемыми колесами при одинаковой базе.

Так как в выражениях (2.10) равны левые части, то должны быть равны и правые части. Приравняем правые части этих выражений и запишем новое соотношение в следующем виде:

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{tg}\alpha_2}.$$

Заметим, что $L_2 = L - L_1$ и, обозначив отношения тангенсов $\operatorname{tg}\alpha_1/\operatorname{tg}\alpha_2$ через k_{tg} , после преобразования получаем выражение для определения расстояния L_1

$$L_1 = \frac{k_{\operatorname{tg}}}{1 + k_{\operatorname{tg}}} L. \quad (2.12)$$

Следовательно, зная средние углы поворота передних и задних управляемых колес, например, максимальные углы, по выражению (2.12) находится расстояние L_1 , а затем и теоретический радиус поворота R_T . Внешние и внутренние углы поворота колес передней и задней осей определяем по формулам (2.1) и (2.2), подставляя вместо L соответственно L_1 или L_2 .

Рулевая трапеция. Чтобы управляемые колеса поворачивались на разные углы в соответствии с равенством (2.3), на колесных машинах применяется рулевая трапеция (рис. 2.1 и рис. 2.3). Рулевая трапеция состоит из двух наклонных под углом θ к продольной оси машины рулевых рычагов и поперечной тяги.

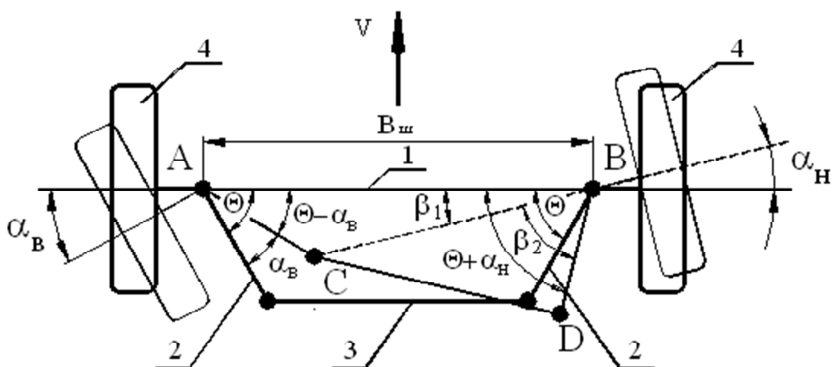


Рис. 2.3. Расчетная схема четырехзвенной неразрезной трапеции:
 1 – балка переднего моста; 2 – рулевые рычаги;
 3 – поперечная тяга; 4 – управляемые колеса

Рулевая трапеция, которая обеспечивает выполнение условия (2.3) получила название идеальной трапеции. Основным параметром, определяющим кинематику рулевой трапеции, является угол наклона (установки) рулевых рычагов θ при нейтральном положении управляемых колес ($\alpha = \alpha_H = \alpha_B = 0$) и длины рулевых рычагов l_p , а также оснований трапеции (большого – шарнирная база $B_{ш}$, меньшего – длина поперечной тяги $l_{п.т}$), согласно рис. 2.3. Длина рычагов ограничена условиями компоновки машины. В существующих конструкциях $l_p = (0,16 \dots 0,25)B_1$, где B_1 – колея передних управляемых колес. Углы наклона рулевых рычагов выбираются таким образом, чтобы в положении, соответствующем прямолинейному движению машины, их осевые линии пересекались в одной точке на ее продольной оси (точка E , рис. 2.4). При этом значение расстояния x принимают в пределах $x = (0,7-0,9)L$. В этом случае угол наклона рулевых рычагов будет равен

$$\theta = \arctg \left[(1,4 \dots 1,8) \frac{L}{B_1} \right].$$

Точность кинематики рулевой трапеции проверяется графическим или аналитическим методами. При этом определяют зависимость между углами поворотов наружного и внутреннего колес при

выбранных параметрах рулевой трапеции. Полученные значения углов поворота управляемых колес сравнивают с условием (2.3). Если получаются большие расхождения, изменяют параметры рулевой трапеции (углы установки рулевых рычагов и их длину).

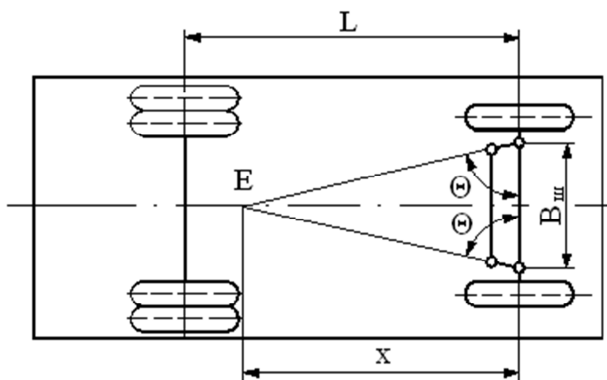


Рис. 2.4. Схема для определения углов установки рулевых рычагов

Максимальные углы поворота внутренних управляемых колес достигают $42\text{--}45^\circ$. Рулевая трапеция при изменении углов поворота управляемых колес в таких широких пределах не обеспечивает точного выполнения равенства (2.3) во всем диапазоне их поворота. Несоответствие углов поворота управляемых колес условию (2.3) компенсируется боковой деформацией шин и их боковым скольжением на поворотах с малыми радиусами поворота. При этом возрастают затраты энергии на качение и увеличивается износ шин. Поэтому в процессе проектирования системы рулевого управления электробусов и троллейбусов необходимо осуществлять поиск оптимальных значений параметров рулевой трапеции, при которых обеспечивается наилучшее соответствие углов поворота управляемых колес условию (2.3).

Каждый криволинейный участок дороги можно представить, как соприкасающиеся дуги окружностей различных радиусов, которые могут быть построены в любой точке дороги. Поэтому движение электробуса по криволинейному участку дороги рассматривают в каждый момент времени как движение по дуге некоторой окружности. Величина мгновенного радиуса поворота и положение

ние центра поворота этой окружности зависят от точки, в которой находится электробус.

Пусть известно направление скоростей средин передней v_A и задней v_B осей (точки A и B) двухосного электробуса, рис. 2.1. При отсутствии увода или бокового скольжения направление скоростей каждого из колес совпадает с плоскостями их вращения. У неуправляемых задних колес эти плоскости параллельны продольной оси электробуса AB , поэтому направление скорости v_B совпадает с продольной осью, а направление скорости v_A составляет с продольной осью AB угол α_{cp} (средний угол поворота управляемых колес).

Теоретическим радиусом поворота электробуса R_T называется расстояние от мгновенного центра поворота O_T до продольной его оси AB без учета увода колес (рис. 2.1). Определим зависимость теоретического радиуса поворота от углов поворота управляемых колес. Из треугольника ABO_T (рис. 2.1) находим

$$R_T = \frac{L}{\operatorname{tg}\alpha_{cp}}, \quad (2.13)$$

где α_{cp} – средний угол поворота управляемых колес; в первом приближении можно принять равным $\alpha_{cp} = (\alpha_n + \alpha_b)/2$.

При движении электробуса с повышенными скоростями на повороте возникают боковые составляющие сил инерции и боковые силы, действующие на колеса. Поэтому колеса начинают катиться с боковым уводом. В общем случае углы увода колес одной оси различны. Однако во многих случаях без существенной ошибки можно принимать, что колеса одной оси имеют одинаковые углы увода $\psi_i = (\psi_{in} + \psi_{ib})/2$. В таком случае угол увода ψ_i называют углом увода i -й оси (моста).

Кинематика двухосного электробуса с передними управляемыми колесами с учетом увода шин. При появлении бокового увода векторы скоростей колес их центров \vec{v}_i не лежат в плоскости вращения колес, а отклоняются в сторону действия боковых сил на углы увода: скорость передних колес \vec{v}_A на угол ψ_1 , скорость задних колес \vec{v}_B – на угол ψ_2 , как показано на рис. 2.5.

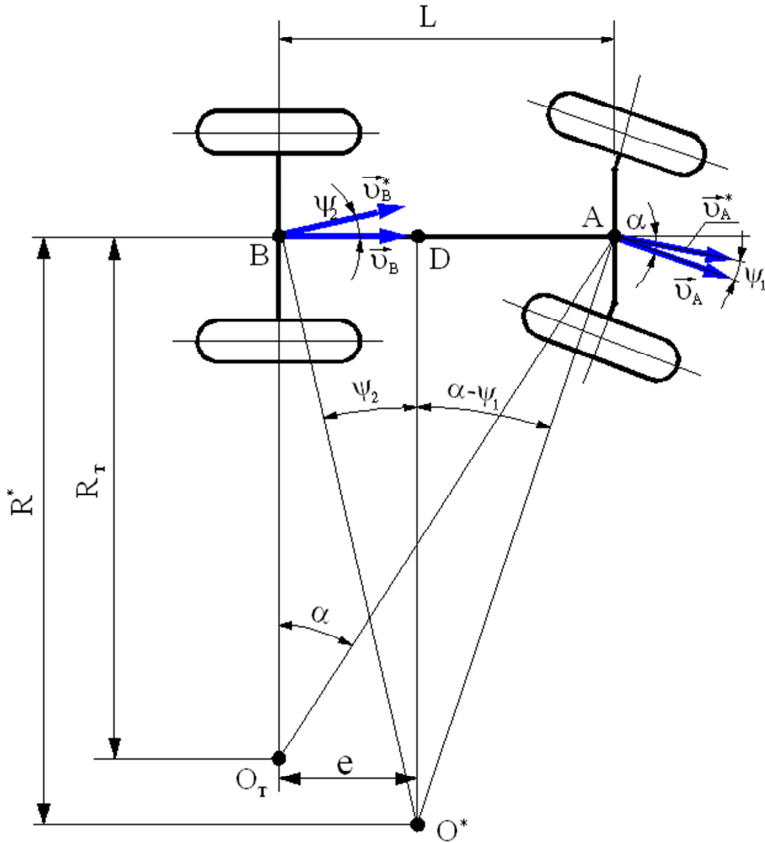


Рис. 2.5. Схема поворота двухосного электробуса с передними управляемыми колесами с учетом бокового увода

Мгновенный центр поворота электробуса перемещается из точки O_T в точку O^* на расстояние $BD = e$. Это расстояние называют смещением центра поворота, а величина радиуса поворота изменяется и становится равной расстоянию $R^* = O^*D$, где O^*D – длина перпендикуляра, опущенного из точки O^* на продольную ось электробуса. В зависимости от соотношения углов увода колес передней и задней осей действительный радиус поворота R^* электробуса может быть меньше теоретического радиуса R_T поворота при $\psi_1 < \psi_2$ или больше его при $\psi_1 > \psi_2$.

Векторы скоростей точек A и B без учета бокового увода колес обозначены \vec{v}_A и \vec{v}_B , а при уводе – \vec{v}_A^* и \vec{v}_B^* . Новое положение точки O^* находится на пересечении перпендикуляров к векторам \vec{v}_A^* и \vec{v}_B^* .

Определим радиус R^* поворота электробуса при качении колес с уводом. Из рис. 2.5 находим

$$AD = R^* \operatorname{tg}(\alpha - \psi_1); \quad BD = R^* \operatorname{tg}\psi_2. \quad (2.14)$$

Так как $L = AD + BD$, то

$$R^* = \frac{L}{\operatorname{tg}(\alpha - \psi_1) + \operatorname{tg}\psi_2}. \quad (2.15)$$

В дальнейшем при учете увода индекс «*» при переменных будем опускать.

Углы увода обычно не превышают $5\text{--}10^\circ$, и углы поворота управляемых колес при высоких скоростях движения также невелики. Поэтому выражение (2.15) записывается в упрощенном виде:

$$R = \frac{L}{\alpha + (\psi_2 - \psi_1)}. \quad (2.16)$$

Подставляя значение радиуса R^* из (2.15) в (2.14), находим смещение центра поворота

$$e = \frac{L \operatorname{tg}\psi_2}{\operatorname{tg}(\alpha - \psi_1) + \operatorname{tg}\psi_2}. \quad (2.17)$$

Угловая скорость поворота электробуса $\omega = v_D/R$. Поскольку OD – перпендикуляр к продольной оси электробуса, то скорость v_D направлена по продольной оси и является скоростью электробуса, которую обозначим v . Тогда:

$$\omega = v/R = v \left[\operatorname{tg}(\alpha - \psi_1) + \operatorname{tg}\psi_2 \right] / L. \quad (2.18)$$

Углы увода колес обычно не превышают 5–10°, а углы поворота управляемых колес при высоких скоростях движения также невелики. Поэтому в таких случаях выражение (2.17) можно упростить:

$$e = R\psi_2.$$

Если пренебречь явлением увода колес, то радиус поворота станет равным теоретическому радиусу поворота, а смещение центра поворота будет отсутствовать $e = 0$. Следовательно, при отсутствии увода мгновенный центр поворота лежит, как и указывалось выше, на продолжении осей задних колес электробуса.

Из сравнения формул для определения кинематических параметров поворота (R , e и ω) без учета и с учетом увода видно, что в первом случае эти величины при заданной базе электробуса L однозначно определяются средним углом поворота управляемых колес $\alpha_{\text{ср}}$. Во втором случае они зависят и от разности углов увода передней и задней осей ($\psi_2 - \psi_1$). Величина и знак этой разности является результатом действующих на передние и задние колеса электробуса боковых сил, а также коэффициентов сопротивления уводу этих колес.

Кинематика двухосного электробуса со всеми управляемыми колесами с учетом увода шин. При появлении бокового увода векторы центров скоростей колес \vec{v}_i не лежат в плоскости вращения колес, а отклоняются в сторону действия боковых сил на углы увода: скорость передних колес \vec{v}_A на угол ψ_1 , скорость задних колес \vec{v}_B – на угол ψ_2 , как показано на рис. 2.6.

Получим выражение для определения действительного радиуса поворота двухосного электробуса со всеми управляемыми колесами с учетом увода шин. Из кинематики поворота электробуса рис. 2.6 можем записать:

$$\operatorname{tg}(\alpha_1 - \psi_1) = \frac{L_1^*}{R} \quad \text{и} \quad \operatorname{tg}(\alpha_2 + \psi_2) = \frac{L_2^*}{R} = \frac{L - L_1^*}{R}.$$

Решаем полученные выражения относительно радиуса поворота

$$R = \frac{L}{\operatorname{tg}(\alpha_1 - \psi_1) + \operatorname{tg}(\alpha_2 + \psi_2)}. \quad (2.19)$$

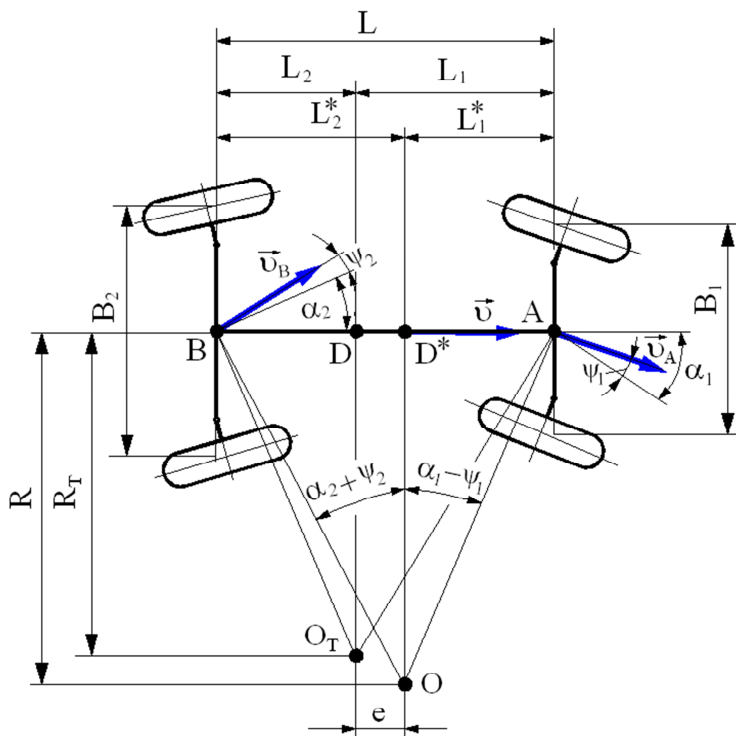


Рис. 2.6. Схема поворота двухосного электробуса со всеми управляемыми колесами с учетом бокового увода

Из полученных выражений можно сделать заключение, что для электробуса со всеми управляемыми колесами проектировать рулевые трапеции следует так: переднюю трапецию как бы для колесной машины, имеющую колесную базу L_1 , заднюю – как бы для колесной машины, имеющую колесную базу L_2 .

Как указывалось выше, углы поворота управляемых колес и углы увода шин при высоких скоростях движения невелики и можно принять, что $\text{tg}(\alpha_i \pm \psi_i) = \alpha_i \pm \psi_i$. Поэтому выражение (2.19) записывается в упрощенном виде:

$$R = \frac{L}{(\alpha_1 + \alpha_2) + (\psi_2 - \psi_1)}. \quad (2.20)$$

Смещение центра поворота электробуса со всеми управляемыми колесами равняется отрезку $DD^* = e$:

$$e = L_2^* - L_2 = R \operatorname{tg}(\alpha_2 + \psi_2) - R_1 \operatorname{tg} \alpha_2. \quad (2.21)$$

Угловая скорость поворота электробуса $\omega = v_D^*/R$

$$\omega = \frac{v}{L} [\operatorname{tg}(\alpha_1 - \psi_1) + \operatorname{tg}(\alpha_2 + \psi_2)], \quad (2.22)$$

где v – скорость электробуса, $v = v_D^*$.

Вектор скорости электробуса v перпендикулярен действительному радиусу поворота R .

Таким образом, при движении электробуса в произвольном криволинейном участке дороги можно считать, что в каждый момент времени он движется по дуге некоторой окружности. Без учета увода шин средний угол поворота управляемых колес однозначно определяет параметры криволинейного движения электробуса. Чтобы управляемые колеса поворачивались на требуемые углы и продолжение их осей пересекались в одной точке на продолжении задней оси, применяется четырехзвенная рулевая трапеция. На кинематические параметры поворота электробуса существенное влияние оказывает увод шин: изменяется радиус поворота, в том числе и минимальный радиус поворота и центр поворота электробуса при уводе шин смещается с продолжения задней оси.

Сочлененный электробус. Кинематика криволинейного движения сочлененного электробуса существенно отличается от кинематики одиночного двухосного электробуса. Особенность заключается в том, что ведущее (первое) звено сочлененного электробуса поворачивается относительно ведомого (второго) звена на некоторый угол в зависимости от угла поворота управляемых колес и условий движения.

Согласно теореме сложения вращений фигуры вокруг параллельных осей, сложное криволинейное движение твердого тела состоит из абсолютного движения в неподвижной системе координат, относительного движения по отношению к шарнирно сочлененному с ним ведущему твердому телу и переносного движения ведущего тела.

Рассмотрим это общетеоретическое положение применительно к сочлененному электробусу простейшей структурной схемы: двухосное ведущее (первое) звено и одноосное ведомое (второе – пассажирский полуприцеп) звено с неуправляемой осью, рис. 2.7. Сочлененный электробус представлен плоской схемой в системе неподвижных координат XOY (система координат XOY на рисунке не показана).

Движение звеньев сочлененного электробуса по отношению к системе координат XOY является абсолютным, и в каждый момент криволинейного движения его ведущее и ведомое звенья имеют свой мгновенный центр поворота: ведущее звено O_1 , ведомое звено – O_2 . Ведомое звено, совершая абсолютное движение вокруг центра O_2 , одновременно перемещается относительно ведущего звена с мгновенным центром в точке сочленения D . При этом между продольными осями звеньев образуется угол складывания γ . Движение же ведущего звена является для ведомого звена переносным с мгновенным центром в точке O_1 . Следовательно, ведомое звено – пассажирский полуприцеп – совершает сложное движение: переносное вместе с ведущим звеном с угловой скоростью ω_1 , относительное с угловой скоростью $\omega_{отн}$ и абсолютное с угловой скоростью ω_2 . Соответствующие мгновенные центры вращения располагаются в точках O_1 , D и O_2 .

При неустановившемся повороте в одну сторону (по часовой стрелке или против часовой стрелки) рассматриваемый сочлененный электробус проходит несколько фаз криволинейного движения:

– *исходное прямолинейное движение (перед началом поворота управляемых колес)*. Мгновенные центры поворотов обоих звеньев находятся в бесконечности, а относительная угловая скорость второго звена равна нулю $\omega_{отн} = 0$;

– *вход в поворот* (рис. 2.7, а). Движение по входной траектории характеризуется тем, что угол поворота управляемых колес увеличивается от нуля до некоторого заданного водителем значения $\alpha_{вод}$; в частном случае – поворот с места, без движения по переходной траектории. Мгновенные центры вращения звеньев постепенно перемещаются по продолжению оси второго моста ведущего звена (поворот с хода) из бесконечности к положению, соответствующему: для первого звена – конечному углу поворота, заданного водителем $\alpha_{вод,мах}$ (точка O_T), для второго звена – некоторому значению угла складывания γ звеньев. Расстояние между мгновенными центрами

поворота O_1O_2 не равно нулю, а относительная угловая скорость второго звена $d\gamma_1/dt < 0$;

– *круговой поворот*. Движение первого звена происходит по круговой траектории с постоянным радиусом R_{1min} с центром в точке O_1 (рис. 2.7, б). Угол поворота управляемых колес достигает своего максимального значения $\alpha_{вод.маж}$ для данной круговой траектории и остается некоторое время постоянным. Мгновенный центр поворота второго звена может располагаться на продолжении оси второго моста первого звена в зависимости от вида поворота.

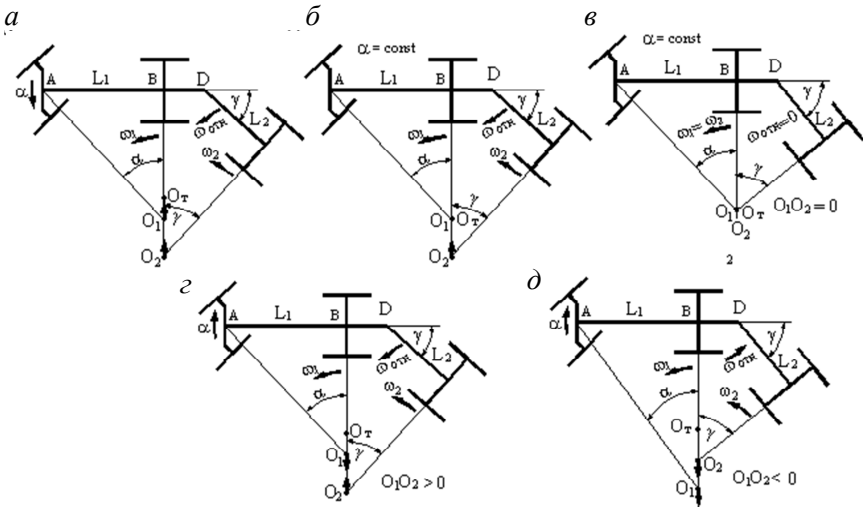


Рис. 2.7. Положения звеньев сочлененного электробуса в различных фазах поворота

При непределельном повороте центр O_1 не достигает своего теоретического положения O_τ до конца фазы кругового поворота и расстояние $O_\tau O_1$ остается больше нуля. Относительная угловая скорость второго звена $d\gamma_1/dt < 0$. Следовательно, круговой поворот первого звена заканчивается до того, как совпадут переносной и абсолютный центры поворота второго звена. Это наиболее часто встречающийся случай поворота сочлененного электробуса.

При предельном повороте круговое движение первого звена заканчивается после того, как переносной и абсолютный центры по-

ворота второго звена совпадут с теоретическим центром поворота в точке O_T первого звена (рис. 2.7, в). Относительная угловая скорость второго звена $d\gamma_1/dt = \omega_1$, т. е. сочлененный электробус поворачивается вокруг центра O_1 как одно целое твердое тело.

– *выход из поворота.* Движение первого звена происходит по выходной траектории при постепенном уменьшении угла поворота управляемых колес от $\alpha_{\text{вод.мах}}$ для данного поворота до нуля при выходе на прямую траекторию. Как и при входе в поворот, управляемые колеса могут быть повернуты на месте. При выходе из поворота мгновенные центры поворота звеньев постепенно перемещаются в бесконечность, оставаясь на линии продолжения оси второго моста первого звена, а расстояние O_1O_2 все больше увеличивается.

При непределном повороте в начальный период уменьшения угла поворота управляемых колес от $\alpha_{\text{вод.мах}}$ до некоторого промежуточного значения $0 < \alpha < \alpha_{\text{вод.мах}}$ угол складывания γ продолжает увеличиваться. Объясняется это тем, что центр поворота первого звена O_1 перемещается в бесконечность, а центр поворота второго звена перемещается ему навстречу (рис. 2.7, з). Следовательно, на основании теоремы сложения вращений плоской фигуры, направления переносного и относительного движения должны быть противоположны и по схеме (см. рис. 2.7, д) угловая скорость ω должна быть направлена по часовой стрелке. Увеличение угла складывания будет происходить пока оба центра вращения O_1 и O_2 не встретятся в одной точке. Этим заканчивается первая фаза выхода из поворота. С этого момента начинается вторая фаза непределного поворота.

Пределный поворот маловероятен и выход из него практически совпадает по своим характеристикам со второй фазой выхода из непределного поворота (рис. 2.7, д).

Сразу же с уменьшением угла поворота управляемых колес угол складывания звеньев начинает также уменьшаться, расстояние O_1O_2 становится меньше нуля и увеличивается, стремясь к бесконечности;

– *выход первого (ведущего звена) на прямолинейное движение.* Это последняя фаза криволинейного движения сочлененного электробуса. Она характерна тем, что, хотя первое звено движется уже прямолинейно ($\alpha = 0$, $\omega = 0$), второе звено, как правило, еще про-

должна двигаться криволинейно, асимптотически приближаясь к прямолинейной траектории первого звена, и угол складывания уменьшается.

Следовательно, предельный поворот сочлененного электробуса, выполненный при одинаковых режимах с непределным, занимает больше времени на совершение поворота, и углы складывания звеньев при предельном повороте также больше. Очевидно, что чем больше угол складывания сочлененного электробуса, тем шире его полоса движения на повороте.

На рис. 2.8 показана расчетная схема равномерного кругового движения ($R = \text{const}$, $v = \text{const}$) сочлененного электробуса без бокового увода колес. В теоретическом центре поворота O_T при установившемся круговом движении пересекаются продолжения осей: заднего моста электробуса $O_T B$, моста полуприцепа $O_T E$ и нормали к направлению среднего угла поворота управляемых колес $O_T A$. Продольная ось полуприцепа DE отклонена от продольной оси электробуса AB на угол γ (рис. 2.8).

Определим этот угол ($\gamma = \angle BO_T E$), воспользовавшись кинематикой поворота сочлененного электробуса относительно теоретического центра поворота O_T (см. рис. 2.8). Соединим точку сочленения звеньев D с теоретическим центром поворота O_T и обозначим угол $BO_T D$ через γ_1 , а угол $DO_T E$ – через γ_2 . Тогда можем записать:

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2. \quad (2.23)$$

Из прямоугольного треугольника DBO_T , в котором катет $O_T B = R_T = L/\text{tg}\alpha$ и катет $BD = l_{\text{сц}}$, находим гипотенузу $O_T D$ и угол γ_1 :

$$O_T D = \sqrt{R_T^2 + l_{\text{сц}}^2}; \quad \text{tg}\gamma_1 = \frac{l_{\text{сц}}}{R_T}.$$

Откуда

$$\gamma_1 = \text{arctg}(\xi_{\text{сц}} \text{tg}\alpha), \quad (2.24)$$

где $\xi_{\text{сц}} = l_{\text{сц}}/L_1$ – относительный вынос точки сочленения.

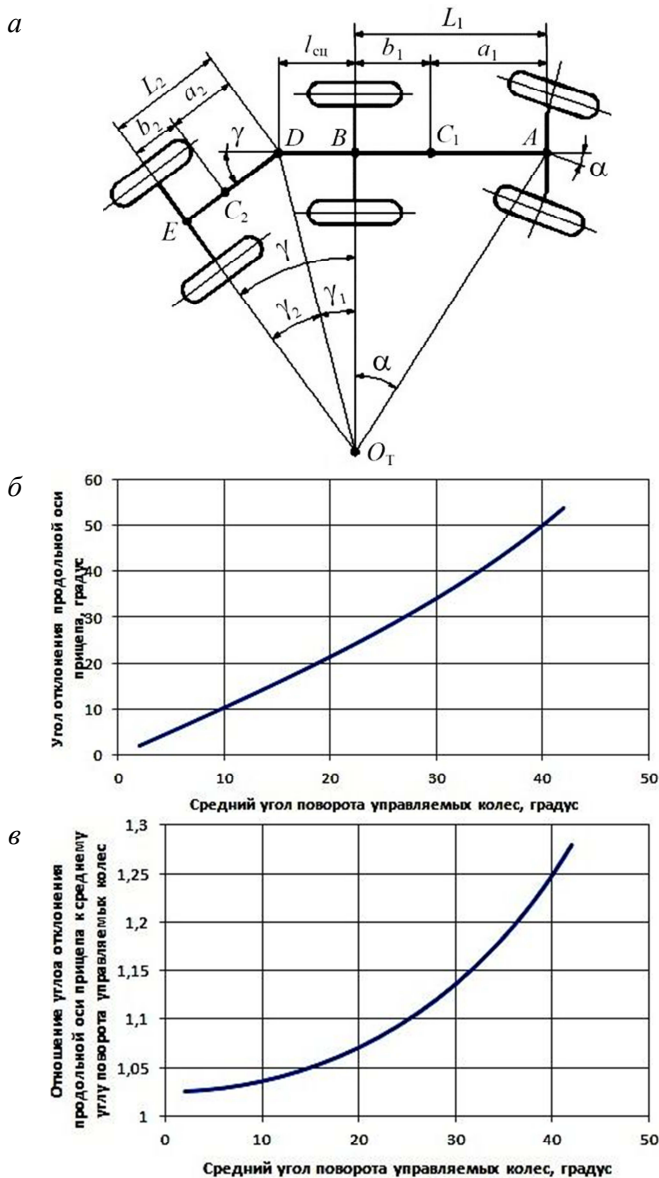


Рис. 2.8. Кинематика установившегося поворота сочлененного электробуса без учета увода колес: *а* – кинематика кругового движения; *б* – зависимость $\gamma = f(\alpha)$; *в* – отношение $\gamma/\alpha = f(\alpha)$

Вторую составляющую γ_2 угла γ найдем из прямоугольного треугольника DEO_T , в котором известны две стороны $O_T D$ и $DE = L_2$:

$$\sin \gamma_2 = \frac{DE}{O_T D} = \frac{L_2}{\sqrt{R_T^2 + l_{\text{сц}}^2}}.$$

Откуда

$$\gamma_2 = \arcsin \frac{L_2}{\sqrt{R_T^2 + l_{\text{сц}}^2}}. \quad (2.25)$$

Перепишем выражение (2.23), используя принятые обозначения и формулы (2.24), (2.25):

$$\gamma = \arctg(\xi_{\text{сц}} \operatorname{tg} \alpha) + \arcsin \frac{L_2}{\sqrt{R_T^2 + l_{\text{сц}}^2}}. \quad (2.26)$$

Изменение угла отклонения продольной оси прицепа γ от продольной оси электробуса в зависимости от среднего угла поворота $\alpha_{\text{ср}}$ управляемых колес для электробуса Е433 показано на рис. 2.8, б, а их отношение γ/α также от среднего угла поворота управляемых колес – на рис. 2.8, в. Из представленных рисунков видно, что угол γ больше среднего угла поворота $\alpha_{\text{ср}}$ управляемых колес во всем диапазоне их изменения. При максимальном среднем угле поворота управляемых колес угол γ больше угла $\alpha_{\text{ср, max}}$ в 1,3 раза, т. е. можно записать $\gamma = k_\gamma \alpha$, где k_γ – переменный коэффициент, учитывающий зависимость угла γ от среднего угла поворота α управляемых колес. В рассматриваемом случае этот коэффициент изменяется от 1 до 1,3 (см. рис. 2.8, в) и с достоверностью аппроксимации $R^2 = 0,9982$ воспроизводится полиномом второй степени

$$k_\gamma = 0,0002\alpha_{\text{ср}}^2 - 0,0018\alpha_{\text{ср}} + 1,0335.$$

Теоретический радиус поворота полуприцепа $R_{\text{т, пр}} = O_T E$ отличается от теоретического радиуса $R_{\text{т, тр}} = O_T B$ электробуса чаще всего

в меньшую сторону. Чтобы колеса полуприцепа двигались по следу задних колес электробуса, следует выполнить условие $R_{т.тр} = R_{т.пр}$.

Определим теоретические радиусы поворота электробуса $R_{т.тр}$ и полуприцепа $R_{т.пр}$. Из $\triangle DBO_T$ имеем:

$$O_T D^2 = l_{сц}^2 + R_{т.тр}^2.$$

Из $\triangle DEO_T$ определяем эту же сторону $O_T D$:

$$O_T D^2 = L_2^2 + R_{т.пр}^2.$$

Приравнивая правые части полученных выражений, имеем:

$$l_{сц}^2 + R_{т.тр}^2 = L_2^2 + R_{т.пр}^2.$$

Чтобы радиусы поворота электробуса и полуприцепа были равны ($R_{т.тр} = R_{т.пр}$), необходимо выполнить условие:

$$l_{сц} = L_2. \quad (2.27)$$

Условие (2.27) обычно не выполняется, и колеса полуприцепа катятся по траектории, отличной от траектории задних колес электробуса. Колеса полуприцепа будут с некоторым приближением следовать по траектории задних колес электробуса, если их сделать управляемыми.

Пример 2.1. Для электробуса с базой $L = 5,9$ м и колеей передних колес $B_1 = 2,096$ м построить график зависимости теоретических углов поворота наружного и внутреннего колес от среднего угла поворота и определить погрешность, если предположить, что средний угол поворота равен полусумме углов поворота наружного и внутреннего колес. Максимальный угол поворота внутреннего колеса $\alpha_{вт} = 41^\circ$. Расчет выполнить в предположении, что применена идеальная рулевая трапеция.

Решение

1. Рассчитаем максимальный средний угол поворота управляемых колес, при котором внутреннее колесо поворачивается на 41° , по формуле (2.9):

$$\alpha_{\max} = \operatorname{arctg} \frac{5,9 \cdot \operatorname{tg} 41^\circ}{5,9 + 0,5 \cdot 2,096 \cdot \operatorname{tg} 41^\circ} = 36,956^\circ \approx 37^\circ.$$

2. Углы поворота наружного и внутреннего управляемых колес в зависимости от среднего угла поворота рассчитываем соответственно по выражениям (2.1) и (2.2). Средний угол поворота управляемых колес изменяем от нуля до 40° . Результаты расчета представлены на рис. 2.9. На этом же рисунке представлен график зависимости (2.4) от среднего угла поворота.

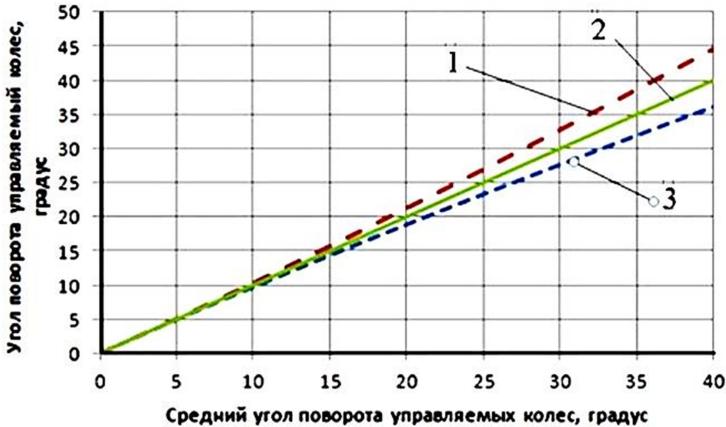


Рис. 2.9. Зависимость углов поворота управляемых колес от среднего угла поворота:

1 – угол поворота внутреннего колеса; 2 – угол поворота наружного колеса;

$$3 - (\operatorname{ctg} \alpha_{\text{нт}} + \operatorname{ctg} \alpha_{\text{вт}}) / 2 = f(\alpha_{\text{с}})$$

Из рис. 2.9 видно, что с увеличением среднего угла поворота управляемых колес до 15° , углы поворота наружного и внутреннего колес изменяются по закону, близкому к линейному. Затем, при дальнейшем возрастании среднего угла поворота, линейность углов поворота наружного и внутреннего колес несколько нарушается.

Кроме того видно, что с увеличением среднего угла поворота управляемых колес, разница в углах поворота наружного и внутреннего колес увеличивается, достигая при α_{\max} значения $7,67^\circ$.

Кривая 2 показывает изменение угла поворота, подсчитанного по формуле (2.4) от среднего угла поворота управляемых колес. Видно, что эта кривая проходит между графиками 1 и 3 посередине, т. е. формула (2.4) описывает изменение среднего угла поворота управляемых колес.

3. Определим погрешность в случае расчета среднего угла поворота управляемых колес как полусумму углов поворота наружного и внутреннего колес, т. е. $\alpha^* = (\alpha_{\text{н}} + \alpha_{\text{в}})/2$, $\Delta = 100(\alpha - \alpha^*)/\alpha$. Результат расчета приведен в виде графической зависимости $\Delta = f(\alpha)$ на рис. 2.10.



Рис. 2.10. Зависимость погрешности от среднего угла поворота

По результатам расчета погрешности можно сказать, что замена среднего угла поворота во всем его диапазоне изменения на полусумму углов поворота управляемых колес при идеальной трапеции дает погрешность, не превышающую 1 %. Следовательно, при идеальной рулевой трапеции вполне можно принимать $\alpha = (\alpha_{\text{н}} + \alpha_{\text{в}})/2$ во всем диапазоне изменения угла α .

Ответ. В результате расчетов для электробуса с заданными параметрами определена зависимость углов поворота наружного

и внутреннего колес от среднего угла поворота α и построены графические зависимости. Показано, что формула (2.4) позволяет рассчитывать средний угол поворота управляемых колес. При идеальной рулевой трапеции средний угол поворота управляемых колес можно определять как полусумму углов поворота наружного и внутреннего колес во всем диапазоне их изменения.

Пример 2.2. Для электробуса со всеми управляемыми колесами, с колесной базой $L = 5,9$ м определить теоретический радиус поворота и углы поворота наружных и внутренних колес каждой оси. Известно, что средний максимальный угол поворота передних колес равен $\alpha_{1\max} = 35^\circ$, задних – $\alpha_{2\max} = 18^\circ$, колея передних колес $B_1 = 2,096$ м, задних – $B_2 = 1,898$ м.

Р е ш е н и е

1. Рассчитываем значение коэффициента k_{tg}

$$k_{\text{tg}} = \frac{\text{tg}35^\circ}{\text{tg}18^\circ} = 2,155.$$

2. По формуле (2.12) определяем расстояние L_1

$$L_1 = \frac{2,155}{1 + 2,155} \cdot 5,9 = 4,03 \text{ м.}$$

3. Рассчитываем теоретический радиус поворота

$$R_{\text{T}} = \frac{4,03}{\text{tg}35^\circ} = 5,755 \text{ м.}$$

4. Построим графики: зависимость среднего угла поворота задней оси от среднего угла поворота передней оси, т. е. зависимость $\alpha_2 = f(\alpha_1)$ (рис. 2.11) и зависимость углов поворота наружного и внутреннего колес передней и задней оси от среднего угла поворота колес передней оси (рис. 2.12).



Рис. 2.11. Зависимость среднего угла поворота колес задней оси от среднего угла поворота колес передней оси

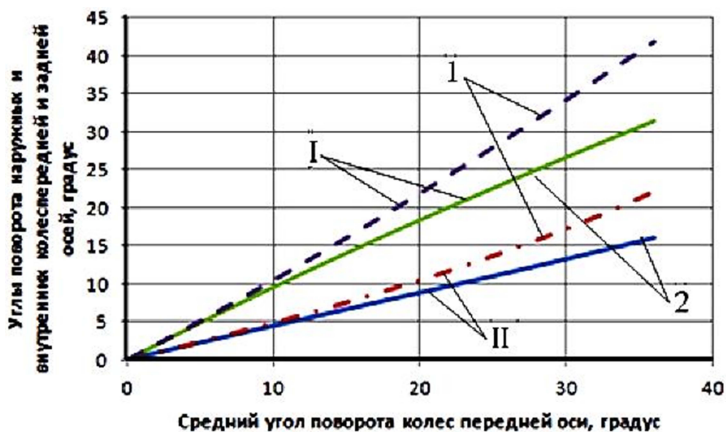


Рис. 2.12. Зависимость углов поворота наружных и внутренних колес осей от среднего угла поворота колес передней оси:

I – передняя ось; II – задняя ось; 1 – внутренние колеса;
2 – наружные колеса

Результаты расчета показывают, что средний угол поворота колес задней оси изменяется в зависимости от среднего угла поворота колес передней оси практически по линейному закону. Однако по-

сле поворота колес передней оси на средний угол 20° и более линейная зависимость функции $\alpha_2 = f(\alpha_1)$ незначительно нарушается. Изменение среднего угла поворота колес задней оси в соответствии с графиком на рис. 2.11, а также поворот наружных и внутренних колес осей в соответствии с графиками на рис. 2.12, обеспечивает электробусу поворот с единым мгновенным центром поворота в точке O_T , который лежит на перпендикуляре к продольной оси электробуса, восстановленном из точки D . Точка D расположена на продольной оси электробуса на расстоянии L_1 от его передней оси (точка A).

Ответ. В результате расчета определено положение точки D на продольной оси электробуса, т. е. расстояние $L_1 = 4,03$ м. Получены зависимости: среднего угла поворота задней оси, углов поворота наружных и внутренних колес каждой оси от среднего угла поворота колес передней оси, т. е. функции: $\alpha_2 = f(\alpha_1)$, $\alpha_{1н} = f(\alpha_1)$, $\alpha_{1в} = f(\alpha_1)$, $\alpha_{2н} = f(\alpha_1)$, $\alpha_{2в} = f(\alpha_1)$. Названные функции обеспечивают поворот электробуса с единым мгновенным центром поворота, расположенным на перпендикуляре, восстановленном в точке D .

3. КИНЕМАТИКА ПОВОРОТА ЭЛЕКТРОБУСА С РЕАЛЬНОЙ РУЛЕВОЙ ТРАПЕЦИЕЙ

Равнобокая рулевая трапеция – четырехугольник, у которого две стороны, называемые основаниями, параллельны между собой, а боковые стороны равны. Если правильно подобраны размеры сторон рулевой трапеции, то без учета явления увода достигается необходимое условие – продолжение осей передних колес пересекаются в одной точке, лежащей на продолжении оси задних колес. Эта точка и есть мгновенный центр поворота электробуса. Однако с точки зрения математики равнобокая трапеция не позволяет достичь необходимого условия – чтобы продолжения осей передних колес при любом их повороте пересекались в точке, лежащей на продолжении задней оси. При использовании равнобокой трапеции эта точка всегда будет лежать несколько в стороне от линии задней оси. Чтобы точка пересечения линий передних колес всегда находилась на линии задней оси, необходимо изменять длину меньшего основания (поперечной тяги) рулевой трапеции в зависимости от углов поворота управляемых колес. При длине поперечной тяги более метра

необходимые изменения ее длины составляют около сантиметра при максимальных углах поворота управляемых колес, а это меньше, чем зазоры в шарнирах и разрешенные допуски. Кроме того, равнобокая трапеция – плоская фигура, и она применяется только при зависимой подвеске управляемых колес. На современных электробусах и автобусах применяется независимая подвеска. Для управления передними колесами при их независимой подвеске применяются более сложные, уже не плоские шарнирные приводы, которые по-прежнему называют рулевой трапецией.

Выше была рассмотрена кинематика криволинейного движения электробуса с «идеальной» рулевой трапецией. В этом случае продолжения осей всех колес пересекаются в мгновенном центре поворота O_T и выполняется условие (2.3).

В реальной рулевой трапеции условие (2.3) выполняется с некоторой погрешностью, которая становится весьма значительной при повороте управляемых колес на максимальные углы, т. е. при движении электробуса с наименьшим радиусом поворота, который является важной кинематической характеристикой поворачиваемости электробуса.

Считая рулевую трапецию плоским рычажным механизмом (рис. 2.3), была получена формула (3.1) для определения угла поворота наружного управляемого колеса α_n в зависимости от угла поворота внутреннего колеса α_b [15]:

$$\alpha_n = \arcsin \frac{l_p \sin(\theta - \alpha_b)}{\sqrt{B_{ш}^2 + l_p^2 - 2B_{ш}l_p \cos(\theta - \alpha_b)}} + \arccos \frac{l_p(1 - 2\cos^2 \theta) + B_{ш}[\cos \theta - \cos(\theta - \alpha_b)]}{\sqrt{B_{ш}^2 + l_p^2 - 2B_{ш}l_p \cos(\theta - \alpha_b)}} - \theta. \quad (3.1)$$

где l_p – длина рулевых рычагов;

θ – угол установки рулевых рычагов;

$B_{ш}$ – шкворневая база.

Анализ выражения (3.1) показывает, что угол поворота наружного управляемого колеса зависит не только от угла поворота внутреннего управляемого колеса, но и от параметров рулевой трапе-

ции: шкворневой базы $B_{ш}$, длины рулевых рычагов l_p и угла установки рулевых рычагов θ . Если в формулу (3.1) подставить угол поворота внутреннего колеса по выражению (2.2), то заметим, что угол поворота наружного управляемого колеса зависит также от базы электробуса L и его теоретического радиуса поворота R_T . Следовательно, углы поворота управляемых колес для обеспечения их качения на повороте без бокового скольжения должны быть согласованы с параметрами рулевой трапеции и электробуса. Однако это не означает, что определенные таким образом параметры рулевой трапеции обеспечат полное согласование кинематики рулевой трапеции и кинематики поворота электробуса во всем диапазоне поворота управляемых колес (согласование кинематики рулевой трапеции и кинематики поворота электробуса будет обеспечено только для данных углов поворота управляемых колес).

Под наименьшим радиусом поворота понимается радиус окружности, проведенный через середину следа наружного переднего колеса при движении электробуса по круговой траектории минимального радиуса. Величина этого радиуса оговаривается стандартом. Поскольку наименьший радиус не зависит от действия водителя, этот параметр относят к одной из характеристик статической поворачиваемости электробуса.

Экспериментально наименьший радиус поворота определяется на ровной, горизонтальной, чистой и сухой асфальтобетонной или цементобетонной площадке. След середины протектора переднего наружного колеса электробуса, движущегося с малой скоростью и с повернутыми на максимальные углы управляемыми колесами, отмечается на площадке. Электробус совершает полный круг. По диаметру следа переднего наружного колеса определяют наименьший радиус поворота. В настоящее время наименьший радиус поворота проектируемого электробуса определяется в предположении, что на электробусе применяется «идеальная» рулевая трапеция.

Однако указанная выше погрешность действительной рулевой трапеции в повороте наружного и внутреннего управляемых колес может привести к тому, что при повороте управляемых колес на максимальные углы проектируемый электробус будет двигаться с радиусом поворота большим, чем требуемый по нормативам наименьший радиус поворота, хотя при расчетах с «идеальной» рулевой трапецией электробус движется по круговой траектории с тре-

буемым наименьшим радиусом поворота. Из сказанного следует, что определение кинематики поворота электробуса с реальной рулевой трапецией является довольно актуальной задачей. Для уменьшения погрешности реальной рулевой трапеции в повороте наружного и внутреннего управляемых колес ее параметры оптимизируют с помощью математических методов оптимизации, стремясь приблизить их к «идеальной» рулевой трапеции.

При повороте электробуса с реальной рулевой трапецией возможны два случая:

– наружное управляемое колесо поворачивается на меньший угол α_n , чем требуемый угол $\alpha_{нт}$, необходимый для соблюдения кинематики поворота, т. е. $\alpha_n < \alpha_{нт}$, рис. 3.1, а;

– наружное управляемое колесо поворачивается на больший угол α_n , чем угол $\alpha_{нт}$, т. е. $\alpha_n > \alpha_{нт}$, рис. 3.1, б.

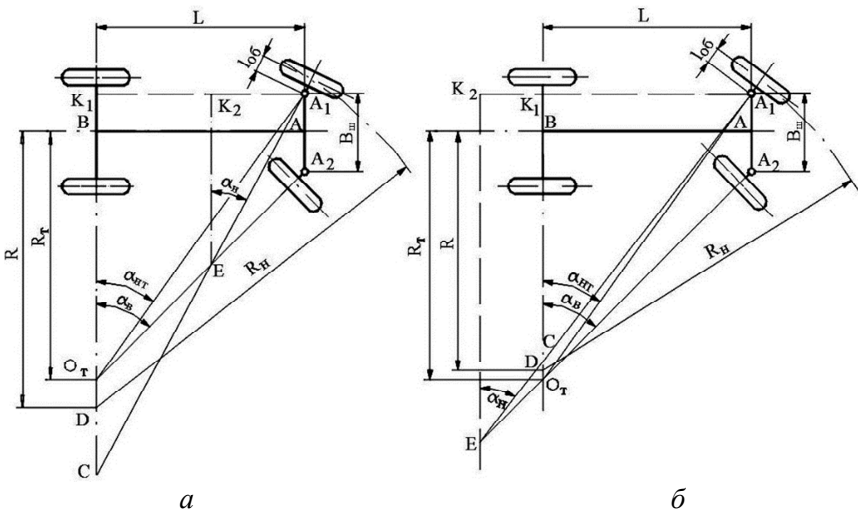


Рис. 3.1. Схема поворота электробуса с реальной рулевой трапецией:
 а – наружное управляемое колесо поворачивается на меньший угол, чем теоретический; б – наружное управляемое колесо поворачивается на больший угол, чем теоретический

В первом случае продолжения осей управляемых колес пересекаются не в точке O_t , а в точке E , расположенной впереди продолжения задней оси («внутри» базы) электробуса. Продолжение оси

наружного управляемого колеса пересекается с продолжениями осей задних колес в точке C , а продолжение оси внутреннего управляемого колеса – в точке O_T . Следовательно, передние и задние колеса имеют при повороте электробуса два разных центра поворота. Это точки C и O_T . Однако за счет боковой деформации и скольжения шин все колеса электробуса будут катиться с единым мгновенным центром поворота, расположенным в точке D , рис. 3.1, *а*.

Во втором случае продолжения осей управляемых колес пересекаются в точке E , расположенной за продолжением задней оси (вне базы) электробуса. Продолжение оси наружного управляемого колеса пересекается с продолжением осей задних колес в точке C , а продолжение оси внутреннего управляемого колеса – в точке O_T . За счет боковой деформации и скольжения шин и в этом случае все колеса электробуса будут катиться с единым мгновенным центром поворота, расположенным в точке D , рис. 3.1, *б*.

Образно говоря, в точку D конструктор может поставить ножку циркуля и раствором циркуля до середины следа наружного переднего колеса определить наименьший радиус поворота электробуса, а также другие интересующие его параметры кинематики поворота.

Несоответствие кинематики рулевой трапеции и кинематики поворота электробуса приводит к увеличению износа шин, возрастанию момента сопротивления повороту электробуса и затрат мощности тягового электрического двигателя на совершение поворота, т. е. к увеличению расхода электрической энергии при повороте электробуса с реальной рулевой трапецией по сравнению с поворотом электробуса, имеющим «идеальную» рулевую трапецию. Из сказанного следует, что при разработке рулевой трапеции необходимо уменьшать отрезок $O_T C$, т. е. стремиться согласовать кинематику рулевой трапеции с кинематикой поворота электробуса.

Для определения требуемого положения т. D примем, что отрезок $O_T C$ при повороте электробуса делится на части, пропорциональные силам сцепления переднего и заднего мостов, колеса которых находятся в разных условиях по сцеплению. Тогда можем записать

$$O_T D = \frac{\varphi_1 G_1}{\varphi_2 G_2} O_T C,$$

где φ_1, φ_2 – коэффициенты сцепления колес соответственно переднего и заднего мостов;

G_1, G_2 – вес электробуса, приходящийся соответственно на передний и задний мосты.

Если сцепления передних и задних колес с дорогой одинаковы, то отрезок $O_T C$ делится на части, пропорциональные нагрузкам на переднюю и заднюю оси

$$O_T D = \frac{G_1}{G_2} O_T C.$$

Неизвестный отрезок $O_T C$ определим как разность отрезков BC и теоретического радиуса поворота R_T

$$O_T C = BC - R_T. \quad (3.2)$$

Зная угол поворота внутреннего колеса, теоретический радиус поворота находим по формуле

$$R_T = \frac{L}{\operatorname{tg}\alpha_B} + 0,5B_1. \quad (3.3)$$

Из прямоугольного треугольника $CK_1 A_1$, в котором известны два катета ($A_1 K_1 = L$; $CK_1 = BC + 0,5B_1$), можем определить тангенс действительного угла α_H поворота наружного переднего колеса

$$\operatorname{tg}\alpha_H = \frac{L}{BC + 0,5B_1}.$$

Откуда определяем искомый отрезок BC

$$BC = \frac{L}{\operatorname{tg}\alpha_H} - 0,5B_1. \quad (3.4)$$

Подставив (3.3) и (3.4) в выражение (3.2), после преобразования получим

$$O_T C = L(\operatorname{ctg}\alpha_H - \operatorname{ctg}\alpha_B) - B_1. \quad (3.5)$$

Анализ выражения (3.5) показывает, что при $O_T C = 0$ данное выражение описывает «идеальную» рулевую трапецию [см. (2.2)]. Следовательно, величину этого отрезка можно использовать в качестве критерия, по которому реальная рулевая трапеция соответствует «идеальной» рулевой трапеции.

Теоретический угол поворота $\alpha_{нт}$ наружного переднего управляемого колеса при «идеальной» рулевой трапеции определяется по формуле (2.1).

Если $\alpha_n < \alpha_{нт}$, имеем первый расчетный случай, если $\alpha_n > \alpha_{нт}$ – второй расчетный случай.

При принятом допущении в случае поворота наружного управляемого колеса электробуса с реальной рулевой трапецией на меньший угол, чем теоретический, его действительный радиус поворота R больше теоретического радиуса поворота R_T

$$R = R_T + O_T D. \quad (3.6)$$

Во втором случае, когда переднее наружное колесо поворачивается на больший угол, чем теоретический, действительный радиус поворота электробуса R меньше теоретического R_T

$$R = R_T - O_T D. \quad (3.7)$$

Воспользовавшись рис. 3.2, при известной величине действительного радиуса поворота R_T , можем записать:

– наименьший радиус по переднему наружному колесу

$$R_n = (R + 0,5B_1) / \cos \alpha_n;$$

– габаритный радиус поворота по переднему наружному углу кузова

$$R_{г1н} = \sqrt{(R + 0,5B_k)^2 + (L + L_1)^2} \leq 12 \text{ м};$$

– наименьший радиус

$$R_{г2в} = R - 0,5B_k,$$

где B_k – габаритная ширина кузова электробуса;

L_1 – длина переднего свеса.

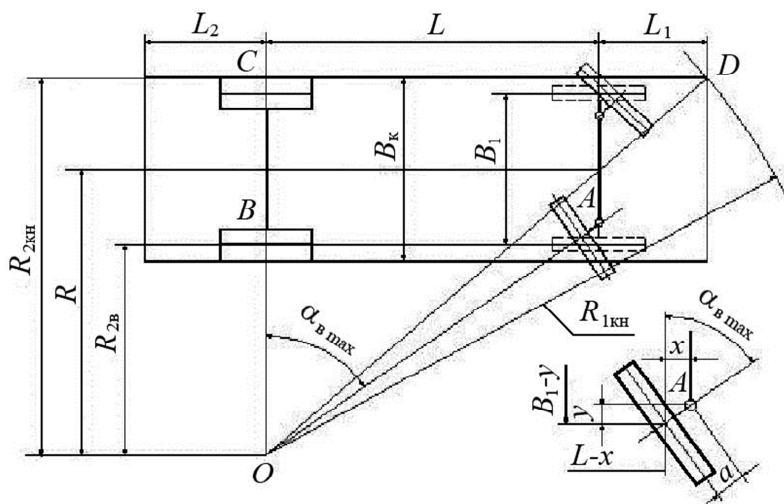


Рис. 3.2. Схема для определения габаритных радиусов при повороте электробуса

Отметим, что по нормативам габаритный радиус по переднему наружному углу кузова не должен превышать 12 м для двухосного электробуса.

Используя полученные формулы для определения габаритного радиуса, можно определить еще одну важную характеристику криволинейного движения электробуса – ширину коридора

$$B_{\text{кор}} = R_{\Gamma 1н} - R_{\Gamma 2в}.$$

В зависимости от расчетного случая действительный радиус поворота R электробуса определяется по формуле (3.6) или (3.7).

Таким образом, полученные выражения позволяют определить основные кинематические параметры поворота двухосного электробуса с реальной рулевой трапецией и передними управляемыми колесами. Габаритный радиус электробуса по внешней передней точке кузова можно рассчитывать по величине колеи передних колес, пренебрегая плечом обката управляемого колеса (погрешность не превышает 1,5 %). Кроме того, расчет кинематических параметров электробуса можно проводить в предположении, что он оборудован

дован идеальной рулевой трапецией. Однако при этом максимальный угол поворота внутреннего управляемого колеса при расчете следует уменьшить на $1,0 \dots 1,5^\circ$.

Пример 3.1. Для электробуса, параметры которого приведены в табл. 3.1, построить график зависимости угла поворота наружного колеса от угла поворота внутреннего колеса с реальной рулевой трапецией, сравнить результаты расчетов с «идеальной» рулевой трапецией и рассчитать погрешность угла поворота наружного колеса при реальной рулевой трапеции по сравнению с «идеальной» рулевой трапецией. Кинематическая схема четырехзвенной рулевой трапеции представлена на рис. 2.3.

Таблица 3.1

Исходные данные

Параметры электробуса и рулевой трапеции, размерность	Численное значение
База электробуса, м	5,90
Колея передних колес, м	2,098
Шкворневая база, м	1,45
Длина рулевых рычагов, м	0,35
Угол установки рулевых рычагов, градус	70
Максимальный угол поворота внутреннего колеса, градус	40

Р е ш е н и е

1. Используя данные табл. 3.1, по выражению (3.1) рассчитываем угол поворота наружного колеса в зависимости от угла поворота внутреннего колеса и строим искомый график. Результаты расчета представлены на рис. 3.3, кривая 2.

2. По выражению (2.3) рассчитываем искомую зависимость между наружным и внутренним углами для «идеальной» рулевой трапеции и вычисляем абсолютную погрешность $\Delta = \alpha_v - \alpha_n$. Результаты расчета представлены на рис. 3.3, кривые 1 и 3.

Анализ полученных результатов показывает, что с увеличением угла поворота внутреннего колеса отклонение (погрешность) дей-

ствительного угла поворота наружного колеса от его теоретического значения увеличивается. Наибольшего значения погрешность достигает при максимальном угле поворота внутреннего колеса $\Delta = 6,36^\circ$.

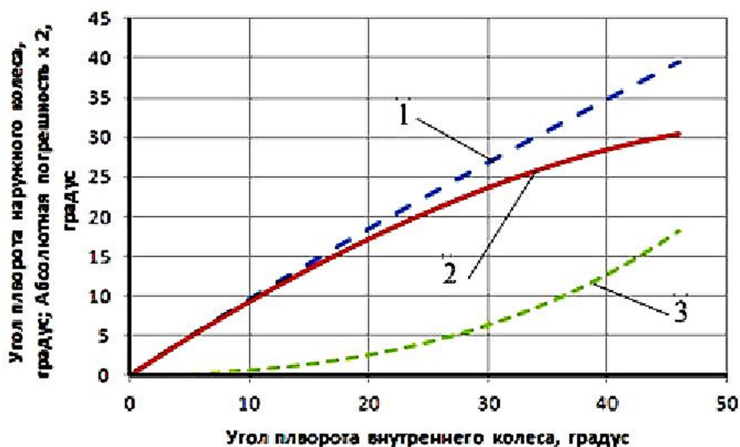


Рис. 3.3. Зависимость угла поворота наружного колеса от угла поворота внутреннего колеса:
 1 – «идеальная» трапеция; 2 – действительная трапеция;
 3 – абсолютная погрешность

Наружное колесо при действительной рулевой трапеции поворачивается на меньший угол, чем при идеальной трапеции. Следовательно, имеем первый расчетный случай, при котором электробус будет поворачиваться с большим радиусом, чем теоретический радиус поворота.

Ответ. В результате расчета построен график зависимости угла поворота наружного управляемого колеса от угла поворота внутреннего колеса и определена погрешность его угла поворота по сравнению с идеальной трапецией. При максимальном угле поворота внутреннего колеса на угол 40° погрешность угла поворота наружного колеса составила $6,36^\circ$.

4. КИНЕМАТИКА ДВИЖЕНИЯ ЧЕТЫРЕХОСНОГО ВАГОНА В КРИВОЙ

При движении вагона возникают не только нормальные (вертикальные) нагрузки от колес на рельсы, но и горизонтальные поперечные силы, перпендикулярные оси пути. Так, при набегании гребня колеса на боковую рабочую грань головки рельса он передает рельсу горизонтальную поперечную силу, называемую направляющим усилием, которая обозначается буквой Y . Кроме того, при движении колеса между колесом и рельсом возникают силы трения H из-за проскальзывания поверхности качения колеса по поверхности рельса. Следовательно, набежавшее на рельс колесо действует на него с силами Y и H , рис. 4.1.

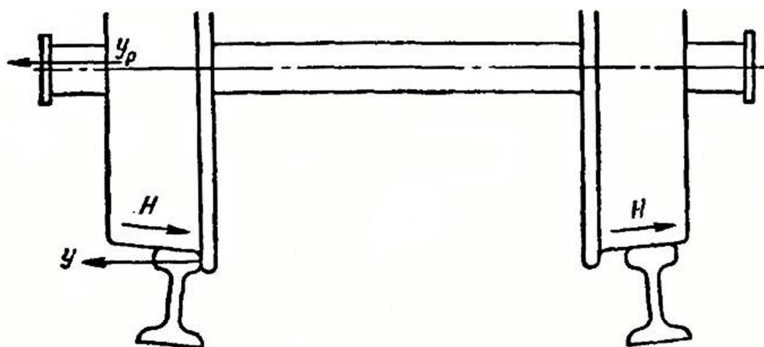


Рис. 4.1. Силы, действующие на колесную пару при движении

Сумма этих сил Y' важна в расчетах устойчивости и прочности рельса. Она называется боковой силой. В зависимости от направления поперечного скольжения колеса по рельсу боковая сила равна $Y' = Y + H$ или $Y' = Y - H$. Боковая сила, передаваемая рельсом на колесо (реакция рельса), равна боковой силе, воспринимаемой рельсом, но имеет противоположное направление.

При движении вагона наряду с боковыми силами, действующими на рельсы, колесные пары передают горизонтальные поперечные силы раме кузова или тележки. Это так называемые рамные силы Y_p . Из рис. 4.1 следует $Y_p = Y' + H$ или $Y_p = Y' - H$. Поскольку природа сил Y , Y' и Y_p в прямых и кривых участках пути различаются, то в следующем параграфе рассмотрим эти силы для кривых участков пути.

Трамвай совершает криволинейное движение, следуя за направлением рельсового пути. При вписывании в габарит трамвайных вагонов стремятся получить максимальную длину вагона, сохраняя его полную ширину в средней (прямоугольной) части кузова. Из условия равенства выносов $Y_{\text{вын}}$ кузова вагона внутрь и наружу при вписывании в кривую пути (рис. 4.2, а) соотношение между длиной прямоугольной части кузова $L'_{\text{пс}}$ и базой L трамвая определяется выражением

$$\frac{L'_{\text{пс}}}{L} = \sqrt{2}, \quad (4.1)$$

где $\sqrt{2}$ – коэффициент, определяемый соотношением между длиной трамвая и его базой из условия равенства выносов концевой и внутренней частей вагона в кривых участках пути при вписывании двухосного трамвая в габарит подвижного состава.

При увеличении длины кузова вагона до 15,3 м контур основания вагона выполняется со срезами боковых стенок кузова по концам и шириной торцов меньше ширины кузова $B_{\text{т}} < B_{\text{пс}}$. Ширина торцовых стенок трамвайных вагонов колеи 1524 мм сужается до размера $B_{\text{т}} = 1,8 \dots 1,1$ м (см. рис. 4.2, б).

При прохождении участков пути, расположенных в кривых, продольная ось трамвайного вагона отклоняется от оси рельсового пути (см. рис. 4.2, б). В результате этого середина полоза токоприемника в случаях, когда она не совпадает с осью шкворня тележки вагона, получает дополнительное смещение относительно контактного провода. Это отклонение полоза токоприемника может вызвать сход контактного провода с полоза, т. е. стать причиной повреждения контактной линии.

Проверку величины отклонения полоза для токоприемников пантографного типа с вертикальным ходом верхнего шарнира следует делать только при расстоянии более 0,5 м между центром токоприемника и осью шкворня тележки. Для штанговых и бугельных токоприемников такая проверка обязательна при установке их в любом месте крыши вагона. Особенность последних конструкций токоприемников заключается в том, что у них верхний шарнир с полозом при изменении рабочей высоты перемещается по окружности.

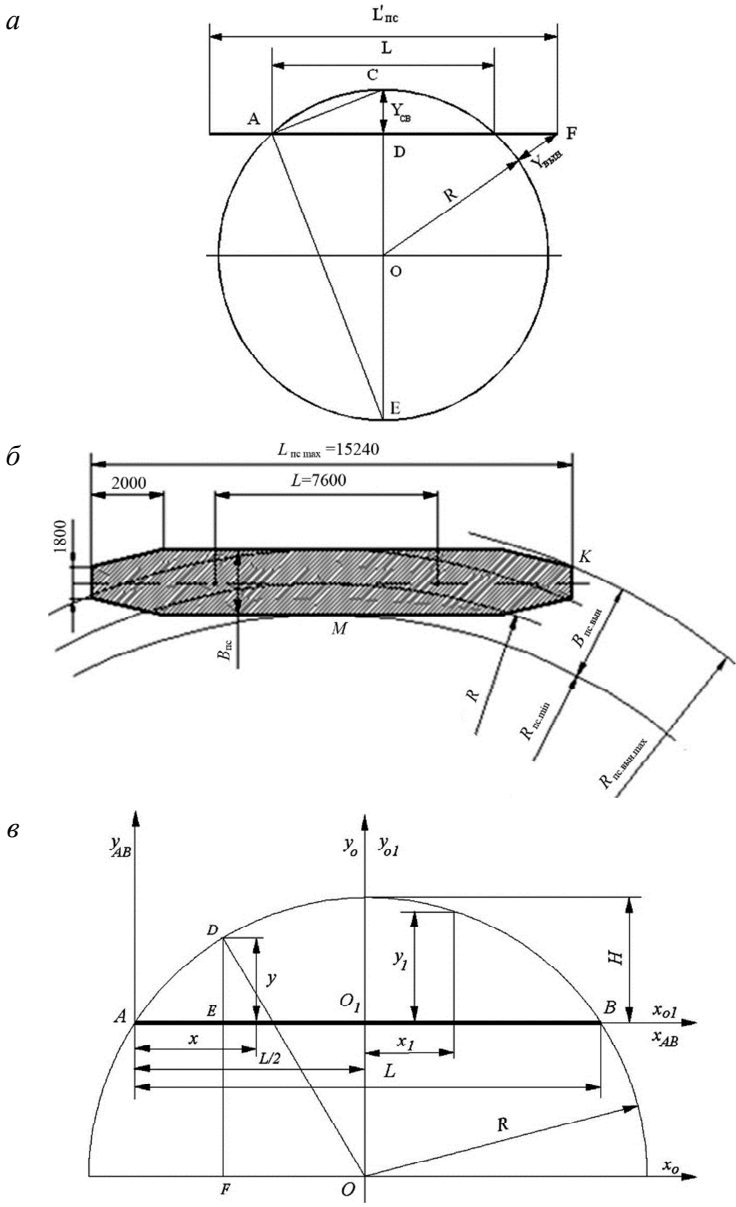


Рис. 4.2. Схема расчета выноса и сноса трамвая при движении в кривой (*a*), габарит четырехосного трамвая в плане (*б*), смещение полоза токоприемника (*в*)

Допустим, что ось рельсового пути в кривом участке имеет радиус R (см. рис. 4.2, в) и внутри нее проведена хорда AB , равная базе трамвая L (расстояние между шкворнями тележек). Если величину стрелы этой хорды обозначить через H , (см. рис. 4.2, в), то

$$L^2 = 2(2R - H)H.$$

Возьмем произвольно точку на расстоянии x от начала координат. Ординату этой точки обозначим y – вынос рассматриваемой точки. Соединим точку D с центром окружности O и опустим из точки D перпендикуляр на горизонтальный диаметр окружности. Получили прямоугольный треугольник DFO , в котором $OD = R$, $DF = (R - H) + y$, $FO = L/2 - x$. Тогда можем записать

$$OD^2 = DF^2 + FO^2 \quad \text{или} \quad (R - H + y)^2 = R^2 - \left(\frac{L}{2} - x\right)^2.$$

Откуда получаем выражение для определения смещения полоза y в зависимости от его положения по отношению к шарниру тележки x

$$y = \sqrt{R^2 - \left(\frac{L}{2} - x\right)^2} - R + H.$$

Следует отметить, что отклонения полоза можно уменьшить, если токоприемник установить на крыше трамвая не центром основания над шкворнем тележки, а таким образом, чтобы над шкворнем располагался полз при его средней высоте в рабочем диапазоне. При этом расстояние между осью шкворня и ползцом опущенного токоприемника должно определяться по формуле

$$\Delta l = \frac{l_{\text{ш}}(1 - \cos \alpha_{\text{max}})}{2},$$

где $l_{\text{ш}}$ – длина штанги;

α_{max} – максимальный в рабочем диапазоне угол между штангой и горизонталью.

Как указывалось ранее, для движения тела по криволинейной траектории необходимо, чтобы сила, приложенная к нему, была на-

правлена к центру поворота. Если на тело действует несколько сил, то к центру поворота должна быть направлена равнодействующая этих сил. Рассмотрим движение трамвайного вагона на закруглении горизонтального пути.

Пока трамвай движется по прямолинейному участку пути с постоянной скоростью v , на него действует сила тяжести, которая уравновешивается направленной вверх силой упругости рельсового пути. Сила сопротивления движению уравновешивается силой тяги трамвая. При входе на криволинейный участок пути трамвай повернется и начнет двигаться по переходной кривой. Сила упругости (сила реакции), действующая на колеса вагона со стороны рельса, заставляет вагон изменять направление скорости и двигаться с ускорением.

Вспомним, что колеса трамвайных вагонов имеют так называемую реборду, соприкасающуюся с рельсами не сверху, а сбоку (рис. 4.3). Пока вагон движется по прямолинейному участку пути, реборда особой роли не играет и деформируется лишь та часть колеса, которая катится по рельсу. Пройдя точку A (рис. 4.4), колесо, продолжая свое движение в прежнем направлении, действует на рельс ребордой и деформирует его сбоку – рельс выгибается наружу (деформируется и сама реборда). При этом возникает сила упругости $F_{\text{впр}}$, направленная перпендикулярно боковой поверхности рельса. Эта сила и заставляет вагон двигаться по криволинейной траектории. Если бы колеса вагона не имели реборд, такая сила не возникла бы, и вагон непременно сошел бы с рельсов.

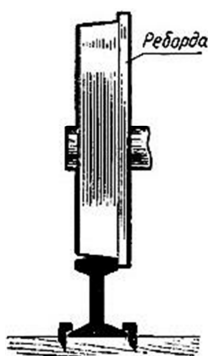


Рис. 4.3. Трамвайное колесо

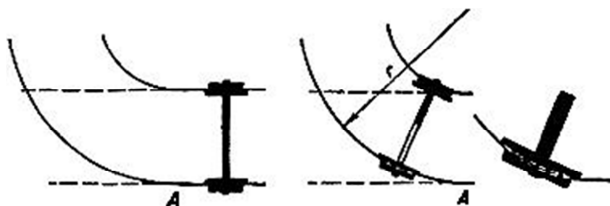


Рис. 4.4. Вход колесной пары на криволинейный участок рельсового пути

Ускорение трамвая, движущегося со скоростью v по закруглению радиусом R , равно v^2/R . Поэтому сила упругости $F_{\text{упр}}$, действующая на реборду и вызывающая это ускорение, по второму закону Ньютона должна быть равна:

$$\vec{F}_{\text{упр}} = \frac{m_{\text{тел}} \vec{v}^2}{R},$$

где $m_{\text{тел}}$ – масса трамвайного вагона, приходящаяся на тележку.

Деформация рельса от действия реборд достигает как раз такой величины, при которой сила упругости $|F_{\text{упр}}|$, вызванная этой деформацией, сообщает вагону ускорение v^2/R . Деформация эта очень мала и на глаз не заметна.

Таким образом, важнейшими кинематическими параметрами криволинейного движения трамвая является радиус поворота. Трамвай поворачивается, следуя за изменением направления рельсового пути. При этом возникает сила упругости, направленная перпендикулярно боковой поверхности рельса. Эта сила и заставляет вагон двигаться по криволинейной траектории.

5. ВНЕШНИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ЭЛЕКТРОБУС ПРИ КРИВОЛИНЕЙНОМ ДВИЖЕНИИ

Внешние воздействия на электробус разделяют на две группы: возмущающие и управляющие. Возмущающие воздействия возникают в результате взаимодействия электробуса с внешней средой, а управляющие создаются в результате воздействия водителя на органы управления электробусом (рулевое колесо, педали управления тяговым электродвигателем и тормозом).

Возмущающие воздействия представляют собой силы и моменты сопротивления движению, реакции дороги, инерционные силы и моменты. Управляющие воздействия формируют вращающие моменты на колесах электробуса. В плоскости вращения колес при этом могут возникать тяговые или тормозные моменты, а относительно осей шкворней управляемых колес – поворачивающий момент, создаваемый рулевым управлением.

При повороте управляемых колес их центры в первое мгновение по инерции движутся вместе с электробусом в первоначальном направлении, не совпадающем после поворота колес с их плоскостями вращения. В результате этого возникнут реакции R_y , направленные так, что их моменты относительно центра масс, преодолевая инерцию электробуса, вызовут его поворот. Боковая сила возникает и в том случае, когда плоскость вращения катящегося колеса составляет с плоскостью, перпендикулярной дороге, угол $\gamma_{\text{раз}}$ (угол развала).

Сопротивление качению, как отмечалось выше, при криволинейном движении возрастает. Поэтому, вычисляя моменты сопротивления качению, следует учитывать углы бокового увода шин, а коэффициенты сопротивления качению колес определять по эмпирическим формулам:

– формула профессора В. А. Илларионова:

$$f_{\psi} = f_0 + \frac{k_y \psi}{G_k};$$

– формула профессора Ю. А. Брянского:

$$f_{\psi} = f_0 \exp\left(\frac{5,45\psi G_k}{G_{\text{к.ном}}}\right),$$

где f_0 – коэффициент сопротивления качению при отсутствии увода;

G_k – действующая на шину (колесо) нормальная нагрузка;

$G_{\text{к.ном}}$ – номинальная нормальная нагрузка на шину (колесо).

Силы сопротивления воздуха F_v и сопротивления подъему F_h определяются по тем же выражениям, что и для прямолинейного движения. Инерционные силы и моменты пропорциональны соответствующим ускорениям, а их векторы направлены противоположно векторам ускорений.

Двухосный электробус с передними управляемыми колесами.

Определим ускорения электробуса с передними управляемыми колесами для общего случая криволинейного движения. Электробус рассматривается как твердое тело, совершающее движение в горизонтальной плоскости относительно неподвижной системы координат $\eta O\xi$, рис. 5.1, а.

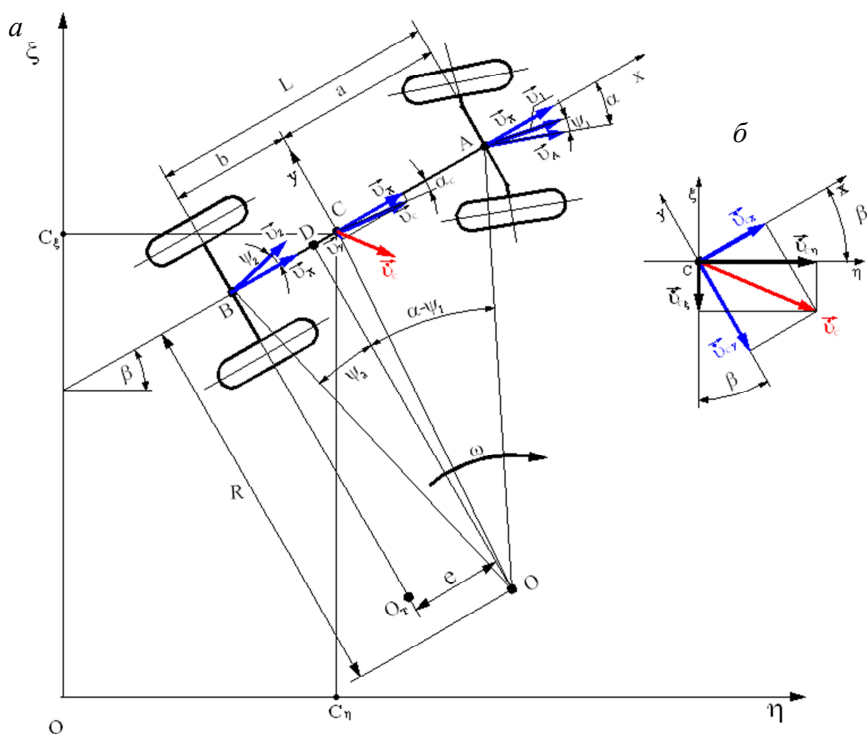


Рис. 5.1. Схема для определения ускорений двухосного электробуса при повороте

Введем подвижную систему координат xCy , связанную с электробусом. Начало этой системы расположим в центре масс электробуса (точка C). Ось абсцис x подвижной системы координат совместим с продольной осью электробуса, а ось ординат – перпендикулярно к ней. Продольная ось электробуса составляет с осью $O\eta$ неподвижной системы координат угол β .

Управляемые колеса повернуты на средний угол α . Скорость центра масс v_c перпендикулярна радиусу OC и равна $v_c = \omega OC$. В связи с уводом колес мгновенный центр поворота сместится в точку O . Векторы скоростей всех точек электробуса перпендикулярны к линиям, соединяющим их с центром поворота (точка O), и направлены в сторону угловой скорости электробуса ω . Из центра поворота опустим перпендикуляр на продольную ось электробуса,

получим точку D . В общем случае точка D не совпадает с центром масс. Поэтому вектор скорости центра масс \bar{v}_c будет отклонен от продольной оси электробуса на угол α_c .

$$\operatorname{tg}\alpha_c = \frac{DC}{R}; \quad DC = b - e = b - R\operatorname{tg}\psi_2.$$

Тогда угол отклонения вектора скорости центра масс \bar{v}_c от продольной оси электробуса можно определить по выражению

$$\operatorname{tg}\alpha_c = \frac{b - R\operatorname{tg}\psi_2}{R} = \frac{b}{R} - \operatorname{tg}\psi_2.$$

Откуда

$$\alpha_c = \operatorname{arctg}\left(\frac{b}{R} - \operatorname{tg}\psi_2\right). \quad (5.1)$$

При положительном значении угла α_c вектор скорости центра масс \bar{v}_c отклоняется от продольной оси электробуса к действительному мгновенному центру поворота O , в противном случае – от действительного мгновенного центра поворота O . Наибольшее значение угол α_c получает при отсутствии увода колес задней оси ($\psi_2 = 0$)

$$\alpha_{c.\max} = \operatorname{arctg}\frac{b}{R}.$$

По мере увеличения увода колес задней оси угол α_c уменьшается. Однако нулевое значение он может получить только в случае скольжения колес задней оси $\operatorname{tg}\psi_2 = b/R$.

Считая углы α_c и ψ_2 малыми, можно записать следующее выражение:

$$\alpha_c = \frac{b}{R} - \psi_2. \quad (5.2)$$

Подставим в последнее выражение значение действительного радиуса поворота R из выражения (2.16):

$$\alpha_c = \frac{1}{L} [b(\alpha - \psi_1) - a\psi_2]. \quad (5.3)$$

Проекции вектора скорости центра масс \vec{v}_c на оси подвижной системы координат:

$$v_{cx} = v_c \cos \alpha_c; \quad v_{cy} = v_c \sin \alpha_c. \quad (5.4)$$

Проекции скоростей любой точки на продольную ось электробуса равны, и их обычно принимают за скорость машины v , и учитывая, что угол α_c небольшой, принимаем $\cos \alpha_c = 1$. Тогда проекция скорости v_x примет вид

$$v_{cx} = v_c \cos \alpha_c \approx v,$$

а проекция скорости v_c на ось y – скорость бокового смещения электробуса v_y

$$v_{cy} = v_c \sin \alpha_c.$$

Проекции вектора скорости центра масс \vec{v}_c на оси неподвижной системы координат найдем, проецируя на них скорости v_{cx} и v_{cy} :

$$\begin{cases} v_{c\eta} = v \cos \beta + v_{cy} \sin \beta; \\ v_{c\xi} = v \sin \beta - v_{cy} \cos \beta. \end{cases} \quad (5.5)$$

Дифференцируя по времени проекции скоростей центра масс $v_{c\eta}$, $v_{c\xi}$ и учитывая, что угол β изменяется в процессе поворота, получаем проекции ускорений центра масс на оси неподвижной системы координат:

$$\begin{cases} a_{c\eta} = \dot{v} \cos \beta - v\dot{\beta} \sin \beta + \dot{v}_{cy} \sin \beta + v_{cy}\dot{\beta} \cos \beta; \\ a_{c\xi} = \dot{v} \sin \beta + v\dot{\beta} \cos \beta - \dot{v}_{cy} \cos \beta - v_{cy}\dot{\beta} \sin \beta. \end{cases} \quad (5.6)$$

Положение электробуса относительно неподвижной системы координат во времени изменяется. Поэтому изменяются положения ускорений $a_{c\eta}$ и $a_{c\xi}$ относительно продольной и поперечной осей электробуса. Удобнее оперировать ускорениями и силами, не изменяющими свое направление относительно электробуса. Для этого спроецируем ускорения $a_{c\eta}$ и $a_{c\xi}$ на его продольную Cx и поперечную Cy оси подвижной системы координат (рис. 5.1, б):

$$\begin{cases} a_{cx} = a_{c\eta} \cos\beta + a_{c\xi} \sin\beta; \\ a_{cy} = -a_{c\eta} \sin\beta + a_{c\xi} \cos\beta. \end{cases}$$

Подставив в эти выражения значения ускорений $a_{c\eta}$ и $a_{c\xi}$ из уравнений (5.5), получим:

$$a_{cx} = \dot{v} - v_{cy}\dot{\beta}; \quad (5.7)$$

$$a_{cy} = -v\dot{\beta} + \dot{v}_{cy}, \quad (5.8)$$

где v – скорость продольного перемещения центра масс (в направлении продольной оси электробуса Cx);

v_{cy} – скорость поперечного перемещения центра масс (в направлении поперечной оси электробуса Cy);

\dot{v} , \dot{v}_{cy} – ускорения соответственно продольного и поперечного перемещений центра масс;

$\dot{\beta}$ – угловая скорость курсового поворота электробуса, т. е. угловая скорость его вращения ω в неподвижной системе координат.

Скорости v и v_{cy} связаны соотношением $v_{cy} = v \operatorname{tg}\alpha_c$. Так как угол α_c небольшой, можно принять $v_{cy} = v_{\alpha c}$. Подставим значение угла α_c из выражения (5.3):

$$v_{cy} = \frac{v}{L} [b(\alpha - \psi_1) - a\psi_2]. \quad (5.9)$$

Из полученного выражения следует, что скорость бокового перемещения центра масс электробуса зависит от угла поворота управляемых колес α , углов увода его передних ψ_1 и ψ_2 задних колес.

При этом значение скорости бокового перемещения центра масс пропорционально скорости продольного перемещения центра масс электробуса и обратно пропорционально базе L .

Для определения ускорения бокового смещения центра масс \dot{v}_y продифференцируем по времени выражение (5.9), принимая во внимание, что углы α , ψ_1 и ψ_2 могут изменяться во время движения электробуса:

$$\dot{v}_{cy} = \frac{\dot{v}}{L} [b(\alpha - \psi_1) - a\psi_2] + \frac{v}{L} [b(\dot{\alpha} - \dot{\psi}_1) - a\dot{\psi}_2]. \quad (5.10)$$

Скорость v при криволинейном движении определяется по такой же формуле, что и при прямолинейном движении. Только в этом случае в формулу скорости подставляется среднее значение угловой скорости правого и левого ведущих колес. Скорость центра масс электробуса определяется по формуле

$$v_c = \sqrt{v^2 + v_{cy}^2}.$$

При малых углах поворота управляемых колес α , характерных для высоких скоростей движения, скорость v незначительно отличается от скорости v_c , при условии, что движение электробуса устойчиво и отсутствуют заносы мостов.

Угловую скорость поворота электробуса в плоскости дороги $\dot{\beta} = \omega_z$ найдем из выражения

$$\omega_z = \frac{v_D}{R},$$

где v_D – скорость точки D (см. рис. 5.1, a).

Выше было показано, что скорость точки D равна скорости вдоль оси Sx , которую обозначили через v , т. е. $v_D = v$. Тогда, учитывая формулу (2.16), угловую скорость поворота электробуса найдем из выражения:

$$\omega_z = \frac{v}{L} [\alpha + (\psi_2 - \psi_1)]. \quad (5.11)$$

Используя выражения (2.24)–(3.2), получаем уравнения для определения продольной и поперечной составляющих ускорения центра масс электробуса в подвижной системе координат:

$$a_{cx} = \dot{v} - \frac{v^2}{RL} [b(\alpha - \psi_1) - a\psi_2]; \quad (5.12)$$

$$a_{cy} = \frac{v^2}{R} + \frac{\dot{v}}{L} [b(\alpha - \psi_1) - a\psi_2] + v [b(\dot{\alpha} - \dot{\psi}_1) - a\dot{\psi}_2]. \quad (5.13)$$

Дифференцируя по времени выражение (5.11), найдем угловое ускорение электробуса относительно вертикальной оси Cz , проходящей через его центр масс:

$$\varepsilon_z = \dot{\omega}_z = \frac{1}{L} [\dot{v}(\alpha - \psi_1 + \psi_2) + v(\dot{\alpha} - \dot{\psi}_1 + \dot{\psi}_2)]. \quad (5.14)$$

Векторы продольной и поперечной составляющей силы инерции электробуса найдем по формулам:

$$F_{jx} = -\delta_{п.м} m \vec{a}_{cx}; \quad (5.15)$$

$$F_{jy} = -m \vec{a}_{cy}, \quad (5.16)$$

где $\delta_{п.м}$ – коэффициент приведенной массы электробуса.

Кроме сил инерции \vec{F}_{jx} и \vec{F}_{jy} , приложенных в центре масс электробуса, на него действует инерционный момент \vec{M}_{jz} , направление которого противоположно вектору углового ускорения $\vec{\varepsilon}_z$, а его модуль пропорционален моменту инерции электробуса J_z относительно вертикальной оси Cz подвижной системы координат, проходящей через его центр масс:

$$\vec{M}_{jz} = -J_z \vec{\varepsilon}_z = -m \rho_z^2 \vec{\varepsilon}_z, \quad (5.17)$$

где ρ_z – радиус инерции электробуса относительно оси Cz .

Рассмотрим подробнее поперечную составляющую силы инерции электробуса при повороте. Модуль этой силы F_{jy} представляется в виде трех слагаемых:

$$F_{jy} = F_{jy1} + F_{jy2} + F_{jy3}.$$

Первое слагаемое F_{jy1} – проекция центробежной силы на поперечную ось подвижной системы координат:

$$F_{jy1} = m\upsilon\omega_z = m\upsilon^2 / R. \quad (5.18)$$

Если известны радиус поворота R и скорость υ , то выражения для силы F_{jy1} одинаковы как с учетом, так и без учета увода колес.

Слагаемое F_{jy2} возникает в результате изменения угла поворота α управляемых колес и изменения углов увода ψ_1 и ψ_2 :

$$F_{jy2} = \frac{m\upsilon [b(\dot{\alpha} - \dot{\psi}_1) - a\dot{\psi}_2]}{L}.$$

Без учета увода оно положительно при входе электробуса в поворот и отрицательно при выходе. С учетом увода, если углы увода велики, то сила F_{jy2} может быть отрицательной при входе в поворот и положительной при выходе.

Третье слагаемое F_{jy3} возникает в результате изменения скорости движения υ электробуса

$$F_{jy3} = \frac{m\dot{\upsilon} [b(\alpha - \psi_1) - a\psi_2]}{L}.$$

Без увода оно положительно при ускоренном движении и отрицательно при замедленном. При небольших углах увода сила F_{jy3} может быть положительной и в процессе замедления.

Двухосный электробус со всеми управляемыми колесами. Рассмотрим более сложную задачу – определим ускорения центра масс (точка C) двухосного электробуса со всеми управляемыми колесами. Расчетная схема приведена на рис. 5.2.

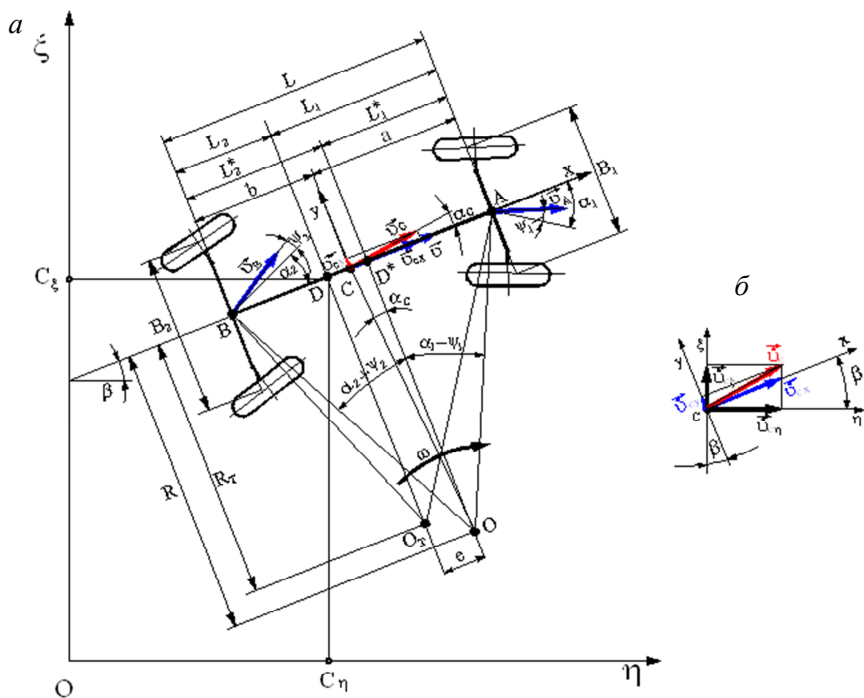


Рис. 5.2. Схема для определения ускорений двухосного электробуса со всеми управляемыми колесами при повороте

Поворот задних управляемых колес изменил кинематику криволинейного движения по сравнению с кинематикой криволинейного движения электробуса только с передними управляемыми колесами. Так, мгновенный центр поворота электробуса со всеми управляемыми колесами не лежит на продолжении оси задних колес. Без учета увода мгновенный центр поворота располагается в точке O_T , которая находится между продолжениями осей передних и задних колес при их нейтральном положении. Проекция точки O_T на продольную ось электробуса обозначена точкой D , которая делит базу электробуса на два отрезка $AD = L_1$ и $BD = L_2$. Расстояние L_1 можно определить по выражению (2.12), тогда расстояние $L_2 = L - L_1$.

Увод шин приводит к перемещению мгновенного центра поворота из точки O_T в точку O , а ее проекция – в точку D^* , расположенную на продольной оси электробуса. База электробуса при учете

увода шин делится на отрезки $AD^* = L_1^*$ и $BD^* = L_2^*$. Смещение центра поворота e определяется по формуле (2.21). Вектор скорости центра масс \vec{v}_c будет, как и в случае электробуса с передними управляемыми колесами, отклонен от продольной оси электробуса на угол α_c , который в данном случае рассчитывается по выражению – расстояние $L_2^* > b$

$$\operatorname{tg} \alpha_c = \frac{CD^*}{R} = \frac{L_2^* - b}{R} = \operatorname{tg}(\alpha_2 + \psi_2) - \frac{b}{R};$$

– расстояние $L_2^* < b$

$$\operatorname{tg} \alpha_c = \frac{CD^*}{R} = \frac{b - L_2^*}{R} = -\frac{b}{R} - \operatorname{tg}(\alpha_2 + \psi_2).$$

Откуда искомый угол α_c равен

$$\alpha_c = \begin{cases} \operatorname{arctg} \left[\operatorname{tg}(\alpha_2 + \psi_2) - \frac{b}{R} \right] & \text{при } L_2^* > b; \\ \operatorname{arctg} \left[\frac{b}{R} - \operatorname{tg}(\alpha_2 + \psi_2) \right] & \text{при } L_2^* < b. \end{cases} \quad (5.19)$$

Следовательно, угол α_c у электробуса со всеми управляемыми колесами также может принимать положительные и отрицательные значения, т. е. вектор скорости центра масс \vec{v}_c может отклоняться к действительному мгновенному центру поворота O или от него в зависимости от сочетания угла поворота задних колес и их увода и отношения b/R . В дальнейшем будем использовать первую формулу, которая соответствует кинематической схеме на рис. 5.2.

Считая углы α_c и ψ_2 малыми, можно записать следующее выражение:

$$\alpha_c = (\alpha_2 + \psi_2) - \frac{b}{R}.$$

Подставим в последнее выражение значение действительного радиуса поворота R из выражения (2.20):

$$\alpha_c = \frac{1}{L} \left[-b(\alpha_1 - \psi_1) + a(\alpha_2 + \psi_2) \right]. \quad (5.20)$$

Если в выражении (5.20) принять угол поворота задних колес равным нулю ($\alpha_2 = 0$), получим формулу (4.2), которая применяется для определения угла α_c отклонения вектора скорости центра масс электробуса только с передними управляемыми колесами.

При выводе выражений для ускорений центра масс электробуса со всеми управляемыми колесами, используем ту же методику, что и для электробуса только с передними управляемыми колесами, т. е. будем проецировать скорости и ускорения центра масс электробуса на оси неподвижной и подвижной систем координат. Проекция вектора скорости центра масс \vec{v}_c на оси подвижной системы координат:

$$v_{cx} = v_c \cos \alpha_c = v; \quad v_{cy} = v_c \sin \alpha_c. \quad (5.21)$$

Проекция вектора скорости центра масс \vec{v}_c на оси неподвижной системы координат найдем, проецируя на них скорости v_{cx} и v_{cy} :

$$\begin{cases} v_{c\eta} = v \cos \beta + v_{cy} \sin \beta; \\ v_{c\xi} = v \sin \beta - v_{cy} \cos \beta. \end{cases} \quad (5.22)$$

Полученные выражения (5.21) и (5.22) по внешнему виду полностью совпадают с ранее приведенными выражениями (2.19) и (5.5) для определения проекций скорости центра масс на оси подвижной и неподвижной систем координат электробуса только с передними управляемыми колесами. Отличие заключается в определении угла α_c : для электробуса с передними управляемыми колесами этот угол определяется по формуле (4.2), а со всеми управляемыми колесами – по формуле (5.19), следовательно и значения проекций будут разные в зависимости от схемы поворота управляемых колес.

Если теперь продолжать выполнять действия согласно принятой методике, то получим выражения (5.6)–(5.8), т. е. эти выражения

действительны для электробусов с любой схемой расположения управляемых колес (не следует забывать, что угол α_c рассчитывается по разным формулам в зависимости от применяемой схемы расположения управляемых колес).

Скорости v и v_{cy} связаны соотношением $v_{cy} = v \operatorname{tg} \alpha_c$. Так как угол α_c мал, можно принять $v_{cy} = v \alpha_c$. Подставим значение угла α_c из выражения (5.20):

$$v_{cy} = \frac{v}{L} [-b(\alpha_1 - \psi_1) + a(\alpha_2 + \psi_2)]. \quad (5.23)$$

Из полученного выражения следует, что скорость бокового перемещения центра масс электробуса зависит от угла поворота управляемых колес α_1, α_2 , углов увода его передних ψ_1 и задних ψ_2 колес. При этом значение скорости бокового перемещения центра масс пропорционально скорости продольного перемещения центра масс электробуса и обратно пропорционально базе L .

Для определения ускорения бокового смещения центра масс \dot{v}_{cy} продифференцируем по времени выражение (5.23), принимая во внимание, что углы $\alpha_1, \alpha_2, \psi_1$ и ψ_2 могут изменяться во время движения электробуса:

$$\begin{aligned} \dot{v}_{cy} = & \frac{\dot{v}}{L} [-b(\alpha_1 - \psi_1) + a(\alpha_2 + \psi_2)] + \\ & + \frac{v}{L} [-b(\dot{\alpha} - \dot{\psi}_1) + a(\dot{\alpha}_2 + \dot{\psi}_2)]. \end{aligned} \quad (5.24)$$

Скорость v при криволинейном движении определяется по такой же формуле, что и при прямолинейном движении. Только в этом случае в формулу скорости подставляется среднее значение угловой скорости правого и левого ведущих колес. Скорость центра масс электробуса определяется по формуле

$$v_c = \sqrt{v^2 + v_{cy}^2}.$$

При малых углах поворота управляемых колес α_1 и α_2 , характерных для высоких скоростей движения, скорость v незначительно

отличается от скорости v_c , при условии, что движение электробуса устойчиво и отсутствуют заносы мостов.

Угловую скорость поворота электробуса в плоскости дороги $\dot{\beta} = \omega_z$, найдем из выражения

$$\omega_z = \frac{v_D^*}{R},$$

где v_D^* – скорость точки D^* (см. рис. 5.2, а).

Ранее было показано, что скорость точки D^* равна скорости вдоль подвижной оси Cx , которую обозначили через v , т. е. $v_D^* = v$. Тогда, учитывая формулу (2.20), угловую скорость поворота электробуса найдем из выражения

$$\omega_z = \frac{v}{L} [(\alpha_1 + \alpha_2) + (\psi_2 - \psi_1)]. \quad (5.25)$$

Используя выражения (2.24)–(2.25) и (5.23)–(5.25), получаем уравнения для определения продольной и поперечной составляющей ускорения центра масс электробуса в подвижной системе координат:

$$a_{cx} = \dot{v} - \frac{v^2}{RL} [-b(\alpha_1 - \psi_1) + a(\alpha_2 + \psi_2)]; \quad (5.26)$$

$$a_{cy} = -\frac{v^2}{R} + \frac{\dot{v}}{L} [-b(\alpha_1 - \psi_1) + a(\alpha_2 + \psi_2)] + \frac{v}{L} [-b(\dot{\alpha}_1 - \dot{\psi}_1) + a(\alpha_2 + \dot{\psi}_2)]. \quad (5.27)$$

Дифференцируя по времени выражение (5.25), найдем угловое ускорение электробуса относительно вертикальной оси Cz , проходящей через его центр масс:

$$\varepsilon_z = \dot{\omega}_z = \frac{1}{L} [\dot{v}(\alpha_1 + \alpha_2 + \psi_2 - \psi_1) + v(\dot{\alpha}_1 + \dot{\alpha}_2 + \dot{\psi}_2 - \dot{\psi}_1)]. \quad (5.28)$$

Векторы продольной и поперечной составляющих силы инерции электробуса найдем по формулам (5.15) и (5.16).

Кроме сил инерции \vec{F}_{jx} и \vec{F}_{jy} , приложенных в центре масс электробуса, на электробус со всеми управляемыми колесами действует инерционный момент \vec{M}_{jz} , направление которого противоположно вектору углового ускорения $\vec{\varepsilon}_z$, а его модуль пропорционален моменту инерции электробуса J_z относительно вертикальной оси Cx подвижной системы координат, проходящей через его центр масс. Инерционный момент определяется по формуле (5.17).

Сочлененный электробус. Рассмотрим кинематику криволинейного движения сочлененного электробуса относительно неподвижной системы координат $\eta O\xi$. Одна подвижная система координат $x_1 C_1 y_1$ связана с ведущим звеном, и ее начало координат располагается в центре масс электробуса C_1 , ось абсцисс совпадает с продольной осью электробуса, ось ординат перпендикулярна ей, начало второй подвижной системы координат $x_2 C_2 y_2$ совпадает с центром масс полуприцепа C_2 , ось абсцисс – с его продольной осью, ось ординат перпендикулярна продольной оси полуприцепа, рис. 5.3. Управляемые передние колеса электробуса повернуты на угол α , между продольными осями ведущего и ведомого звеньев образовался угол $\gamma = \beta_2 - \beta_1$. Скорость центра масс ведущего звена направлена от мгновенного центра поворота O и составляет с его продольной осью угол α_{c1} . Скорость центра масс ведомого звена направлена к мгновенному центру поворота O и составляет с его продольной осью угол α_{c2} .

Принимаются следующие обозначения (рис. 5.23): A, B, E – середины осей электробуса (передняя, задняя) и полуприцепа; C_1, C_2 – центры масс электробуса и полуприцепа; D – точка сочленения звеньев электробуса; β_1 – курсовой угол электробуса; β_2 – курсовой угол полуприцепа.

Кинематические параметры ведущего звена сочлененного электробуса можно определить по выражениям, полученным применительно к электробусу с передними управляемыми колесами:

– для определения скоростей в подвижной системе координат $x_1 C_1 y_1$ обозначено $v_{x1} = v$; скорость бокового перемещения v_{y1} – по формуле (2.13); угловая скорость ω_z – по формуле (2.15);

– ускорения в подвижной системе координат $x_1 C_1 y_1$: продольное ускорение a_{x1} вдоль оси $C_1 x_1$ – по формуле (5.12); боковое ускорение a_{y1} – по формуле (5.13); угловое ускорение ε_z – по формуле (5.14).

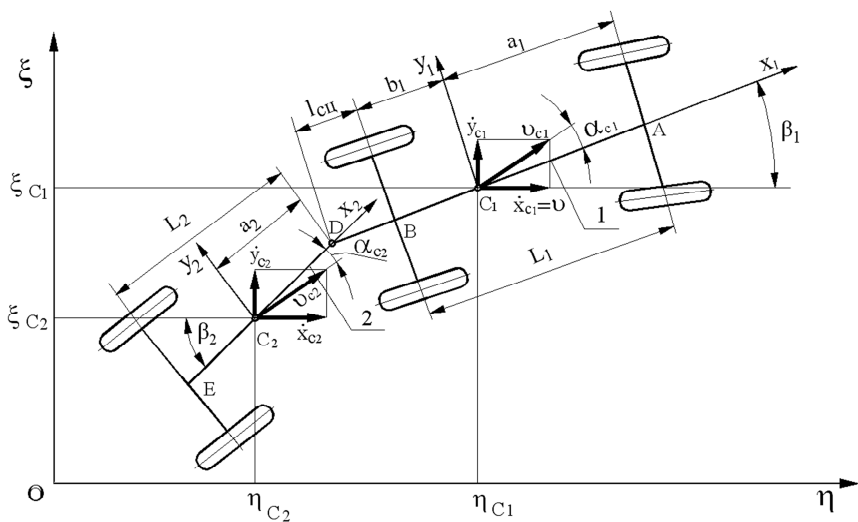


Рис. 5.3. Схема для определения кинематических параметров сочлененного трехосного электробуса при повороте:
 1 – электробус; 2 – пассажирский полуприцеп

Получим выражения для определения кинематических параметров ведомого звена (полуприцепа) сочлененного электробуса. Из кинематики плоского движения сочлененного электробуса (см. рис. 5.3) связь между скоростями точек механической системы электробуса имеет вид:

$$\vec{v}_{C2} = \vec{v}_D + \vec{v}_{DC2}; \quad \vec{v}_D = \vec{v}_{C1} + \vec{v}_{DC1},$$

где \vec{v}_{C2} – вектор скорости центра масс полуприцепа;

\vec{v}_D – вектор скорости точки сочленения D ;

\vec{v}_{DC2} – вектор скорости центра масс полуприцепа в относительном вращении вокруг точки сочленения D ;

\vec{v}_{C1} – вектор скорости центра масс электробуса;

\vec{v}_{DC1} – вектор скорости точки сочленения D в относительном вращении вокруг центра масс электробуса.

Следовательно, с учетом полученных выражений, скорость центра масс ведомого звена равна

$$\vec{v}_{C2} = \vec{v}_{C1} + \vec{v}_{DC1} + \vec{v}_{DC2}. \quad (5.29)$$

Спроецируем векторное уравнение (5.29) на оси неподвижной системы координат $\eta O\xi$:

$$\begin{cases} v_{C2\eta} = v_{C1\eta} + v_{DC1\eta} + v_{DC2\eta}; \\ v_{C2\xi} = v_{C1\xi} + v_{DC1\xi} + v_{DC2\xi}, \end{cases} \quad (5.30)$$

где $v_{C1\eta}$, $v_{C1\xi}$ – проекции скорости центра масс электробуса на оси неподвижной системы координат, $v_{C1\eta} = v_{C1x} \cos \beta_1$; $v_{C1\xi} = v_{C1y} \sin \beta_1$;

$v_{DC1\eta}$, $v_{DC1\xi}$ – проекции скоростей точки сочленения на оси неподвижной системы координат.

Из расчетной схемы сочлененного электробуса (см. рис. 5.3) имеем следующую связь между скоростями точки сочленения относительно центров масс электробуса и полуприцепа в проекциях на оси неподвижной системы координат:

– со стороны электробуса

$$\begin{cases} v_{DC1\eta} = v_{DC1} \sin \beta_1 = DC_1 \omega_1 \sin \beta_1 = (b_1 + l_{\text{сш}}) \omega_1 \sin \beta_1; \\ v_{DC1\xi} = v_{DC1} \cos \beta_1 = DC_1 \omega_1 \cos \beta_1 = (b_1 + l_{\text{сш}}) \omega_1 \cos \beta_1; \end{cases} \quad (5.31)$$

– со стороны полуприцепа

$$\begin{cases} v_{DC2\eta} = v_{DC2} \sin \beta_2 = DC_2 \omega_2 \sin \beta_2 = a_2 \omega_2 \sin \beta_2; \\ v_{DC2\xi} = v_{DC2} \cos \beta_2 = DC_2 \omega_2 \cos \beta_2 = a_2 \omega_2 \cos \beta_2. \end{cases} \quad (5.32)$$

Подставим в формулы (5.30) выражения для соответствующих скоростей (5.31) и (5.32), получим проекции скорости центра масс полуприцепа на неподвижные оси координат $\eta O\xi$:

$$\begin{cases} v_{C2\eta} = v_{C1x} \cos \beta_1 + (b_1 + l_{\text{сш}}) \omega_1 \sin \beta_1 + a_2 \omega_2 \sin \beta_2; \\ v_{C2\xi} = v_{C1y} \sin \beta_1 + (b_1 + l_{\text{сш}}) \omega_1 \cos \beta_1 + a_2 \omega_2 \cos \beta_2. \end{cases} \quad (5.33)$$

Спроецируем проекции $v_{C2\eta}$ и $v_{C2\xi}$ на оси подвижной системы координат $x_2 C_2 y_2$:

$$\begin{cases} v_{C2x2} = v_{C2\eta} \cos \beta_2 + v_{C2\xi} \sin \beta_2; \\ v_{C2y2} = -v_{C2\eta} \sin \beta_2 + v_{C2\xi} \cos \beta_2. \end{cases} \quad (5.34)$$

Скорость центра масс полуприцепа определим по выражению

$$v_{C2} = \sqrt{v_{C2x2}^2 + v_{C2y2}^2}.$$

Угол α_{C2} между вектором скорости полуприцепа v_{C2} и его продольной осью найдем по выражению

$$\alpha_{C2} = \text{arctg} \frac{v_{C2y2}}{v_{C2x2}}.$$

Скорость v_{C2y2} – скорость бокового смещения центра масс полуприцепа. Дифференцируя выражения (5.34) по времени, получаем ускорения центра масс полуприцепа в подвижной системе координат $x_2C_2y_2$:

$$\begin{cases} a_{C2x2} = \dot{v}_{C2\eta} \cos \beta_2 - v_{C2\eta} \sin \beta_2 + \dot{v}_{C2\xi} \sin \beta_2 + v_{C2\xi} \cos \beta_2; \\ a_{C2y2} = -\dot{v}_{C2\eta} \sin \beta_2 - v_{C2\eta} \cos \beta_2 + \dot{v}_{C2\xi} \cos \beta_2 - v_{C2\xi} \sin \beta_2. \end{cases} \quad (5.35)$$

Выражения для скоростей (5.34) и ускорений (5.35) центра масс полуприцепа в подвижной системе координат $x_2C_2y_2$ с учетом соотношений (5.33) и их производных получаются громоздкими. Поэтому их не приводим. Однако это не создает трудностей при исследовании криволинейного движения сочлененного электробуса на механико-математической модели, так как ПК рассчитывает скорости и ускорения центра масс полуприцепа в неподвижной системе координат $\eta O\xi$ по соотношениям (5.31) и (5.32), а затем скорости центра масс полуприцепа в подвижной системе координат $x_2C_2y_2$ по выражениям (5.34), а ускорения – по выражениям (5.35).

Как следует из соотношений (5.34) и (5.35) скорости и ускорения центра масс полуприцепа в подвижной системе координат $x_2C_2y_2$ зависят от многих параметров сочлененного электробуса: скорости и ускорения центра масс ведущего звена (электробуса), его угловой скорости и углового ускорения, угловой скорости и углового ускорения полуприцепа, курсовых углов электробуса и полуприцепа, а также расстояний $l_{\text{сш}}$, b_1 и a_2 .

Угловое ускорение полуприцепа относительно вертикальной оси, проходящей через его центр масс,

$$\dot{\omega}_{z2} = \varepsilon_{z2} = \frac{v_{C2x2}}{R_2},$$

где R_2 – радиус полуприцепа.

Таким образом, различают внешние воздействия на электробус, которые подразделяют на возмущающие и управляющие. Возмущающие воздействия возникают в результате взаимодействия электробуса с внешней средой, а управляющие создаются в результате воздействия водителя на органы управления электробусом. Возмущающие воздействия – это силы и моменты сопротивления движению, реакции дороги, инерционные силы и моменты. Управляющие воздействия формируют вращающие моменты на колесах электробуса (тяговые или тормозные), а относительно осей шкворней управляемых колес – поворачивающий момент. В результате последнего возникнут реакции, направленные так, что их моменты относительно центра масс, преодолевая инерцию электробуса, вызовут его поворот. Сопротивление качению при криволинейном движении возрастает. Поэтому, вычисляя моменты сопротивления качению, следует учитывать углы бокового увода шин, а коэффициенты сопротивления качению колес определять по эмпирическим формулам. Силы сопротивления воздуха и подъему определяются по тем же выражениям, что и для прямолинейного движения. Инерционные силы и моменты пропорциональны соответствующим ускорениям, а их векторы направлены противоположно векторам ускорений.

6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ БОКОВЫХ РЕАКЦИЙ ПРИ КРИВОЛИНЕЙНОМ ДВИЖЕНИИ ПОДВИЖНОГО СОСТАВА

При определении боковых реакций опорной поверхности подвижной состав рассматривается как твердое тело, движущееся по ровной опорной поверхности под воздействием приложенных к нему системы сил и моментов.

Двухосный электробус с передними управляемыми колесами. На рис. 6.1 показаны внешние воздействия на электробус (троллей-

бус) при повороте. В число этих воздействий входят: сила сопротивления воздуха F_B ; сила сопротивления подъему F_h ; реакции дороги на колеса (продольные $R_{x1H}, R_{x1B}, R_{x2H}, R_{x2B}$ и боковые $R_{y1H}, R_{y1B}, R_{y2H}, R_{y2B}$); момент сопротивления повороту $M_{c.п}$; сила инерции F_j и инерционный момент M_j относительно вертикальной оси Cz .

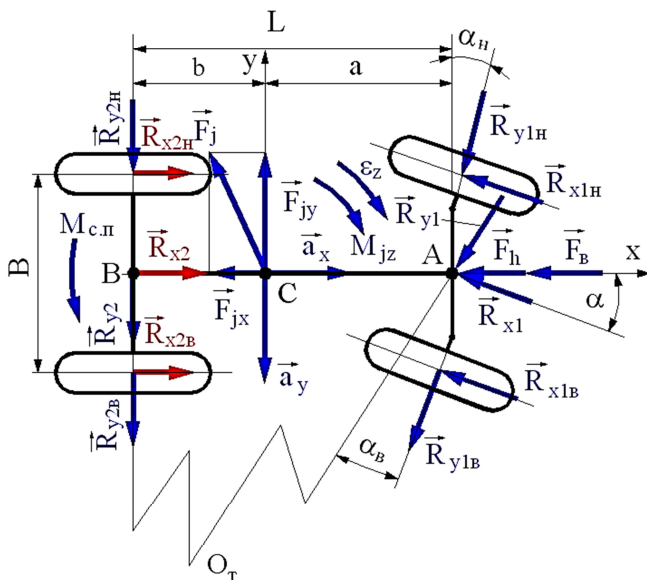


Рис. 6.1. Внешние воздействия на электробус при повороте

При высокой скорости углы поворота управляемых колес небольшие. Поэтому разницей между углами поворота наружного и внутреннего колес можно пренебречь. Суммарную силу боковых реакций обоих колес R_{y1} можно приложить в середине управляемого моста (точка A) под углом $\alpha = (\alpha_H + \alpha_B)/2$ к оси моста, а суммарную продольную реакцию управляемых колес R_{x1} – под углом α к продольной оси электробуса.

В тяговом режиме при криволинейном движении вращающие моменты на наружном (забегающем) $M_{кн}$ и внутреннем (отстающем) $M_{кв}$ колесах могут быть различны. Особенно если в качестве межколесного дифференциала применяется дифференциал повышенного трения с коэффициентом блокировки $k_б$. Однако в электро-

бусах такие дифференциалы не нашли применения, устанавливаются простые конические дифференциалы, которые делят подводимый к ним момент $M_{\text{кор}}$ (момент, подводимый к корпусу) пополам. Коэффициент блокировки простых конических дифференциалов очень мал и принимается равным единице $k_6 = 1$. Учитывая сказанное, получаем следующие выражения для определения вращающих моментов на ведущих колесах:

$$M_{\text{кн}} = 0,5M_{\text{кор}}; \quad M_{\text{кв}} = 0,5M_{\text{кор}}.$$

В связи с тем, что моменты на ведущих колесах моста равны, будут равны и продольные реакции на этих колесах $R_{x1н}$ и $R_{x1в}$. В результате момент сопротивления повороту от разности вращающих моментов (продольных реакций) на ведущих колесах становится равным нулю:

$$M_{\text{с.п}} = B \frac{M_{\text{кв}} - M_{\text{кн}}}{r_{\text{к}}} \approx 0,$$

где B – колея ведущего моста.

Предполагается, что электробус входит в поворот и его угловое ускорение ε_z увеличивается. Тогда, согласно рис. 6.1 вектор ускорения $\vec{\varepsilon}_z$ направлен по часовой стрелке, а вектор инерционного момента \vec{M}_{jz} – против часовой стрелки. Направления составляющих \vec{F}_{jx} и \vec{F}_{jy} вектора силы инерции \vec{F}_j противоположны соответствующим составляющим \vec{a}_x и \vec{a}_y вектора ускорений центра масс \vec{a}_c .

Чтобы получить выражения для определения боковых сил, составим уравнения моментов относительно середин заднего и переднего мостов:

– середина заднего моста (точка В)

$$\sum M_B = LR_{x1} \sin \alpha - LR_{y1} \cos \alpha + bF_{jy} + M_{jz} = 0;$$

– середина переднего моста (точка А)

$$\sum M_A = LR_{y2} - aF_{jy} + M_{jz} = 0.$$

Решив первое уравнение относительно боковой реакции R_{y1} , второе уравнение – относительно R_{y2} , находим искомые боковые реакции:

$$R_{y1} = \frac{1}{L \cos \alpha} (LR_{x1} \sin \alpha + bF_{jy} + M_{jz} + M_{c.п});$$

$$R_{y2} = \frac{1}{L} (aF_{jy} - M_{jz} - M_{c.п}).$$

При небольшом угле поворота управляемых колес можно принять $\cos \alpha = 1$. Так как управляемые колеса электробуса ведомые, а в ведущем мосте установлен простой конический межколесный дифференциал, то слагаемыми $R_{x1} \operatorname{tg} \alpha$ и $M_{c.п}$ можно пренебречь. В этом случае боковые реакции

$$R_{y1} = \frac{bF_{jy} + M_{jz} + M_{c.п}}{L \cos \alpha}; \quad R_{y2} = \frac{aF_{jy} - M_{jz}}{L}.$$

Подставим значения F_{jy} и M_{jz} , воспользовавшись формулами (5.16) и (5.17). После подстановки и соответствующих преобразований получаем:

$$R_{y1} = m_1 \left\{ \frac{v^2}{R} + \frac{v}{bL} \left[(\rho_z^2 + b^2)(\dot{\alpha} - \dot{\psi}_1) + (\rho_z^2 - ab)\dot{\psi}_2 \right] + \right. \\ \left. + \frac{\dot{v}}{bL} \left[(\rho_z^2 + b^2)(\alpha - \psi_1) + (\rho_z^2 - ab)\psi_2 \right] \right\}; \quad (6.1)$$

$$R_{y2} = m_2 \left\{ \frac{v^2}{R} + \frac{v}{aL} \left[(\rho_z^2 - ab)(\dot{\alpha} - \dot{\psi}_1) + (\rho_z^2 + a^2)\dot{\psi}_2 \right] - \right. \\ \left. - \frac{\dot{v}}{aL} \left[(\rho_z^2 - ab)(\alpha - \psi_1) + (\rho_z^2 + a^2)\psi_2 \right] \right\}, \quad (6.2)$$

где m_1, m_2 – массы, приходящиеся на колеса переднего и заднего мостов, $m_1 = mb/L, m_2 = ma/L$;

ρ – радиус инерции электробуса относительно вертикальной оси Cz , проходящей через центр масс.

Для большинства электробусов принимают $\rho_z^2 \approx ab$. При этом погрешность не превышает 10–15 %. Тогда формулы (6.1) и (6.2) несколько упрощаются и принимают вид:

$$R_{y1} = m_1 \left\{ \frac{v^2}{R} + \frac{v}{bL} [(\rho_z^2 + b^2)(\dot{\alpha} - \dot{\psi}_1)] + \frac{\dot{v}}{bL} [(\rho_z^2 + b^2)(\alpha - \psi_1)] \right\};$$

$$R_{y2} = m_2 \left\{ \frac{v^2}{R} - \frac{v}{aL} [(\rho_z^2 + a^2)\dot{\psi}_2] - \frac{\dot{v}}{aL} [(\rho_z^2 + a^2)\psi_2] \right\}.$$

Рассмотрим множители при переменных α , ψ_1 , ψ_2 и их производных:

$$\frac{\rho_z^2 + b^2}{bL} = \frac{ab + b^2}{bL} = 1; \quad \frac{\rho_z^2 + a^2}{aL} = 1.$$

Окончательно, при $\rho_z^2 \approx ab$, формулы для определения боковых реакций принимают вид:

$$R_{y1} = m_1 \left[\frac{v^2}{R} + v(\dot{\alpha} - \dot{\psi}_1) + \dot{v}(\alpha - \psi_1) \right];$$

$$R_{y2} = m_2 \left(\frac{v^2}{R} - v\dot{\psi}_2 - \dot{v}\psi_2 \right).$$

При равномерном движении электробуса ($v = \text{const}$ и $\dot{v} = 0$), получаем следующие выражения:

$$R_{y1} = m_1 \left[\frac{v^2}{R} + v(\dot{\alpha} - \dot{\psi}_1) \right];$$

$$R_{y2} = m_2 \left(\frac{v^2}{R} - v\dot{\psi}_2 \right).$$

При установившемся круговом движении с постоянной скоростью $v = \text{const}$ параметры α , ψ_1 , ψ_2 остаются постоянными, следовательно, их производные равны нулю. В этом случае боковые реакции вычисляются по формулам:

$$R_{y1} = m_1 \frac{v^2}{R}; \quad R_{y2} = m_2 \frac{v^2}{R}.$$

Согласно выражениям (6.1) и (6.2), сила инерции распределяется между мостами пропорционально распределению масс электробуса по мостам. При входе в поворот ускорение $\dot{\alpha}$ положительно. Поэтому составляющая F_{jy2} силы инерции F_j увеличивает боковую реакцию передних колес. В это же время боковая реакция задних колес может увеличиваться или уменьшаться в зависимости от отношения ρ_z^2 / ab и соотношения между производными $\dot{\alpha}$, $\dot{\psi}_1$ и $\dot{\psi}_2$. Так как в большинстве случаев $\rho_z^2 > ab$, то, как правило, F_{jy2} отрицательна и боковая реакция R_{y2} уменьшается при входе в поворот. При ускоренном движении электробуса на повороте боковые реакции увеличиваются, а при замедленном – уменьшаются, за исключением случая, когда при малых углах поворота управляемых колес возникают большие углы увода передних колес.

Двухосный электробус со всеми управляемыми колесами. На рис. 6.2 показаны внешние воздействия на двухосный электробус (троллейбус) со всеми управляемыми колесами при криволинейном движении. В число этих воздействий, как и на двухосный электробус с передними управляемыми колесами, входят: сила сопротивления воздуха F_v ; сила сопротивления подъему F_h ; реакции дороги на колеса (продольные $R_{x1н}$, $R_{x1в}$, $R_{x2н}$, $R_{x2в}$ и боковые $R_{y1н}$, $R_{y1в}$, $R_{y2н}$, $R_{y2в}$); момент сопротивления повороту $M_{с.п.}$; сила инерции F_j и инерционный момент M_j относительно вертикальной оси Cz .

Следовательно, на электробусы со всеми управляемыми колесами и только с передними управляемыми колесами действуют одинаковые внешние воздействия. Отличие заключается в том, что у электробуса со всеми управляемыми колесами силы, действующие на заднюю ось, повернуты по отношению к продольной его оси на угол α_2 (средний угол поворота задних колес).

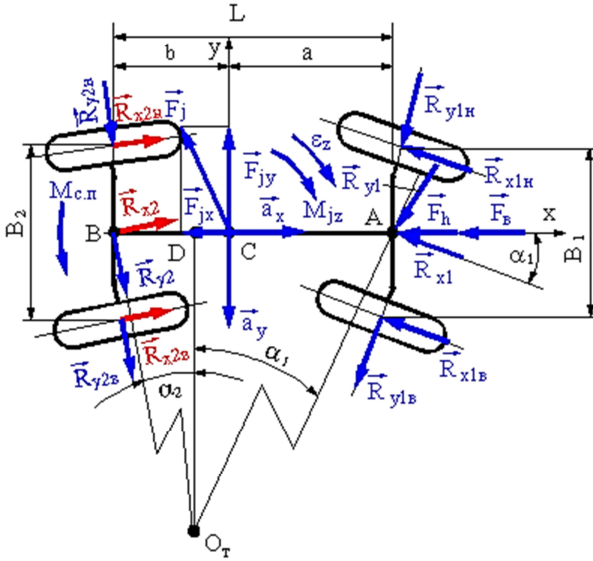


Рис. 6.2. Внешние воздействия на двухосный электробус со всеми управляемыми колесами

Принимаем, что в ведущем мосте электробуса установлен простой конический дифференциал ($k_6 = 1$). В этом случае момент сопротивления повороту от разности вращающих моментов (продольных реакций) на ведущих задних колесах становится равным нулю:

$$M_{c.п} = B_2 \frac{M_{2КВ} - M_{2КН}}{r_k} \approx 0,$$

где B – колея ведущего моста.

Предположим, как и в случае с электробусом с передними управляемыми колесами, что электробус входит в поворот и его угловое ускорение ε_z увеличивается. Тогда, согласно рис. 6.2, вектор ускорения $\vec{\varepsilon}_z$ направлен по часовой стрелке, а вектор инерционного момента \vec{M}_{jz} – против часовой стрелки. Направления составляющих \vec{F}_{jx} и \vec{F}_{jy} вектора силы инерции \vec{F}_j противоположны соответствующим составляющим \vec{a}_x и \vec{a}_y вектора ускорений центра масс \vec{a}_c .

Чтобы получить выражения для определения боковых сил, составим уравнения моментов относительно середин заднего и переднего мостов:

– середина заднего моста (точка В)

$$\sum M_B = LR_{x1} \sin \alpha_1 - LR_{y1} \cos \alpha_1 + bF_{jy} + M_{jz} = 0;$$

– середина переднего моста (точка А)

$$\sum M_A = -LR_{x2} \sin \alpha_2 + LR_{y2} \cos \alpha_2 - aF_{jy} + M_{jz} = 0.$$

Решив первое уравнение относительно боковой реакции R_{y1} , второе уравнение – относительно R_{y2} , находим искомые боковые реакции:

$$R_{y1} = \frac{1}{L \cos \alpha_1} (LR_{x1} \sin \alpha_1 + bF_{jy} + M_{jz});$$

$$R_{y2} = \frac{1}{L \cos \alpha_2} (LR_{x2} \sin \alpha_2 + aF_{jy} - M_{jz}).$$

Подставим в них значения F_{jy} и M_{jz} , определяемые по формулам (5.16) и (5.17) с учетом (5.27) и (5.28). После подстановки, учитывая, что $\rho_z^2 \approx ab$; $\frac{\rho_z^2 + b^2}{bL} = \frac{ab + b^2}{bL} = 1$; $\frac{\rho_z^2 + a^2}{aL} = 1$, и после соответствующих преобразований получаем:

$$R_{y1} = m_1 \left[\frac{v^2}{R} + v(\dot{\alpha} - \dot{\psi}_1) + \dot{v}(\alpha - \psi_1) \right]; \quad (6.3)$$

$$R_{y2} = m_2 \left[\frac{v^2}{R} - v(\dot{\alpha}_2 + \dot{\psi}_2) - \dot{v}(\alpha_2 + \psi_2) \right]. \quad (6.4)$$

В случае равномерного движения электробуса ($v = \text{const}$ и $\dot{v} = 0$), получаем следующие выражения:

$$R_{y1} = m_1 \left[\frac{v^2}{R} + v(\dot{\alpha} - \dot{\psi}_1) \right];$$

$$R_{y2} = m_2 \left[\frac{v^2}{R} - v(\dot{\alpha}_2 + \dot{\psi}_2) \right].$$

При установившемся круговом движении с постоянной скоростью $v = \text{const}$ параметры α , ψ_1 , ψ_2 остаются постоянными, следовательно, их производные равны нулю. В этом случае боковые реакции вычисляются по формулам:

$$R_{y1} = m_1 \frac{v^2}{R}; \quad R_{y2} = m_2 \frac{v^2}{R}.$$

Согласно выражениям (6.3) и (6.4), сила инерции электробуса со всеми управляемыми колесами распределяется между мостами пропорционально распределению масс электробуса по мостам. При ускоренном движении электробуса на повороте боковые реакции увеличиваются, а при замедленном – уменьшаются.

Таким образом, в большинстве случаев наибольшее влияние на боковые реакции двухосного электробуса оказывает центробежная сила инерции. При резком повороте управляемых колес решающее значение на увеличение боковых реакций может оказать значение угловой скорости поворота управляемых колес $\dot{\alpha}$, особенно при большой скорости движения электробуса. Поэтому при оценке устойчивости электробуса широко используется круговое движение с установившейся скоростью, а также резкие повороты рулевого колеса при переходе с одной полосы движения на другую.

Сочлененный электробус. Силы, действующие при криволинейном движении на сочлененный электробус с двумя ведущими мостами (второй и третий мосты), можно определить для каждого из звеньев (электробус и прицеп), учитывая силы взаимодействия между ними, на основании ранее рассмотренной методики.

Усилие $F_{\text{цн}}$, действующее в сочленении, приложим к электробусу и прицепу (направлено противоположно усилию $F_{\text{цн}}$, действующему на электробус). В результате получаем расчетную схему сочленен-

ного электробуса, на который действуют внешние силы, показанную на рис. 6.3.

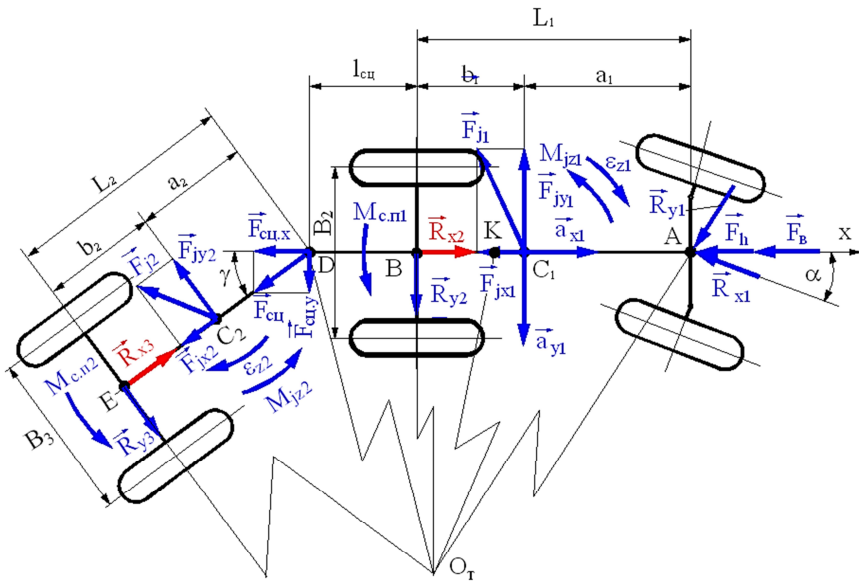


Рис. 6.3. Схема сил и реакций, действующих на сочлененный электробус при круговом движении

В число этих внешних сил входят: сила сопротивления воздуха F_B ; сила сопротивления подъему F_h ; реакции дороги на колеса (продольные R_{x1} , R_{x2} , R_{x3} ; боковые R_{y1} , R_{y2} , R_{y3}); моменты сопротивления повороту $M_{c.n1}$ и $M_{c.n2}$; силы инерции F_{j1} и F_{j2} ; инерционные моменты M_{jz1} относительно вертикальной оси C_1z и M_{jz2} относительно вертикальной оси C_2z .

На схеме (рис. 6.3) суммарные боковые и продольные реакции колес R_{yi} и R_{xi} , относящиеся к одному мосту, для всех мостов приложены в их середине (точки A, B и E). Боковая реакция переднего управляемого моста R_{y1} – под углом α к оси моста, а суммарная продольная реакция управляемых колес R_{x1} – под углом α к продольной оси электробуса.

В связи с тем, что моменты на ведущих наружном и внутреннем колесах второго и третьего мостов равны, можно суммарные про-

дольные реакции этих мостов R_{x2} и R_{x3} приложить соответственно в середине каждого моста, точки B и E . В результате момент сопротивления повороту от разности вращающих моментов (продольных реакций) на ведущих колесах второго и третьего мостов становится равным нулю: $M_{c.n1} = 0$ и $M_{c.n2} = 0$.

Предполагается, что сочлененный электробус входит в поворот, и его угловое ускорение ε_{z1} увеличивается. Тогда, согласно рис. 6.3, вектор ускорения \vec{e}_{z1} направлен по часовой стрелке, а вектор инерционного момента \vec{M}_{jz1} – против часовой стрелки. Направления составляющих \vec{F}_{jx1} и \vec{F}_{jy1} вектора силы инерции \vec{F}_{j1} противоположны соответствующим составляющим \vec{a}_{x1} и \vec{a}_{y1} вектора ускорений центра масс \vec{a}_{c1} . Аналогично направлены угловое ускорение полуприцепа ε_{z2} и его инерционный момент \vec{M}_{jz2} , а составляющие \vec{F}_{jx2} и \vec{F}_{jy2} вектора силы инерции \vec{F}_{j2} противоположны соответствующим составляющим \vec{a}_{x2} и \vec{a}_{y2} вектора ускорений центра масс \vec{a}_{c2} полуприцепа.

После нахождения угла γ между продольными осями электробуса и полуприцепа [см. формулу (5.9)], можно определить характеристики установившегося ($v = \text{const}$, $\varepsilon = 0$) кругового движения сочлененного электробуса, используя принцип освобождения от связи между электробусом и полуприцепом. Теоретический радиус поворота полуприцепа $O_{\tau}E$ отличается от теоретического радиуса поворота электробуса $O_{\tau}B$ чаще всего в меньшую сторону. Так, теоретический радиус поворота полуприцепа $R_{\tau2}$ можно определить из прямоугольного треугольника DEO_{τ} , где катет $O_{\tau}E = R_{\tau2}$, угол $DO_{\tau}E = \gamma_2$ (см. формулу (5.8)):

$$R_{\tau2} = \frac{L_2}{\text{tg}\gamma_2}.$$

В связи с тем, что база электробуса L_1 больше базы полуприцепа L_2 и угол γ больше угла α поворота управляемых колес, находим, что $R_{\tau2} < R_{\tau1}$.

Как и в случае двухосного электробуса, чтобы получить выражения для определения боковых сил, запишем уравнения моментов относительно середин мостов электробуса и точки сочленения:

– середина заднего моста (точка В)

$$\sum M_B = L_1 R_{x1} \sin \alpha - L_1 R_{y1} \cos \alpha + b_1 F_{jy1} + l_{\text{цн}} F_{\text{цн},y} + M_{jz1} = 0;$$

– середина переднего моста (точка А)

$$\sum M_A = L_1 R_{y2} - a_1 F_{jy} + (l_{\text{цн}} + L_1) F_{\text{цн},y} + M_{jz} = 0;$$

– точки сочленения троллейбуса (точка D)

$$\sum M_D = L_2 R_{y3} - a_2 F_{jy2} + M_{jz} = 0.$$

Решая полученные уравнения относительно переменных R_{y1} , R_{y2} , и R_{y3} , находим искомые боковые реакции:

$$R_{y1} = \frac{1}{L_1 \cos \alpha} (L_1 R_{x1} \sin \alpha + b_1 F_{jy1} + l_{\text{цн}} F_{\text{цн},y} + M_{jz1});$$

$$R_{y2} = \frac{1}{L_1} [a_1 F_{jy1} - (l_{\text{цн}} + L_1) F_{\text{цн},y} + M_{jz1}];$$

$$R_{y3} = \frac{1}{L_2} (-a_2 F_{jy2} + M_{jz2}).$$

При движении по круговой траектории с постоянной скоростью $v = \text{const}$ сила инерции F_{ji} электробуса и полуприцепа определяется по формуле:

$$F_{ji} = \frac{m_i v^2}{R_{ci}},$$

где m_i – масса электробуса или полуприцепа;

R_{ci} – расстояние от центра поворота O_r до центра масс электробуса или полуприцепа, точки C_1 и C_2 .

Силу инерции разложим на составляющие: вдоль продольной оси электробуса $F_{jx1} = F_{j1} \sin \alpha_c$ и нормальную продольной оси электробуса $F_{jy1} = F_{j1} \cos \alpha_c$. Угол α_c определим из прямоугольного треугольника OKC_1 , в котором $OK = R$, $KC_1 = b_1 - e$:

$$\operatorname{tg} \alpha_c = \frac{KC_1}{OK},$$

откуда

$$\alpha_c = \operatorname{arctg} \frac{b_1 - e}{R}.$$

Кинематические и динамические параметры установившегося поворота сочлененного электробуса определим, воспользовавшись его кинематикой поворота (см. рис. 6.3).

Из прямоугольного треугольника DKO_T найдем гипотенузу $O_T D$ и угол $O_T DK = \varepsilon_1$:

$$O_T D = \sqrt{(l_{\text{сц}} + e)^2 + R^2}; \quad \varepsilon_1 = \operatorname{arctg} \frac{R}{l_{\text{сц}} + e}.$$

Далее воспользуемся треугольником $DO_T E$, в котором известны две стороны $ED = L_2$ и $O_T D = R_D$, а также угол $EO_T D = \varepsilon_2 = 180^\circ - (\gamma + \varepsilon_1)$, и по теореме косинусов найдем сторону EO_T :

$$EO = \sqrt{L_2^2 + R_D^2 - 2L_2 R_D \cos \varepsilon_2}.$$

Угол увода полуприцепа равен:

$$\psi_3 = 90^\circ - \varepsilon_3.$$

Угол $\varepsilon_3 = \angle DEO_T$ найдем из того же треугольника $DO_T E$, в котором известны три стороны и угол между двумя из них, по теореме синусов:

$$\varepsilon_3 = \operatorname{arcsin} \left(\frac{O_T D}{O_T E} \sin \varepsilon_2 \right).$$

Полученные системы уравнений и выражения решаются итерационным методом. Для первого шага итерационного процесса для электробуса принимаются $R = R_{T1}$ и $e = 0$. Итерационный процесс определения радиуса поворота электробуса R заканчивается, когда изменение радиуса поворота ΔR станет меньше или равно принятой точности ε расчетов, т. е. при выполнении условия

$$\Delta R = |R_i - R_{i+1}| \leq \varepsilon.$$

Таким образом, описанный алгоритм позволяет определить кинематические и динамические характеристики криволинейного движения как двухосного, так и сочлененного электробуса. Кинематические и силовые реакции функционально связаны с управляющими воздействиями, причем эти зависимости определяются свойствами электробуса как управляемого объекта. Для различных электробусов одни и те же управляющие воздействия, осуществляемые в одних и тех же условиях движения, вызывают неодинаковые кинематические и силовые реакции. Следовательно, поворот рулевого колеса на один и тот же угол вызовет поворот, характеризуемый разной угловой скоростью изменения курсового угла, а также неодинаковой боковой скоростью и ускорением.

Вагон. Боковые силы, действующие на колесную пару при ее извилистом движении. На рис. 6.4 показано движение одиночной колесной пары с коническими поверхностями качения по ровному прямолинейному участку пути в плане.

Из-за конических бандажей колеса имеют разные радиусы качения. Из подобия треугольников ACO и BDO можно определить расстояние R_B от оси рельсового пути до мгновенного центра поворота колесной пары (точка O)

$$\frac{AC}{BD} = \frac{CO}{DO} \quad \text{или} \quad \frac{r + i_{кб}y}{r - i_{кб}y} = \frac{R_B + s}{R_B - s},$$

где $i_{кб}$ – наклон образующей конуса бандажа к оси колесной пары (у нового колеса $i_{кб} = 1/20$);

$2s$ – расстояние между кругами качения колес.

Откуда

$$R_B = \frac{sr}{i_{кб}y}. \quad (6.5)$$

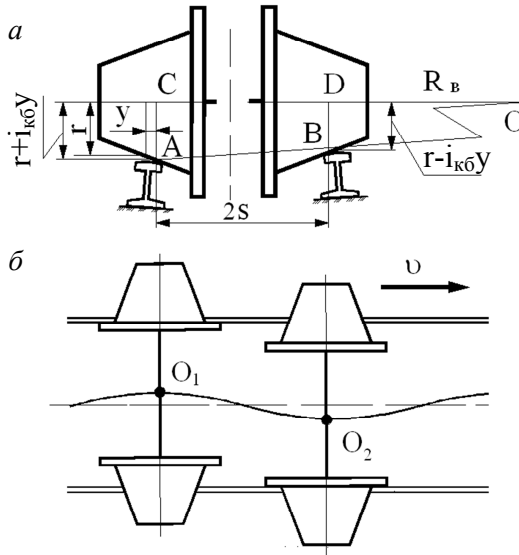


Рис. 6.4. Движение колесной пары с коническими колесами по прямолинейному участку пути:

a – схема для определения расстояния до центра поворота;

б – извилистое движение колесной пары по рельсовому пути в плане

Поскольку кривизна кривой, по которой движется в плане ось колесной пары, для каждого момента времени

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{1}{R_B} \quad \text{или} \quad y'' = \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{i_{кб}}{sr}y,$$

тогда

$$y'' + \frac{i_{кб}}{sr}y = 0.$$

Обозначив $p^2 = \frac{i_{кб}}{sr}$, получим хорошо известное дифференциальное уравнение второго порядка

$$y'' + p^2 y = 0, \quad (6.6)$$

решение которого имеет вид

$$y = A \sin px + B \cos px. \quad (6.7)$$

За начало отсчета величины x ($x = 0$) принимают точку, в которой $y = 0$. Тогда подстановкой в выражение, описывающее решение исходного уравнения, значений $x = 0$ и $y = 0$ находим, что $B = 0$, а выражение (6.7) примет вид

$$y = A \sin px, \quad (6.8)$$

где A – амплитуда колебаний, которая равна половине суммарного зазора между боковыми гранями головок рельсов и гребнями колес, равного $\delta = 2\Delta$;

p – угловая частота извилистого движения колесной пары.

Тогда выражение для решения дифференциального уравнения (6.6) примет вид

$$y = \Delta \sin px.$$

Горизонтальное ускорение колесной пары

$$a_{г.кп} = \frac{d^2 y}{dt^2} = v^2 \frac{d^2 y}{dx^2} = -v^2 p^2 \Delta \sin px,$$

а его максимальная величина равна

$$a_{г.кп. \max} = v^2 p^2 \Delta.$$

Из последнего выражения следует, что износ бандажей колес, приводящий к увеличению их коничности, неблагоприятно влияет

на взаимодействие колесной пары с рельсовой колеей, особенно при высоких скоростях движения.

Предположим, что один из рельсов пути в плане уложен волнообразно. Двигаясь по такому рельсовому пути, колесная пара получает вынужденные колебания, рис. 6.5.

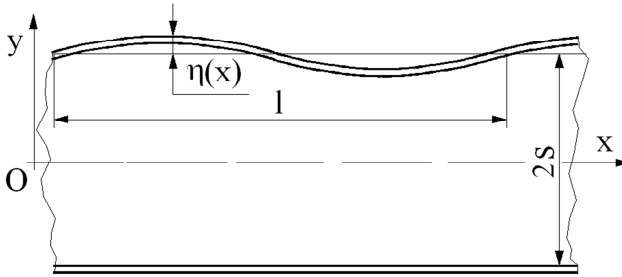


Рис. 6.5. Неровности рельсового пути в плане

Тогда в выражение (6.5) вместо смещения (относа) y следует подставлять величину $[y - \eta(x)]$, а расстояние между кругами качения вместо s станет переменной величиной $s + \eta(x)$. Заметим, что величины y и $\eta(x)$ соизмеримы между собой, в то время как $s \gg \eta(x)$, поэтому практически без погрешности выражение (6.5) можно с учетом указанного представить следующим образом:

$$R_B = \frac{sr}{i_{кб} [y - \eta(x)]}.$$

Тогда уравнение вынужденных колебаний колесной пары примет вид

$$y'' + \frac{i_{кб}}{sr} y = -\frac{i_{кб}}{sr} \eta(x).$$

Обозначив коэффициент при переменной y , как это принято в теоретической механике и математике, через p^2 , т. е. $i_{кб}/(sr) = p^2$, получим

$$y'' + p^2 y = -p^2 \eta(x). \quad (6.9)$$

Общее решение этого неоднородного уравнения представляется как сумма решений однородного уравнения y_1 и частного решения неоднородного уравнения y_2 , т. е. $y = y_1 + y_2$.

Найдем вначале частное решение уравнения, предположив, что

$$y_2 = A_2 \cos \omega t.$$

Возьмем производные

$$\dot{y}_2 = -A_2 \omega \sin \omega t; \quad \ddot{y}_2 = -A_2 \omega^2 \cos \omega t.$$

Подставим значения второй производной и переменной y в уравнение (6.9). В результате получим

$$-A_2 \omega^2 \cos \omega t + p^2 A_2 \cos pt = -p^2 \eta(x).$$

Учитывая начальные условия при $t = 0, x = 0, y = 0$, определяем A_2

$$A_2 = -\frac{p^2 \eta(x)}{p^2 - \omega^2}, \quad \text{т. е.} \quad y_2 = -\frac{p^2 \eta(x)}{p^2 - \omega^2} \cos \omega t.$$

Решение однородного уравнения представим в виде

$$y_1 = A_1 \cos pt.$$

Тогда общее решение уравнения (6.9) представляется в виде

$$y = A_1 \cos pt - \frac{p^2 \eta(x)}{p^2 - \omega^2} \cos \omega t. \quad (6.10)$$

Начало отсчета времени $t = 0$ в этой системе можно принять для такого момента, когда боковое смещение отсутствует $y = 0$. В таком случае, подставляя в (6.10) $t = 0$ и $y = 0$, получим уравнение

$$A_1 \cos pt - \frac{p^2 \eta(x)}{p^2 - \omega^2} \cos \omega t = 0.$$

Из этого уравнения находим A_1

$$A_1 = \frac{p^2 \eta(x)}{p^2 - \omega^2}.$$

Подставляем в уравнение (6.10) значение A_1 и получаем общее решение уравнения (6.9)

$$y = \frac{p^2 \eta(x)}{p^2 - \omega^2} \cos \omega t - \frac{p^2 \eta(x)}{p^2 - \omega^2} \cos pt = \frac{p^2 \eta(x)}{p^2 - \omega^2} (\cos \omega t - \cos pt). \quad (6.11)$$

При возмущении $\eta(x) = \eta_0 \cos(vx)$, где η_0 – амплитуда неровности; x – абсцисса неровности; v – частота возмущения, зависящая от скорости v движения и длины неровности l , $v = \omega v = 2\pi v/l$; $\omega = 2\pi/l$, выражение (6.11) общего решения исходного уравнения после преобразований примет вид

$$y = \frac{p^2}{p^2 - \frac{2\pi v}{l}} \left(\cos \frac{2\pi v}{l} x - \cos px \right) \eta_0. \quad (6.12)$$

Уравнение (6.12) показывает, что при возмущении возможны явления, близкие к биениям и резонансу. Эти явления возможны, если учесть, что ширина колеи больше увеличивается в процессе эксплуатации там, где гребни колес набегают на рельсы. Следовательно, при обычных собственных боковых колебаниях вагона он создает неровности пути, имеющие частоту собственных колебаний его извилистого движения.

Одним из способов снижения амплитуды рассмотренных колебаний является их гашение. Для этой цели создают трение (при поворотах тележки относительно кузова) на скользунах между тележками и кузовом вагона.

Силы, действующие на тележку при ее извилистом движении. Определим величину боковых сил, возникающих при вилянии двухосной тележки, которая движется по прямолинейному участку рель-

сового пути. Представим, что тележка, соединенная шкворнем с кузовом в точке O , набегают при своем извилистом движении одним колесом на рельс с углом набегания φ_1 (рис. 6.6) и учтем также, что масса кузова значительно больше массы тележки.

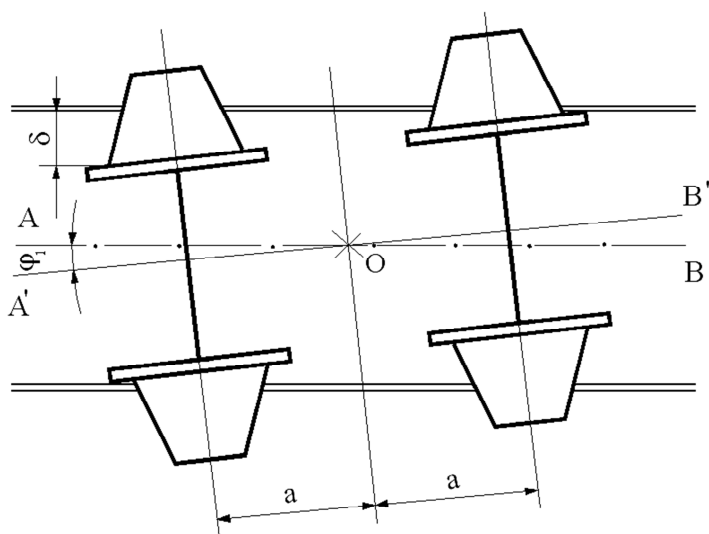


Рис. 6.6. Извилистое движение тележки на прямом участке пути

Для удобства дальнейшего рассмотрения процесс движения в реальной рельсовой колее представляют как движение отрезка прямой, представляющего собой тележку, в колее, ширина которой равна сумме зазоров между гребнями колес и рабочими гранями рельсов. При такой схематизации противоположные рабочие грани гребней колес сближаются так, что они совмещаются в одну линию. Ширина колее соответственно уменьшается на величину расстояния между наружными гранями гребней колесной пары.

На рис. 6.7 представлена схема, изображающая это геометрическое преобразование. Из рисунка видно, что после набегания колеса на рельс произойдет отжатие рельса на величину δy и по мере перемещения рамы тележки из положения AB в положение AB'' под действием реакции рельса произойдет поворот ее на некоторый угол $\delta\varphi$.

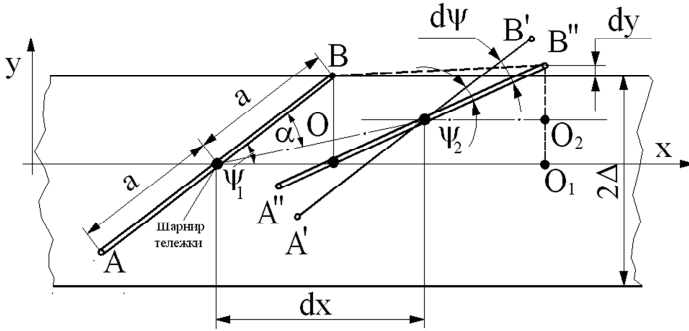


Рис. 6.7. Схематизация процесса движения двухосной тележки

При этом возникнут силы инерции поворота тележки вокруг шкворня и силы трения бандажей колес по рельсам. Из рисунка видно, что начальный угол поворота тележки равен $\psi_1 \approx \sin\psi_1 = OB/a$, а конечный угол $\psi_2 = O_2B''/a$. Из схемы также следует, что

$$O_2B'' = OB + dy - O_1O_2 = OB + dy - \text{tg}\alpha \cdot dx,$$

где dy – приращение горизонтального упругого отжатия головки рельса при перемещении набегающего колеса на отрезке dx .

Приращение угла поворота тележки

$$d\psi = \psi_2 - \psi_1 \approx \frac{1}{a}(dy - \text{tg}\alpha \cdot dx)$$

или

$$\frac{d\psi}{dx} = \frac{1}{a} \left(\frac{dy}{dx} - \text{tg}\alpha \right).$$

Если допустить, что $\text{tg}\alpha = \text{const}$, что справедливо при массе кузова значительно большей, чем масса тележки, шкворень тележки на участке набегания гребня колеса на рельс имеет траекторию, почти не отличающуюся от прямой. Поэтому для участка набегания принимается предположение, что $\text{tg}\alpha = \text{const}$. Отсюда

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{1}{a} \cdot \frac{d^2y}{dx^2},$$

и при постоянной скорости $v = \text{const}$ движения, когда $x = vt$,

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} = \frac{1}{a} \cdot \frac{d^2y}{dt^2}. \quad (6.13)$$

Определим моменты всех сил, действующих на тележку, относительно ее шкворня:

– момент от реакции рельса $M_p = aY'$, здесь Y' – боковая сила набегающего колеса тележки; $Y' = cy$, где c – боковая жесткость пути; y – отжатие рельса (упругое горизонтально-поперечное перемещение) рельса в точке набегающего колеса. В результате момент, создаваемый боковой силой Y' на тележке, равен $M_p = acy$;

– момент сил трения тележки между бандажами и рельсами $M_{\text{тр}} = -3G_k\mu$, где G_k – нагрузка от колеса на рельс; μ – коэффициент трения поверхности бандажа по рельсу. Заметим, что в момент $M_{\text{тр}}$ вошло трение о головки рельсов трех, а не четырех колес тележки, так как сила трения на набегающем колесе вошла в боковую силу Y' набегающего колеса;

– момент инерционных сил, возникающих при вращении тележки $M_j = J_0 \frac{d^2\psi}{dt^2}$, где J_0 – момент инерции тележки относительно шкворня.

Согласно принципу Даламбера, можем записать

$$M_p + M_{\text{тр}} + M_j = 0.$$

Откуда

$$J_0 \frac{d^2\psi}{dt^2} + acy = 3a\mu G_k.$$

Используя выражение (6.13) и выполнив преобразования, получим

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{a^2c}{J_0} y = \frac{3a^2\mu G_k}{J_0}.$$

Введем обозначение $k^2 = a^2 c / J_0$. Тогда

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + k^2 y = k^2 \frac{3\mu G_K}{c}. \quad (6.14)$$

Решение уравнения (6.14) имеет вид

$$y = C_1 \sin kt + C_2 \cos kt + \frac{3\mu G_K}{c}.$$

Из условия, что при $t = 0$ (в момент набегания колеса на рельс) $y = 0$, находим $C_2 = -3\mu G_K / c$. Вторую произвольную постоянную C_1 находим по величине производной dy/dt . При этом предполагается, что в начале набегания колеса на рельс реакция рельса близка к нулю и поэтому в начальный момент времени скорость отжатия (перемещения) рельса равна скорости перемещения шкворня тележки в направлении, перпендикулярном к оси рельсового пути, т. е. $v_y = v \operatorname{tg} \alpha$. Отсюда

$$\frac{dy}{dt} = v \operatorname{tg} \alpha \approx v \sin \alpha \approx v \alpha.$$

Максимальное воздействие колес на рельсовый путь будет, когда поперечная скорость шкворня тележки будет максимальной, т. е. при максимальном угле α . Максимум этого угла достигается в том случае, когда база вагона L будет находиться в предельно перекошенном положении в зазоре между рабочими гребнями бандажей и рельсов, т. е. когда $\operatorname{tg} \alpha_{\max} = 2\Delta / L$ (зазор равен 2Δ). Тогда

$$\frac{dy}{dt} = C_1 k \cos kt = \frac{2\Delta}{L} v.$$

Если выразить базу вагона L через длину тележки $2a$ в виде $L = 2i_{\text{кб}} a$, то при $t = 0$

$$C_1 = \frac{\Delta}{ki_{\text{кб}} a} v.$$

Таким образом,

$$y = \frac{\Delta}{ki_{кб}a} v + \frac{3\mu G_k}{c} (1 - \cos kt).$$

Отжатие рельса y достигает максимума при $kt = \pi/2$. Тогда

$$y_{\max} = \frac{\Delta}{ki_{кб}a} v + \frac{3\mu G_k}{c}.$$

Подставляя в это уравнение значение $k = \sqrt{\frac{a^2 c}{J_0}}$, получим

$$y_{\max} = \frac{\Delta}{i_{кб}a^2} \sqrt{\frac{J_0}{c}} v + \frac{3\mu G_k}{c}.$$

Поскольку $Y'_{\max} = y_{\max}c$, то наибольшая величина боковой силы набегающего колеса тележки

$$Y'_{\max} = \frac{\Delta \sqrt{J_0 c}}{i_{кб}a^2} v + 3\mu G_k.$$

Эта формула показывает, что боковая сила Y'_{\max} возрастает с увеличением скорости движения вагона, боковой жесткости рельсового пути и момента инерции тележки и уменьшается с увеличением базы тележки и базы вагона. В общем случае, учитывая, что $\operatorname{tg} \alpha = \Delta / (i_{кб}a)$, имеем

$$Y'_{\max} = \frac{\Delta \operatorname{tg} \alpha \sqrt{J_0 c}}{a} v + 3\mu G_k. \quad (6.15)$$

Такие же силы возникают не только при вилянии тележек и вагона на прямых участках рельсового пути, а также при ударе колес в острия стрелочных переводов и при их движении на боковой путь (см. рис. 4.4). В таких случаях важно знать лишь угол α набегающего колеса на рельс.

Движение тележки по криволинейному участку рельсового пути. На пологих участках (радиус кривизны более 1000–1200 м) тележки вагона совершают извилистое движение с небольшой амплитудой и малым проскальзыванием колес по рельсам. На крутых кривых одно или два колеса каждой тележки прижимаются гребнями к рельсу. Скорости скольжения колес по головкам рельсов становятся значительными. Следовательно, при изучении движения по пологим кривым касательные силы в точках контакта колес с рельсами следует принимать пропорциональными относительной скорости скольжения (вязкое трение), а по крутым кривым – пропорциональными силам трения, не зависящим от скорости скольжения (сухое трение). Для остальных кривых расчет ведут по обоим видам сил трения, действующих в точках контакта колес с рельсами. Окончательным признают результат, соответствующий бóльшим силам взаимодействия колес с рельсами.

Рассмотрим движение тележки по кривой среднего радиуса, когда тележка прижимается гребнем набегающего колеса к наружному рельсу (рис. 6.8), а касательную силу в точках контакта колес с рельсами (внутренним $F_{1в}$, $F_{2в}$ и наружным $F_{1н}$, $F_{2н}$) будем считать пропорциональной скоростям скольжения колес.

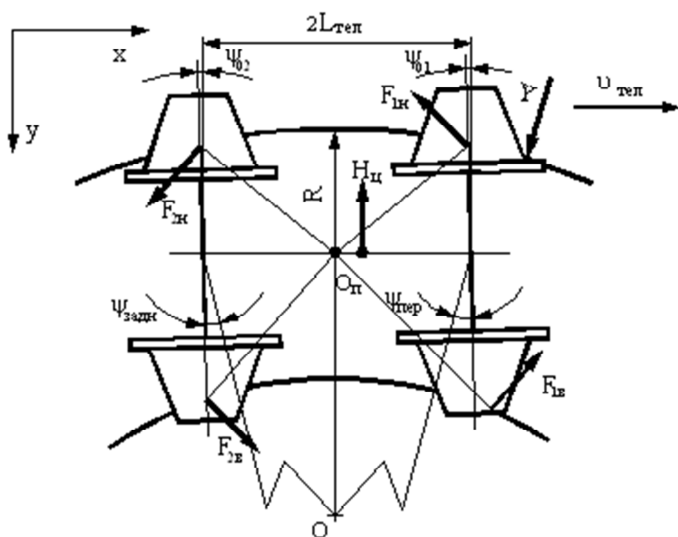


Рис. 6.8. Расчетная схема движения тележки в кривой среднего радиуса

Тележку рассматриваем без учета допусков на сборочные размеры и упругих деформаций, учитывая сопротивление вращению колесных пар со стороны подшипников и тормозных устройств. Движение тележки рассматриваем без дополнительного виляния, т. е. когда тележка движется как твердое тело, вращаясь вокруг центра кривизны рельсового пути.

Движение тележки в кривой складывается из вращения колесных пар в подшипниках и перемещения ее в плоскости пути. Колесные пары вращаются независимо одна от другой, поэтому частота их вращения, а также скорости скольжения колес в общем случае неодинаковы. Перемещение тележки в плоскости пути представляется как вращение ее относительно центра кривой пути с угловой скоростью $\omega_{\text{тел}} = v_{\text{тел}}/R$ или как поступательное движение со скоростью $v_{\text{тел}}$ некоторой ее точки $O_{\text{п}}$ (полюса поворота, лежащего в основании перпендикуляра, проведенного из центра кривизны пути на продольную ось тележки) и одновременное вращение тележки вокруг этого полюса с той же угловой скоростью $\omega_{\text{тел}}$.

В уравнения равновесия тележки в плоскости пути входят: касательные силы $F_{1в}, F_{1н}, F_{2в}, F_{2н}$, направляющее усилие Y от действия рельса на гребень набегающего колеса, а также центробежная сила $H_{\text{ц}}$, возникающая при движении вагона по кривой и приложенная к подпятнику тележки. При вычислении силы $H_{\text{ц}}$ учитывается масса тележки и приходящаяся на нее масса кузова, а также вычитается поперечная составляющая, обусловленная возвышением наружного рельса.

Движение каждой отдельно взятой колесной пары происходит таким образом, что количество рассеиваемой механической энергии на единицу длины пройденного пути является минимальным.

Установившееся движение тележки рассматривается как результат вращения ее вокруг центра кривой с постоянной угловой скоростью. Движение колесной пары – результат сложения вращений вокруг центра кривой с угловой скоростью $\omega_{\text{тел}}$ и вокруг собственной вертикальной оси с угловой скоростью $\omega_{\text{кп}}$, которая определяется из условия минимума энергии, рассеянной за счет трения колес о головки рельсов. Сила трения гребня о головку рельса принимается не зависящей от скорости скольжения (сухое трение).

Получают выражения для составляющих скольжения по осям x и y для обоих колес каждой колесной пары и для рассеиваемой мощности с учетом сил трения тормозных колодок в зависимости от $\omega_{\text{тел}}$, $\omega_{\text{кп}}$ и угла набегания $\psi_{\text{пер}}$, $\psi_{\text{задн}}$ между осью передней и задней колесной пары и радиусом R , проведенным из центра кривой через центр тяжести колесной пары до наружного рельса. Из условия минимума рассеиваемой мощности определяют угловую скорость $\omega_{\text{кп}}$ для каждой колесной пары в отдельности. Эти угловые скорости не равны, так как набегающая колесная пара дополнительно трется гребнем о рельс. При этом в полученных формулах неизвестными остаются угол набегания ψ и сила нажатия гребня набегающего колеса Y на головку рельса. Параметры Y и ψ находят из условия равновесия тележки под действием всех приложенных к ней сил.

При выполнении всех преобразований считается, что тележка собрана идеально без перекосов и разбегов и имеет новые колесные пары. Это допущение компенсируется введением поправочных коэффициентов, численное значение которых устанавливается экспериментальным путем.

В результате можно определить силу нажатия гребня колеса на головку рельса

$$Y = A \left(4k \frac{L_{\text{тел}}}{R} \right) + BF_{\text{тк}} + C \frac{H_{\text{ц}}}{2},$$

где A , B , C – поправочные коэффициенты, которые определяются экспериментально и учитывают влияние принятых в расчете допущений;

k – коэффициент крипа (пропорциональности);

$F_{\text{тк}}$ – касательная сила колес тележки.

Эта формула пригодна для расчетов движения тележек по кривым, радиус которых составляет 800–1000 м и более, при условии, что тележка все время набегает на наружный рельс передней колесной парой.

Из приведенной формулы следует, что сила нажатия гребня колеса на головку рельса в большой степени зависит от коэффициента крипа k , а следовательно, от нормальной нагрузки колеса на рельс и, кроме того, от тормозного усилия. При экстренном торможении

сила нажатия гребня на головку рельса значительно увеличивается. С ростом скорости движения сила Y растет пропорционально доле влияния центробежной силы $H_{ц}$, т. е. является функцией от квадрата скорости.

Во избежание ошибок при выполнении практических расчетов следует проверять, что результирующие касательные силы между колесами и рельсами не превышают величины сухого трения $F_{тк} \leq \phi G_{тел}$. Если это условие не выполняется, то расчет направляющего усилия Y ведется в предположении, что силы в местах контакта колес с рельсами равны силам сухого трения.

Величина действующих на тележку сил определяет положение полюса поворота. В соответствии с этим различают положение тележки в кривой: хордовое ($a = 0$), наибольшего перекоса ($a = \frac{eR}{2L_{тел}}$,

где e – суммарный зазор между гребнями колесной пары и рельсами) и промежуточное.

Для уменьшения сил давления на боковые поверхности реборды и рельса и, стало быть, уменьшения износа рельсового пути и реборд, на закруглениях наружный рельс устанавливают выше внутреннего рельса на величину h (рис. 6.9). Центробежная сила инерции F_i всегда направлена от центра кривой. Кроме того, от возвышения наружного рельса на величину h за счет наклона кузова трамвая возникает горизонтальная поперечная сила $T \sim T = G_{тел} \sin \alpha$, где $G_{тел} = G/2$; $\sin \alpha \sim \operatorname{tg} \alpha = h/(2s)$, рис. 6.9.

Это «облегчает» поворот трамвая в том смысле, что уменьшается сила упругости $F_{упр}$, действующая со стороны рельса на реборду. Теперь центростремительное ускорение вагону сообщают две силы ($F_{упр}$ и F_1), поэтому

$$m \frac{v^2}{R} = |\vec{F}_{упр}| + |\vec{F}_1|,$$

откуда

$$|\vec{F}_{упр}| = m \frac{v^2}{R} - |\vec{F}_1|.$$

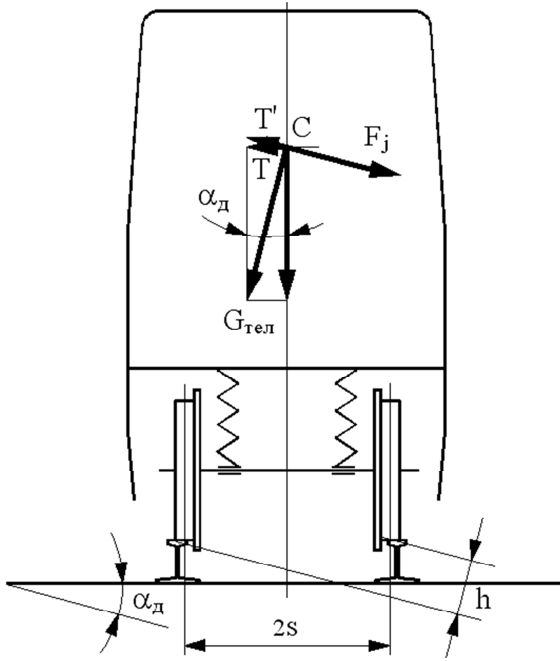


Рис. 6.9. Силы, действующие на трамвай при движении на вираже

Отсюда видно, что сила, действующая на реборду, теперь стала меньше на величину $|F_1|$. Поэтому меньшим будет износ рельса и реборды.

Все перечисленные силы при движении тележки по криволинейному участку пути с постоянной скоростью находятся в динамическом равновесии. Если известно положение мгновенного центра поворота тележки (точки O), то, рассмотрев равновесие сил, приложенных к раме тележки, можно определить направляющее усилие Y , а значит, и боковую силу, действующую на рельс (рис. 6.10).

Для определения боковой силы Y , действующей на рельс, составим уравнение движения и уравнение суммы моментов относительно центра поворота тележки точки O :

$$\begin{cases} H_1 - H_2 - Y + (F_j - T) = 0; \\ (H_1 - Y)x_1 + (F_j - T)(x_1 - a) + H_2x_2 = 0. \end{cases} \quad (6.16)$$

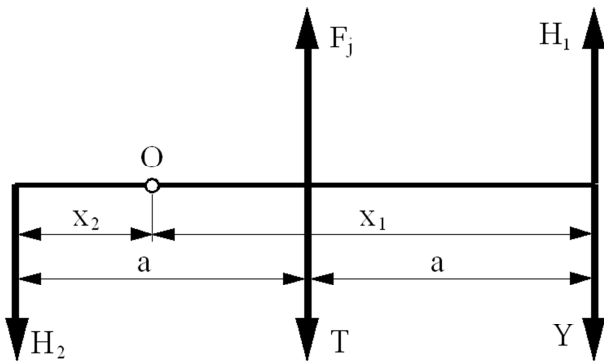


Рис. 6.10. Схема к определению боковой силы, действующей на рельс

В результате решения полученной системы уравнений находятся величины x_1 , x_2 и Y . Решается эта система уравнений методом подбора величин x_1 и x_2 .

Из уравнений (6.16) следует, что сила Y зависит от разности $F_j - T$. Если эту разность разделить на массу трамвая, то получается

$$a_{\text{неп}}^0 = \frac{F_j - T}{m},$$

т. е. $F_j - T = ma_{\text{неп}}^0$, где $a_{\text{неп}}^0$ – непогашенное поперечное ускорение, действующее на тележку.

Кроме того, видно, что сила Y , а значит и сила Y' , является функцией только непогашенного ускорения $a_{\text{неп}}^0$. Поскольку само непогашенное ускорение является функцией скорости трамвая, радиуса кривой и возвышения наружного рельса, то это исключает необходимость решать задачи для разных радиусов кривых и различных возвышений наружного рельса, если при изменении этих параметров не происходит качественного изменения характера движения трамвая по кривой, например, когда на наружный рельс кривой вместо одного колеса стали набегать два.

Следует иметь в виду, что рассмотренный выше метод расчета позволяет определять боковые силы, действующие на рельс при движении вагона по идеально очерченной круговой кривой. В действи-

тельности круговая кривая имеет неровности в плане, в результате чего боковые силы возрастают. По исследованиям проф. К. П. Королева, для определения действительных боковых сил необходимо величину силы Y' , полученной расчетом на вписывание в идеальные круговые кривые, умножить на динамический коэффициент k_d , т. е.

$$Y'_{\text{дин}} = k_d Y'$$

На основании опытных данных он рекомендует принимать для первой по направлению движения оси тележки

$$k_d = 1 + 0,006v,$$

где v – скорость движения вагона, км/ч.

Для второй и последующих осей он рекомендует принимать $k_d = 1$.

С учетом коэффициента динамичности k_d , могут быть определены все динамические горизонтальные силы при движении вагона по круговым кривым.

Дополнительное сопротивление движению трамвая на кривых участках пути возникает из-за того, что центробежная сила прижимает гребни (реборды) колес к наружному рельсу, вследствие чего возрастают силы трения. С увеличением скорости движения это дополнительное сопротивление растет. При увеличении радиуса кривой уменьшается центробежная сила и, соответственно, дополнительное сопротивление движению. Кроме того, вследствие неизбежно возникающей разности радиусов качения колес в кривой возрастают их продольные и поперечные проскальзывания. Сопротивление увеличивается и в результате возрастания сил трения в ходовых частях трамвая при повороте тележек в моменты входа и выхода из кривой. Сопротивление снижается с уменьшением базы тележек трамвая: у четырехосных трамваев, имеющих две тележки, оно меньше, чем у двухосных трамваев.

Из-за сложности учета влияния всех действующих факторов обычно пользуются эмпирической формулой, учитывающей только основной фактор – радиус кривой. Влияние скорости не учитывают, полагая, что трамвай проходит кривые с ограниченной скоростью. На основании экспериментальных данных дополнительное удель-

ное сопротивление движению трамвая от движения в кривой можно приближенно подсчитать по формуле

$$w_r = 450 / R, \text{ Н/кН},$$

где R – радиус кривой, м.

Таким образом, для совершения подвижным составом криволинейного движения необходимо создать боковую силу. В электробусах боковая сила создается при повороте управляемых колес, что позволяет водителю направлять электробус по желаемой траектории. В трамвае она возникает после соприкосновения гребня колеса с головкой рельса, и в дальнейшем он следует за направлением рельсового пути.

В электробусе наибольшее влияние на боковые реакции оказывает центробежная сила инерции. При резком повороте управляемых колес решающее значение на увеличение боковых реакций может оказать величина угловой скорости поворота управляемых колес, особенно при большой скорости движения электробуса. Поэтому при оценке устойчивости электробуса широко используется круговое движение с установившейся скоростью, а также резкие повороты рулевого колеса при переходе с одной полосы движения на другую.

Для «облегчения» движения трамвая по криволинейной траектории на обособленных путях наружный рельс устанавливается несколько выше внутреннего. Кроме того, это мероприятие уменьшает износ рельс и реборд колесных пар. При изучении движения трамвая по пологим кривым касательные силы в точках контакта колес с рельсами принимают пропорциональными относительной скорости скольжения (вязкое трение), а по крутым кривым – пропорциональными силам трения, не зависящим от скорости скольжения (сухое трение). Для остальных кривых расчет ведут по обоим видам сил трения, действующих в точках контакта колес с рельсами. Окончательным признают результат, соответствующий бóльшим силам взаимодействия колес с рельсами.

Кроме того, сила нажатия гребня колеса на головку рельса (направляющая сила), а значит и боковая сила, действующая на рельс, является функцией только непогашенного ускорения. Поскольку непогашенное ускорение является функцией скорости трамвая, ра-

диуса кривой и возвышения наружного рельса, то это исключает необходимость решать задачи для разных радиусов кривых и различных возвышений наружного рельса, если при изменении этих параметров не происходит качественного изменения характера движения трамвая по кривой.

7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НОРМАЛЬНЫХ РЕАКЦИЙ ОПОРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ КРИВОЛИНЕЙНОМ ДВИЖЕНИИ

При криволинейном движении подвижного состава под действием силы инерции происходит перераспределение нормальных реакций опорной поверхности между наружными и внутренними по отношению к центру криволинейной траектории колесами. Наибольшее влияние на перераспределение нормальных реакций оказывает поперечная составляющая силы инерции F_{jy} . Нормальные реакции опорной поверхности на внутренних по отношению к центру поворота колеса уменьшаются, а на наружных – увеличивается. Однако задача определения нормальных реакций опорной поверхности при криволинейном движении оказывается статически неопределимой даже для однозвенного подвижного состава (двухосный электробус, троллейбус, четырехосный трамвай), так как необходимо определить четыре или восемь реакций, тогда как для плоской системы можно составить лишь три уравнения равновесия. В этом случае систему разделяют на три взаимодействующие подсистемы: подрессоренную массу кузова и две неподдрессоренные массы – переднего и заднего мостов или передней и задней тележек.

Взаимодействие этих подсистем осуществляется посредством упругих элементов подвески. Под действием силы инерции изменяется нагрузка на упругие элементы левого и правого бортов подвесок и происходит поперечный наклон подрессоренной массы кузова относительно неподдрессоренных масс на угол $\lambda_{кр}$, называемый углом крена.

Двухосный электробус. Крен кузова электробуса происходит относительно некоторой прямой N_1N_2 , называемой осью крена. Точки N_1 и N_2 оси крена находятся в вертикальной плоскости, проходящей через оси переднего и заднего мостов, рис. 7.1. Эти точки называют центрами крена передней и задней подвесок.

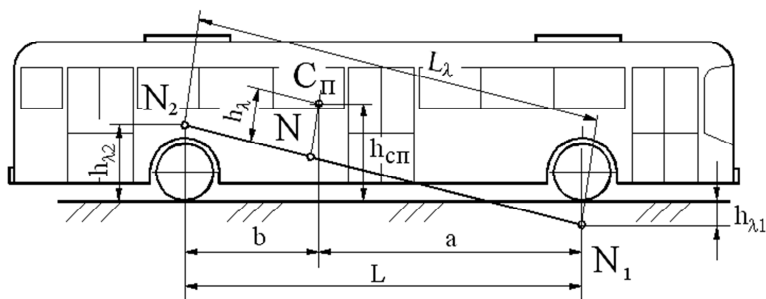


Рис. 7.1. Схема к определению оси крена кузова электробуса

Положение центра крена и оси крена зависят от кинематики подвески. Центр крена в зависимости от кинематики подвески может находиться на плоскости дороги, ниже уровня дороги или выше ее, рис. 7.2. Современные электробусы оборудованы независимой подвеской передней оси (рис. 7.2, а, б, в) и зависимой подвеской заднего моста (рис. 7.2, г). В качестве упругих элементов применяются пневматические баллоны.

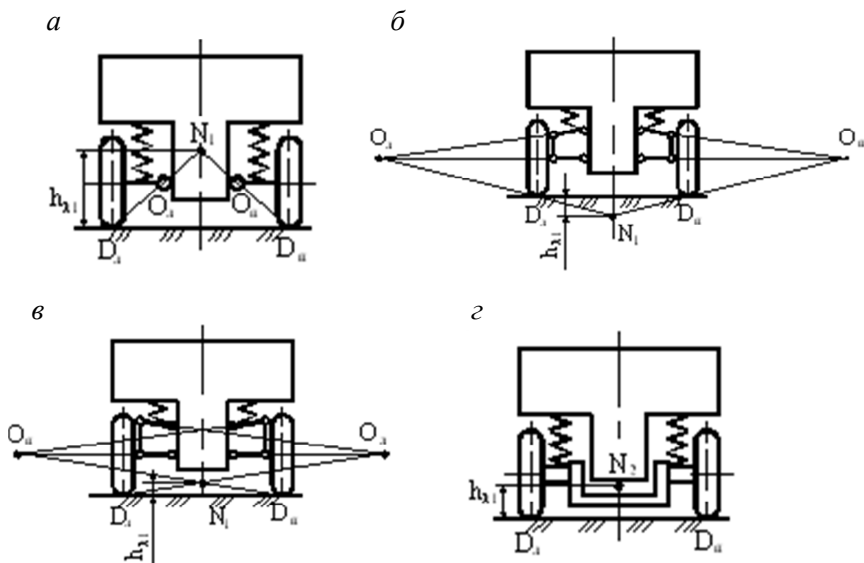


Рис. 7.2. Положение центра крена при различных подвесках:
а, б, в – независимые подвески; г – зависимая подвеска

В связи с изменением нагрузки на колеса при крене поддрессоренной массы изменяется деформация упругих элементов подвески и шин. В результате деформации шин происходит поперечный наклон осей мостов. Однако этот наклон сравнительно небольшой и им обычно пренебрегают.

Для вывода уравнения динамического равновесия поддрессоренной и неподдрессоренной масс, принимаются следующие допущения:

- центры неподдрессоренных масс расположены на высоте r_d посередине колеи моста;
- центр поддрессоренной массы при отсутствии крена расположен в продольной вертикальной плоскости, проходящей через продольную ось электробуса;
- поперечные ускорения центров поддрессоренной и неподдрессоренных масс равны поперечной составляющей ускорения центра масс электробуса a_y .

На поддрессоренную массу (кузов) электробуса действуют следующие силы и моменты (рис. 7.3, а):

- сила тяжести кузова $\vec{G}_п = m_п \vec{g}$;
 - сила инерции $\vec{F}_{jп} = -m_п \vec{a}_y$;
 - инерционный момент $\vec{M}_j = -J_п \ddot{\lambda}$;
 - суммарная вертикальная $F_{нз}$ и боковая F_{yz} реакции неподдрессоренных масс;
 - суммарный реактивный момент упругих элементов подвески M_p .
- Из условия равновесия поддрессоренной массы имеем

$$\vec{F}_{нз} = -m_п \vec{g}; \quad \vec{F}_{нy} = -\vec{F}_{jп}.$$

Следовательно, это пара сил, создающая опрокидывающий момент $\vec{M}_{оп}$ кузова. Сила $\vec{F}_{нз}$ равна суммарной силе всех упругих элементов подвески в состоянии покоя электробуса. При его криволинейном движении возникает крен кузова и происходит перераспределение нагрузок на упругие элементы подвески. Их деформация изменяется, и возникает момент \vec{M}_p , уравновешивающий опрокидывающий момент $\vec{M}_{оп}$. Определим реактивный момент подвески

$$M_p = M_{p1} + M_{p2} = (c_{\lambda 1} + c_{\lambda 2})\lambda_{кр} = c_{\lambda}\lambda_{кр}, \quad (7.1)$$

где $c_{\lambda 1}$ и $c_{\lambda 2}$ – коэффициенты угловой жесткости передней и задней подвесок.

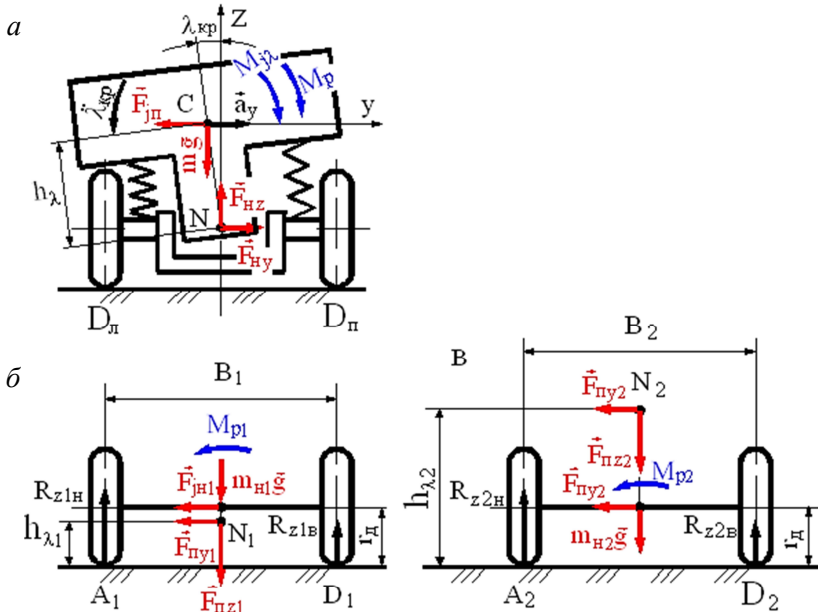


Рис. 7.3. Схема для определения нормальных реакций при криволинейном движении троллейбуса:

a – силы и моменты, действующие на кузов; *б* – силы и моменты, действующие на переднюю ось; *в* – силы и моменты, действующие на задний мост

Коэффициенты угловой жесткости зависимой подвески определяются по формуле

$$c_{\lambda} = \frac{1}{2}c_p\eta_p B_p^2,$$

где c_p – коэффициент жесткости упругого элемента подвески при вертикальной деформации;

η_p – коэффициент, учитывающий увеличения жесткости упругого элемента при его скручивании в поперечной плоскости электробуса;

B_p – расстояние между упругими элементами.

Для независимых подвесок

$$c_{\lambda} = \frac{1}{2} c_{\text{пр}} B^2,$$

где $c_{\text{пр}}$ – коэффициент жесткости упругого элемента, приведенный к плоскости приведения колеса;

B – колея моста.

Для определения угла крена составим уравнение динамического равновесия кузова относительно оси крена:

$$m_{\text{п}} a_y h_{\lambda} \cos \lambda_{\text{кр}} + m_{\text{п}} g h_{\lambda} \sin \lambda_{\text{кр}} - J_{\text{пл}} \ddot{\lambda}_{\text{кр}} - M_{\text{р}} = 0,$$

где $m_{\text{п}}$ – подрессоренная масса кузова электробуса;

$h_{\text{кр}}$ – плечо крена;

$J_{\text{пл}}$ – момент инерции кузова относительно оси крена.

Так как угол крена не превышает $10 \dots 15^\circ$, примем $\sin \lambda_{\text{кр}} = \lambda_{\text{кр}}$; $\cos \lambda_{\text{кр}} = 1$. Подставив в предыдущее равенство $M_{\text{р}}$, получим:

$$J_{\text{пл}} \ddot{\lambda}_{\text{кр}} + (c_{\lambda} - m_{\text{п}} g h_{\lambda}) \lambda_{\text{кр}} = h_{\lambda} m_{\text{п}} a_y.$$

При установившемся круговом движении $\lambda_{\text{кр}} = \text{const}$, и $\ddot{\lambda}_{\text{кр}} = 0$.

Тогда угол крена можно определить по формуле

$$\lambda_{\text{кр}} = \frac{h_{\lambda} m_{\text{п}} a_y}{c_{\lambda} - h_{\lambda} m_{\text{п}} g}. \quad (7.2)$$

После определения угла крена, по формуле (7.2) находится суммарный реактивный момент $M_{\text{р}}$, который распределяется между передней и задней подвесками пропорционально коэффициентам их угловой жесткости:

$$M_{\text{р1}} = \frac{c_{\lambda 1} M_{\text{р}}}{c_{\lambda 1} + c_{\lambda 2}}; \quad M_{\text{р2}} = \frac{c_{\lambda 2} M_{\text{р}}}{c_{\lambda 1} + c_{\lambda 2}}.$$

Аналогично из уравнения моментов относительно точки A_1 находим нормальную реакцию дороги на переднее внутреннее колесо:

$$R_{z1в} = \frac{1}{2} m_{a1} g - \frac{(m_{н1} h_{\lambda 1} + m_{н1} r_{д1}) a_y + M_{п1}}{B_1}.$$

Из выражений для определения нормальных реакций дороги на передних колесах следует: чем выше расположен центр крена над поверхностью дороги и чем больше подрессоренная масса, тем значительнее перераспределение нормальных реакций. Увеличение колеи способствует уменьшению перераспределения реакций.

Выражения для определения нормальных реакций дороги на колесах заднего моста аналогичны выражениям, полученным для колес переднего моста. Если подвеска заднего моста зависимая, а переднего – независимая, то обычно центр крена у задней подвески выше, чем у передней. В этом случае перераспределение нормальных реакций на колеса заднего моста значительно больше, чем на колеса переднего.

Таким образом, при криволинейном движении электробуса возникает поворот кузова на упругих элементах подвески относительно оси крена. Положение оси крена и центров крена зависит от кинематической схемы применяемой подвески. При определении нормальных реакций дороги на колеса в процессе криволинейного движения электробуса следует учитывать крен кузова.

Четырехосный трамвай. При движении трамвая по криволинейной траектории некоторого радиуса R на подрессоренную массу действуют следующие силы и моменты: сила тяжести подрессоренной массы кузова $G_{куз} = m_{куз} g$, сила инерции $F_j = m_{куз} a$, суммарная вертикальная реакция всех рессор R_p и инерционный момент кузова $M_{j,куз}$. Кроме того, при движении трамвая по криволинейному участку пути на него действует центробежная сила, которая в сочетании с ветровой нагрузкой и поперечными инерционными силами от боковых колебаний кузова на рессорах создают момент, опрокидывающий вагон наружу кривой и разгружающий колеса с внутренней стороны кривой (рис. 7.4).

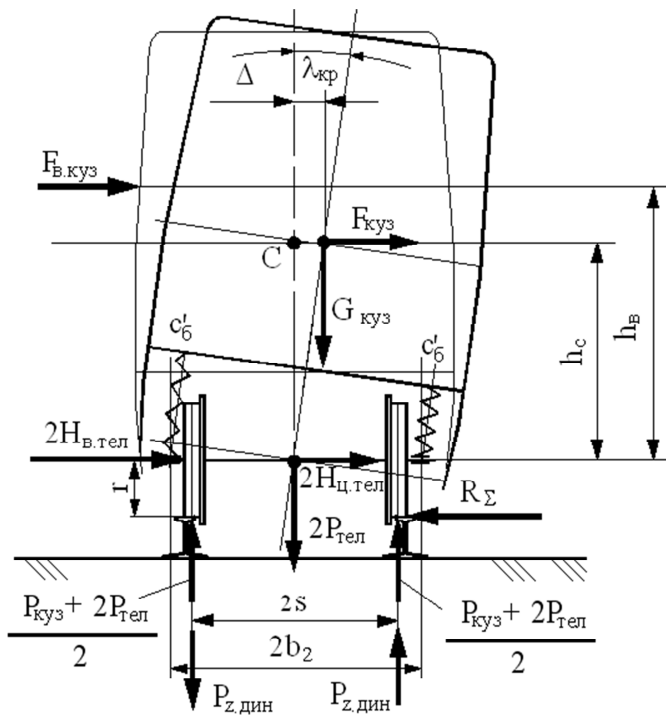


Рис. 7.4. Силы, действующие на трамвай при движении по криволинейному участку пути

Полная динамическая нагрузка R_{Σ} от колес на наружный рельс криволинейного участка пути при действии расчетных боковых сил с учетом перераспределения статической нагрузки G_k между колесами из-за перемещения центра масс кузова, вызванного деформацией рессор, составит

$$R_{\Sigma} = H_{ц.куз} \frac{h_c + r}{2s} + H_{в.куз} \frac{h_b + r}{2s} + (H_{ц.тел} + H_{в.тел}) \frac{r}{s} + G_k \frac{\Delta}{2s},$$

где $H_{ц.куз}$, $H_{ц.тел}$ – равнодействующие центробежных сил соответственно кузова и тележки трамвая;

$H_{в.куз}$, $H_{в.тел}$ – результирующие силы бокового давления ветра соответственно на кузов и тележку;

Δ – горизонтальное поперечное перемещение центра масс кузова от действия боковых сил;

h_c, h_b – высоты сил $H_{ц.куз}$ и $H_{в.куз}$ над осью колесной пары;

r – радиус колеса;

$2s$ – расстояние между кругами качения колес колесной пары.

Для расчетов принимают боковые силы в соответствии с нормативными требованиями: центробежные силы $H_{ц.куз}$, $H_{ц.тел}$ в зависимости от допускаемого непогашенного ускорения [$a_{непог}$] равными 10 % веса кузова $G_{куз}$ и веса тележки $G_{тел}$; ветровая нагрузка из расчета, что давление ветра p_b , приходящееся на боковую проекцию кузова и тележки, равно 500 Н/м^2 . Величину Δ для вагонов, у которых все рессоры под действием боковых сил не имеют горизонтальных деформаций (перемещений), определяют по формуле

$$\Delta = \lambda_{кр} h_c, \quad (7.3)$$

где $\lambda_{кр}$ – угол наклона кузова, обусловленный вертикальной деформацией рессор под действием вертикальной и боковой нагрузок.

Угол $\lambda_{кр}$ определяется из условия равновесия кузова, наклоненного боковыми силами

$$\sum M = H_{ц.куз} h_c + H_{в.куз} h_b + G_{куз} h_c \lambda_{кр} - c'_6 b_2^2 \lambda_{кр} = 0, \quad (7.4)$$

где c'_6 – жесткость рессор двойного подрессоривания, приведенная к одинарному буксовому, $c'_6 = c_{ц} c_6 / [c_{ц} + (b_2 / b_1) 2c_6]$, где $c_{ц}$, c_6 – жесткости рессор соответственно центрального и буксового подрессоривания;

$2b_2$ – поперечное расстояние между буксовыми рессорами.

Приняв $h_b \cong h_c$; и $G_{куз} / c'_6 = f'_{ст}$, из уравнения (7.4) находим искомый угол

$$\lambda_{кр} = \frac{H_{ц.куз} h_c + H_{в.куз} h_b}{b_2^2 c'_6 - G_{куз} h_c} \approx \frac{\gamma h}{b_2^2 / f'_{ст} - h},$$

где γ – отношение суммы боковых сил, приложенных к кузову или тележке к его или ее весу:

$$\gamma = \frac{H_{\text{ц.куз}} + H_{\text{в.куз}}}{G_{\text{куз}}} \cong \frac{H_{\text{ц.тел}} + H_{\text{в.тел}}}{G_{\text{тел}}},$$

где h – высота точки приложения равнодействующей боковых сил $H = \gamma G_i$ над осью симметрии колесной пары, $h = \frac{H_{\text{ц.куз}}h_{\text{с}} + H_{\text{в.куз}}h_{\text{в}}}{H_{\text{ц.куз}} + H_{\text{в.куз}}}$;

$2G_{\text{тел}}$ – вес тележек трамвая;

$f'_{\text{ст}}$ – приведенный статический прогиб рессор двойного подрессоривания, $f'_{\text{ст}} = f'_{\text{б}} + \left(\frac{b_2}{b_1}\right)^2 f'_{\text{ц}}$, где $f'_{\text{б}}, f'_{\text{ц}}$ – прогибы рессор соответ-

ственно буксового и центрального подрессоривания; b_1, b_2 – расстояния между рессорами соответственно центрального и буксового подрессоривания.

Тогда формула (7.3) примет вид

$$\Delta = \frac{\gamma h}{\frac{b_2^2}{f'_{\text{ст}}} - 1}.$$

Движение трамвая по стрелочным переводам. Особенностью переводных кривых стрелочных переводов наиболее распространенных конструкций является их малый радиус кривой, отсутствие переходных вставок и возвышение внешнего рельса. Эти особенности обуславливают необходимость резкого снижения скорости движения при переходе трамвая на боковой путь. Скорость при переходе трамвая на боковой путь рассчитывается, исходя из следующих условий:

- не превышение допустимого ударно-динамического воздействия гребней колес на остряк стрелочного перевода при наезде на него колес;

- не превышение допустимого непогашенного центростремительного ускорения вагона при следовании по переводной кривой;

- не превышение скорости нарастания этого ускорения при входе вагона в переводную кривую.

Кроме того, при расчете допускаемой скорости $[v]$ рассматриваются силы взаимодействия пути с ходовой частью трамвая при ударном входе вагона в переводную кривую. Рассмотрим поочередно, как необходимо учитывать перечисленные выше данные.

При ударе колес тележки в остряки стрелочных переводов при их движении на боковой путь важно знать угол α набегания колеса на рельс. Так, при входе в стрелочных переводах на боковой путь (рис. 7.5) угол α может максимально достигать угла поворота тележки по отношению к оси пути $\Delta/(i_{к\delta}a)$ с добавлением к нему так называемого стрелочного угла β (угол, образуемый рабочей гранью остряка и рамным рельсом).

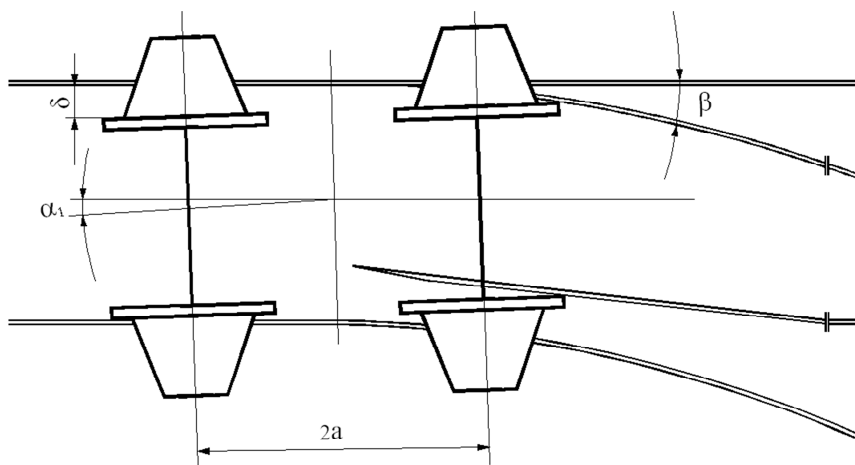


Рис. 7.5. Вход тележки на боковой путь

В этом случае в формулу (6.15) для определения максимальной боковой силы Y'_{\max} следует подставить $\alpha = \Delta/(i_{к\delta}a) + \beta$.

Обычно перед круговыми кривыми устраиваются переходные кривые. Угол набегания колеса на рельс при входе в переходную кривую можно определить по формуле

$$\alpha = \sqrt{9 \frac{\Delta}{c_{\text{пар}}}}$$

где 2Δ – зазор между рабочими гребнями колес и рельсов;

$c_{\text{пар}}$ – параметр переходной кривой, известный из проекта данной кривой.

Сила удара гребня в направляющий остряк стрелочного перевода пропорциональна кинетической энергии $0,5mv^2$ набегавшей массы m , жестко связанной с колесной парой. Скорость v_y удара гребня о кромку внешнего рельса переходной кривой равна (рис. 7.6):

$$v_y = v \sin \beta_y,$$

где β_y – угол удара.

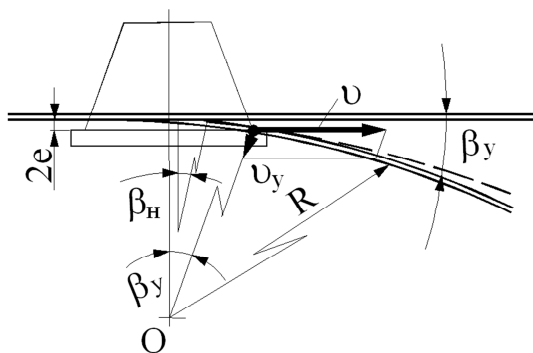


Рис. 7.6. К расчету скорости сближения гребня колеса с остряком стрелки

Величина угла удара β_y (рис. 7.6) зависит от радиуса R кривой, угла β_n между рамным рельсом и остряком стрелочного перевода в его начале, расстояния $2e$ между точкой контакта гребня колеса с рельсом и кромкой рамного рельса. Угол β_y может быть определен по формуле

$$\beta_y = \sqrt{\sin^2 \beta_n + \frac{4e}{R}}.$$

Сила удара в рельс при равных массах m и прочих одинаковых условиях пропорциональна величине w :

$$w = v^2 \sin^2 \beta_y \approx v^2 \beta_y^2.$$

Если принять значение w для переводных кривых такими же, как для пологих круговых кривых (величина w , установленная многочисленной практикой, составляет 0,045–0,061 м²/с²), то скорость движения трамвая по стрелочной кривой v может быть определена по формуле

$$v = \sqrt{\frac{0,045-0,061}{\sin^2 \beta_n + \frac{4e}{R}}}$$

Для современных стрелок $\beta_n \approx 30-40'$; $R = 200-300$ м и $2e = 40-50$ мм; скорость v , определенная по указанному критерию, не должна превышать 40 км/ч.

Норма непогашенного ускорения $[a_{\text{непог}}]$ устанавливается как по физиологическим критериям, исходя из воздействий на человека, так и по условиям прочности и устойчивости рельсового пути.

Непогашенное ускорение (квазистатическое непогашенное ускорение) – ускорение, возникающее при прохождении трамвая в кривых рельсового пути. Непогашенное ускорение нормируется: для пассажирских вагонов $[a_{\text{непог}}] = 0,7$ м/с², для грузовых $[a_{\text{непог}}] = 0,3$ м/с².

Непогашенное ускорение в кривой при возвышении внешнего рельса на h_p равно:

$$a_{\text{непог}} = \frac{v^2}{R} - \frac{h_p}{2s} g \leq [a_{\text{непог}}],$$

где $2s$ – расстояние между кругами качения колесной пары;

g – ускорение свободного падения.

Допускаемая скорость движения трамвая по критерию непогашенного ускорения (условию прочности пути) определяется по формуле

$$v = \sqrt{R \left(\frac{[a_{\text{непог}}]}{1 + k_{\text{бок}}} + \frac{h_p}{2s} g \right)},$$

где $[a_{\text{непог}}]$ – допускаемое непогашенное ускорение;

$k_{\text{бок}}$ – коэффициент динамики вагона при боковой качке; принимается равным 0,2–0,3.

При наибольшем по норме возвышении нагруженного рельса $h_p = 150$ мм и $a_{\text{непог}} = 0,7(1 + k_{\text{бк}}) \approx (0,80-0,90)$ м/с², тогда вышеприведенная формула принимает вид:

$$v = 1,3\sqrt{R}, \text{ м/с, или } v = 4,6\sqrt{R}, \text{ км/ч.}$$

В случае движения по переводной кривой $h_p = 0$, $v = 0,83\sqrt{R}$, м/с, или $v = 3\sqrt{R}$, км/ч.

Норма скорости нарастания непогашенного центростремительного ускорения ψ при входе вагона в кривую

$$\psi = \frac{v_6^3}{Rl_6} \leq [0,6-0,8], \text{ м/с}^2,$$

где l_6 – база вагона по точкам опоры кузова.

Допускаемая скорость движения, исходя из учета нормы нарастания непогашенного ускорения ψ при переходе трамвая на боковой путь, рассчитывается по формуле

$$[v_6] = \sqrt[3]{\psi R l_6} = 0,9\sqrt[3]{R l_6}, \text{ м/с.}$$

Для трамвайного вагона ($l_6 = 7,5$ м и $R = 100$ м)

$$v_6 = 0,9\sqrt[3]{100 \cdot 7,5} = 8,17 \text{ м/с} = 29,44 \text{ км/ч.}$$

Вход трамвая в кривую без переходной вставки может сопровождаться горизонтальным ударом гребня колеса о головку рельса и резким поворотом вагона в плане. Такое движение принято называть ударным входом вагона в кривую. Возникающие при этом силы взаимодействия необходимо учитывать при расчете вагона на прочность и устойчивость против схода с рельсов, а также против его бокового опрокидывания.

Процесс ударного входа вагона со скоростью v (см. рис. 6.8, 6.9) в кривую рассматривается для двух случаев:

– гребни колес передней тележки одновременно касаются внешнего рельса с самого начала кривой и тележка вместе с пятниковым сечением кузова приобретает центростремительное ускорение – происходит поворот кузова в поперечной вертикальной плоскости

(рис. 7.7, а) и в плане (рис. 7.7, б) за счет зазоров между боковыми скользящими и деформации рессор;

– гребни колес передней тележки в начале кривой отстают от кромки внешнего рельса на величину зазора e – происходит ударное взаимодействие гребня переднего колеса с внешним рельсом, сопровождающееся поворотом рамы тележки относительно вертикальной оси пятника A' в плане до соприкосновения с гребнем заднего колеса. После этого передняя тележка и пятник кузова приобретают центростремительное ускорение. Крен вагона в поперечной вертикальной плоскости, как и в первом случае, происходит за счет зазоров между боковыми скользящими, а затем после смыкания скользящих и вследствие вертикальной деформации рессор.

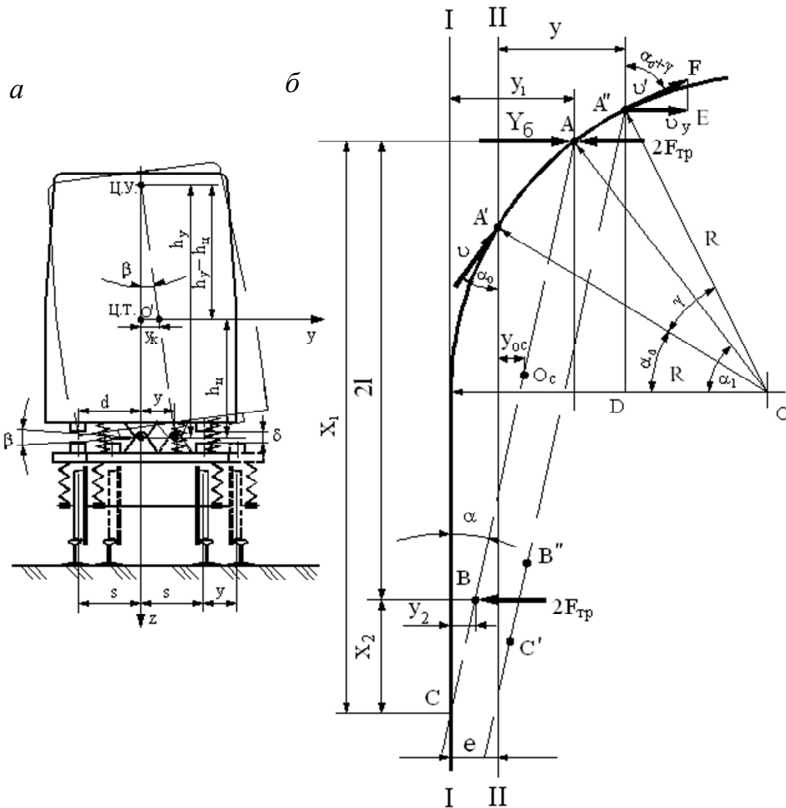


Рис. 7.7. К расчету сил при ударном входе вагона в кривую

В первом случае ударного входа пятник A над передней тележкой мгновенно приобретает центростремительное ускорение

$$\ddot{v}_A = \frac{v^2}{R}.$$

Под действием сил инерции и горизонтальных реакций рельсов ось передней тележки A при поперечном отклонении ее на величину y_1 поворачивается в плане на угол α_1 , а продольная ось кузова при этом отклонении и поперечном скольжении задней тележки B , поворачивается в плане на угол α .

В вертикальной поперечной плоскости кузов вследствие мгновенного поперечного перемещения передней тележки A на величину y_1 поворачивается на угол β . Если пренебречь деформациями рессор, суммарная боковая сила Y_6 взаимодействия колес передней набегающей тележки с внешним рельсом определяется из условия равновесия вагона:

$$\begin{cases} Y_6 + F_1 + F_2 - 4F_{\text{тр}} = 0; \\ x_1 Y_6 + x_1 F_1 + x_2 F_2 + F_{\text{куз}}(x_1 - l) + M_{oz} - 2F_{\text{тр}}(x_1 + x_2) = 0; \\ h_{\text{ц}} F_{\text{куз}} - M_{ox} = 0, \end{cases} \quad (7.5)$$

где $F_{1,2}$, $F_{\text{куз}}$ – горизонтальные силы инерции масс $m_{\text{тел}}$ первой и второй тележек и массы кузова $m_{\text{куз}}$, $F_{1,2} = -m_{\text{тел}} \ddot{y}_{1,2}$; $F_{\text{куз}} = -m_{\text{куз}} \ddot{y}_{\text{куз}}$;

M_{oz} , M_{ox} – момент сил инерции кузова относительно осей oz и ox ,
 $M_{oz} = -m_{\text{куз}} \rho_z^2 \ddot{\alpha}$, $M_{ox} = -m_{\text{куз}} \rho_x^2 \ddot{\beta}$;

ρ_z , ρ_x – радиусы инерции массы кузова относительно центральных осей oz и ox ;

$F_{\text{тр}}$ – сила трения колес одной колесной пары при поперечном скольжении по рельсам;

x_1 , x_2 – расстояние тележек от мгновенного центра s вращения продольной оси вагона в плане;

$h_{\text{ц}}$ – высота центра масс кузова над пятником.

Рассматривая повороты кузова вагона в плане и вертикальной поперечной плоскости, получаем геометрические зависимости:

$$y_1 = \alpha x_1; \quad y_2 = \alpha x_2; \quad y_{\text{куз}} = y_{\text{ос}} - \beta h_{\text{ц}}; \quad y_{\text{ос}} = \frac{1}{2}(y_1 + y_2), \quad (7.6)$$

где $y_1, y_2, y_{\text{ос}}, y_{\text{куз}}$ – поперечные перемещения соответственно пятников A и B , средней точки O_c между ними и центра масс кузова.

Подставив в уравнения (7.5) зависимости (7.6), будем иметь:

$$\left\{ \begin{array}{l} Y_6 - \left(2 \frac{m_{\text{тел}}}{m_{\text{куз}}} + 1 \right) \left(1 - \frac{l}{x_1} \right) F_{\text{цкуз}} + m_{\text{куз}} h_{\text{ц}} \ddot{\beta} - 4F_{\text{тр}} = 0; \\ Y_6 x_1 - \left[\left(x_1 + \frac{x_2^2}{x_1} \right) \frac{m_{\text{тел}}}{m_{\text{куз}}} + (x-l) \left(1 - \frac{l}{x_1} \right) + \frac{\rho_z^2}{x_1} \right] F_{\text{цкуз}} + \\ + m_{\text{куз}} h_{\text{ц}} (x-l) \ddot{\beta} - 2F_{\text{тр}} (x_1 + x_2) = 0; \\ \left(1 - \frac{l}{x_1} \right) h_{\text{ц}} F_{\text{цкуз}} - m_{\text{куз}} (rx^2 + h_{\text{ц}}^2) \ddot{\beta} = 0, \end{array} \right. \quad (7.7)$$

где

$$F_{\text{цкуз}} = m_{\text{куз}} v^2 / R. \quad (7.8)$$

Решив систему уравнения (7.7) относительно Y_6 и x_1 , получим:

$$Y_6 = \left(\frac{2m_{\text{T}}}{m_{\text{к}}} - \frac{h_{\text{ц}}^2}{h_{\text{ц}}^2 + \rho_x^2} + 1 \right) \left(1 - \frac{l}{x_1} \right) F_{\text{цкуз}} + 4F_{\text{тр}}; \quad (7.9)$$

$$x_1 = l \frac{1 + 4 \frac{m_{\text{T}}}{m_{\text{к}}} + \frac{\rho_z^2}{l^2} - \frac{h_{\text{ц}}^2}{h_{\text{ц}}^2 + \rho_x^2}}{1 + 2 \frac{m_{\text{T}}}{m_{\text{к}}} - \frac{h_{\text{ц}}^2}{h_{\text{ц}}^2 + \rho_x^2} + 4 \frac{F_{\text{тр}}}{F_{\text{цкуз}}}}. \quad (7.10)$$

Формулы (7.9) и (7.10) позволяют определить значения сил горизонтального взаимодействия колес набегающей тележки с рельсом при ударном входе вагона в кривую. При расчете по этим формулам

сначала вычисляется $F_{\text{цкюз}}$ по формуле (7.8) и сила трения $F_{\text{тр}}$. Затем величины $F_{\text{цкюз}}$ и $F_{\text{тр}}$ подставляются в формулу (7.10), по которой определяется x_1 , а его значение подставляется в формулу (7.9), по которой определяется Y_6 .

Во втором случае входа вагона в кривую без переходной вставки, когда гребни колес набегавшей тележки отстоят от кромки внешнего рельса на величину зазора e , процесс удара протекает интенсивнее.

Для упрощения выкладок условно рассматривается лишь половина вагона на одной передней тележке. После удара гребней обоих колес тележки в рельс средняя точка A' , перемещаясь по дуге $A'A''$, отклонится от первоначального направления $\Pi-\Pi$ на некоторую величину $y = R\gamma\sin(\alpha_0 + \gamma/2)$, а скорость ее поперечного смещения достигнет величины $v_y = v\sin(\alpha_0 + \gamma)$.

Учитывая, что α_0 и γ – малые величины, из подобия треугольников $A''DO$ и $A''EF$ следует, что

$$\frac{v_y}{\sqrt{2R(e+y)}} = \frac{v}{R}; \quad v_y = [v] \sqrt{\frac{2}{R}(e+y)},$$

где $\sqrt{2R(e+y)}$ – полухорда $A''D$;

$[v]$ – допустимая скорость, $[v] = A\sqrt{R}$.

При допустимой скорости $[v]$ движения в кривой, выражение для скорости поперечного смещения v_y получит вид:

$$v_y = A\sqrt{2(e+y)}.$$

Кузов вагона вследствие мгновенного поперечного движения тележки вправо кренится влево так, что некоторая точка на его вертикальной оси симметрии, называемая центром удара (ЦУ), не меняет своего положения в пространстве. Этот процесс протекает до тех пор, пока зазор δ между боковыми скользунами не станет равным нулю (зазор закрылся). К этому моменту скорость ω вращения кузова относительно центра удара и линейная скорость $v_{\text{цн}}$ центра масс кузова достигают значений:

$$\omega = A \frac{1}{h_y} \sqrt{2(\delta + y)}; \quad v_{yц} = A \frac{h_y - h_{ц}}{h_y} \sqrt{2(\delta + y)},$$

где h_y – расстояние от плоскости пятника до центра удара кузова,
 $h_y = h_{ц} \left(1 + \frac{r_x^2}{h_{ц}^2} \right)$.

К этому моменту кузов вагона в процессе поперечного движения приобретает кинетическую энергию:

$$T = \frac{1}{2} \left(\frac{m_K v_{yц}^2}{2} + \frac{J_x \omega^2}{2} \right) = 0,5 A^2 \frac{\delta + y}{h_y^2} \left[m_K (h_y - h_{ц})^2 + J_K \right]. \quad (7.11)$$

При ударе кузова о скользящий надрессорный брус тележки нагружается динамической парой сил $F_{ск}$ (рис. 7.8).

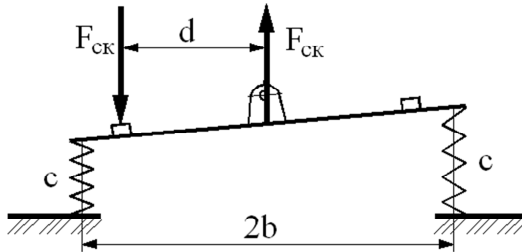


Рис. 7.8. Взаимодействие наклонного кузова трамвая с надрессорным брусом

Потенциальная энергия деформации двух комплектов рессор тележки составляет:

$$\Pi = \frac{F_{ск}^2}{c} \left(\frac{d}{2b} \right)^2, \quad (7.12)$$

где c – жесткость одного комплекта рессор тележки;

b – половина расстояния между осями рессорного комплекта;

d – расстояние между скользящим и вертикальной осью подпятника.

Исходя из закона сохранения энергии, получаем, что кинетическая энергия поперечного движения кузова полностью переходит в потенциальную энергию деформации рессор тележки. Тогда приравниваем (7.11) и (7.12) и из полученного выражения находим $F_{\text{СК}}$:

$$F_{\text{СК}} = A \frac{b}{dh_y} \sqrt{2c \left(e + \frac{\delta}{d} h_y \right) \left[m_{\text{к}} (h_y - h_{\text{ц}})^2 + J_x \right]}. \quad (7.13)$$

Если учесть, что после смыкания скользунов начинает действовать центробежная сила, достигающая к моменту сжатия рессор наибольшего значения, выражение (7.13) следует дополнить величиной

$$F'_{\text{СК}} = \frac{m_{\text{к}} v^2 h_{\text{ц}}}{2Rd} = \frac{m_{\text{к}} (A\sqrt{R})^2}{2R} \cdot \frac{h_{\text{ц}}}{d} = A^2 \frac{m_{\text{к}} h_{\text{ц}}}{2d}.$$

Тогда

$$F_{\text{СК}} = A \frac{b}{dh_{\text{ц}}} \sqrt{2c \left(e + \frac{\delta}{d} h_y \right) \left[m_{\text{к}} (h_y - h_{\text{ц}})^2 + J_x \right] + A^2 \frac{m_{\text{к}}}{2d} h_{\text{ц}}}.$$

По найденной величине $F_{\text{СК}}$ находится динамическое усилие, действующее от колеса на рельс

$$F_{\text{Д}} = \frac{dF_{\text{СК}}}{2s},$$

которое может быть использовано при оценке устойчивости против опрокидывания трамвая при ударном входе его в кривую.

Пример 7.1. Определить величину боковой силы Y_6 , действующей на колеса передней тележки вагона метро при ударном входе в стрелочную кривую с радиусом $R = 200$ м со скоростью $v = 36$ км/ч. Вагон метро имеет следующие основные данные: база $= 2l = 12,6$ м; масса кузова $m_{\text{куз}} = 18\,000$ кг; высота расположения центра масс над полом кузова $h_{\text{с}} = 0,7$ м; масса тележки $m_{\text{тел}} = 7500$ кг. Габариты ку-

зова вагона: длина $L_{\text{куз}} = 18,806$ м; ширина $B_{\text{куз}} = 2,666$ м; высота $H_{\text{куз}} = 2,66$ м. Число пассажиров в вагоне $z_{\text{пас}} = 195$ чел.

Р е ш е н и е

1. Масса кузова вагона с пассажирами

$$m_{\text{куз.п}} = 18\,000 + 195 \cdot 75 = 32\,630 \text{ кг.}$$

2. По формуле (7.8) получаем

$$F_{\text{цкуз}} = 32\,630 \frac{\left(\frac{36}{3,6}\right)^2}{200} = 16,31 \text{ кН.}$$

3. Рассчитываем моменты инерции вагона относительно центральных осей Ox и Oz , рассматривая кузов как прямой параллелепипед.

3.1. Момент инерции вагона относительно оси Ox

$$J_x = 32\,630 \cdot \frac{2,666^2 + 2,66^2}{12} = 38\,570 \text{ кг}\cdot\text{м}^2.$$

3.2. Центр масс вагона находится ниже оси Ox на расстоянии $a = 0,63$ м. Тогда момент инерции вагона относительно оси, проходящей через его центр масс параллельно оси Ox , составит

$$J_{x_{\text{ц.м}}} = 38\,570 + 32\,630 \cdot 0,63^2 = 51\,520 \text{ кг}\cdot\text{м}^2.$$

3.3. Момент инерции вагона относительно оси Oz

$$J_z = 32\,630 \cdot \frac{18,806^2 + 2,666^2}{12} = 981\,000 \text{ кг}\cdot\text{м}^2.$$

4. Рассчитываем силу трения

$$4F_{\text{тр}} = \mu(m_{\text{куз}} + 2m_{\text{тел}})g = 0,2 \cdot (32\,630 + 2 \cdot 7500) \cdot 9,81 = 93\,450 \text{ Н.}$$

5. Определяем квадраты радиусов инерции

$$\rho_x^2 = \frac{51\,520}{32\,630} = 1,579 \text{ м}^2; \quad \rho_z^2 = \frac{981\,000}{32\,630} = 30,064 \text{ м}^2.$$

6. По формулам (7.10) и (7.9) получим

$$x_1 = l \frac{1 + \frac{4 \cdot 7500}{32\,630} + \frac{30,064}{6,3^2} - \frac{0,7^2}{0,63^2 + 1,579}}{1 + \frac{2 \cdot 7500}{32\,630} - \frac{0,7^2}{0,7^2 + 1,579} + \frac{93,45}{16,31}} = 0,351l;$$

$$Y_8 = \left(\frac{2 \cdot 7500}{32\,630} - \frac{0,7^2}{0,7^2 + 1,579} + 1 \right) \left(1 - \frac{1}{0,351} \right) 16,31 + 93,45 = \\ = 56,572 \approx 57 \text{ кН}.$$

Ответ. При ударном входе в стрелочную кривую радиусом 200 м со скоростью 36 км/ч на колеса передней тележки вагона метро со 195 пассажирами действует суммарная боковая сила, равная 57 кН.

Таким образом, особенности переводных кривых стрелочных переводов обуславливают необходимость снижения скорости движения трамвая при переходе на боковой путь. Скорость движения трамвая по стрелочной кривой рассчитывается из условия неперевышения допустимого динамического воздействия гребней колес на острок стрелки при наезде на него колеса или неперевышения скорости нарастания ускорения при входе вагона в переводную кривую. При этом рассматриваются силы взаимодействия пути с ходовой частью трамвая при ударном входе вагона в переводную кривую. Вход трамвая в кривую без переходной вставки может сопровождаться горизонтальным ударом гребня колеса о головку рельса и резким поворотом вагона в плане (ударный вход вагона в кривую). Процесс ударного входа трамвая в кривую рассматривается для двух случаев: 1) гребни колес передней тележки одновременно касаются внешнего рельса и тележка получает центростремительное ускорение; 2) гребни колес передней тележки в начале кривой отстают от

кромки внешнего рельса на величину зазора. Формулы, полученные при рассмотрении первого случая ударного входа трамвая в кривую, позволяют определить силы горизонтального взаимодействия колес набегающей тележки с рельсом. Рассматривая второй случай ударного входа трамвая в кривую, находят динамическое усилие, действующее от колеса на рельс, которое используется при оценке устойчивости вагона против опрокидывания.

8. УРАВНЕНИЯ КРИВОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ ПОДВИЖНОГО СОСТАВА

Интегрирование уравнений криволинейного движения подвижного состава (ПС) позволяет определять все фазовые координаты ПС в подвижной и неподвижной системах координат. Расчетные зависимости и скорости движения подвижного состава $v(t)$ или $v(s)$ в функции времени t или проходимого пути s (расстояния), дополненные зависимостью $t(s)$, лежат в основе организации движения ПС по своим маршрутам. Зависимости $v(t)$, $v(s)$ и $t(s)$, которые часто называют кривыми движения ПС, применяются для определения токов, потребляемых ПС в каждый момент времени, температуры нагрева обмоток ТЭД, использования мощности ПС и системы электроснабжения.

Зависимости $v(t)$, $v(s)$ используются и в более широком плане – для определения скорости движения ПС на каждом участке маршрута или для составления графика оборота подвижного состава и других документов, регламентирующих работу участка и маршрута в целом.

При разработке уравнений криволинейного движения подвижного состава принимают следующие допущения:

- подвижной состав принимается за материальную точку или абсолютно жесткое тело, которое в некоторых случаях имеет жесткий шарнир (сочлененные электробусы, троллейбусы, трамваи) и движется по ровной поверхности;

- траектория движения в плане состоит из прямых участков и дуг окружностей постоянного радиуса. Длина переходной кривой включается в общую длину криволинейного участка;

– продольный профиль рельсового пути считается состоящим из прямых отрезков, расположенных либо горизонтально, либо под углом к горизонту. Наличие между ними сопряжений не учитывается.

Рассмотрим методы разработки уравнений движения подвижного состава с учетом маршрутов, содержащих не только подъемы и спуски, но и криволинейные участки.

Двухосный электробус. На рис. 8.1 показана система внешних сил и моментов, действующих на ПС со всеми управляемыми и задними ведущими колесами при плоском криволинейном движении.

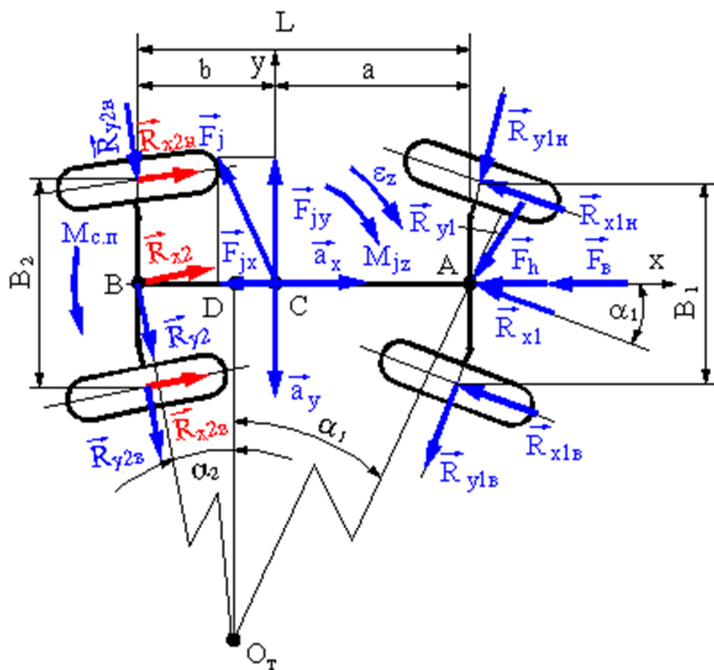


Рис. 8.1. Схема сил, действующих на двухосный электробус со всеми управляемыми колесами при криволинейном движении

Составим уравнения динамического равновесия всех сил в проекциях на оси подвижной системы координат xCy и моментов относительно центра масс, точки C :

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_{п.м} m a_x = -R_{x1} \cos \alpha_1 + R_{x2} \cos \alpha_2 - R_{y1} \sin \alpha_1 + \\ \quad + R_{y2} \sin \alpha_2 - F_h - F_B; \\ m a_y = -R_{x1} \sin \alpha_1 + R_{y1} \cos \alpha_1 - R_{x2} \sin \alpha_2 + \\ \quad + R_{y2} \cos \alpha_2; \\ J_z \varepsilon_z = a R_{x1} \sin \alpha_1 - a R_{y1} \cos \alpha_1 - b R_{x2} \sin \alpha_2 + \\ \quad + b R_{y2} \cos \alpha_2 + M_{с.п.} \end{array} \right. \quad (8.1)$$

Рассмотрим вначале первое уравнение системы (8.1). При высокой скорости движения углы α_i поворота управляемых колес небольшие, поэтому можно принять $\sin \alpha_i = \alpha_i$, $\cos \alpha_i = 1$. В этом случае алгебраическую сумму продольных реакций можно определить по формуле

$$R_{x1} = \frac{M_{к.в} - M_f}{r_k} = \frac{M_d u_{тр} \eta_{тр}}{r_k} - f_{\psi} m g,$$

где f_{ψ} – коэффициент сопротивления качению с учетом бокового увода.

Подставим значение ускорения a_x из формулы (5.26) в первое уравнение системы (8.1). Принимая во внимание, что сила $F_h = mgh$, это уравнение примет вид:

$$\delta_{п.м} m \dot{v} = \frac{M_d u_{тр} \eta_{тр}}{r_k} - m g \psi - F_B - F_{крив}, \quad (8.2)$$

где ψ – коэффициент суммарного дорожного сопротивления с учетом увода;

$F_{крив}$ – дополнительная сила сопротивления, обусловленная криволинейностью траектории движения электробуса,

$$F_{крив} = R_{y1} \alpha_1 + R_{y2} \alpha_2 - \delta_{п.м} m v_y \omega_z. \quad (8.3)$$

Уравнение (8.2) отличается от дифференциального уравнения прямолинейного движения электробуса лишь слагаемым $F_{крив}$, а также необходимостью учета повышения сопротивления качению колес при их боковом уводе.

Значения поперечных реакций R_{y1} и R_{y2} неизвестны. Выразим их через коэффициенты сопротивления боковому уводу осей согласно формуле:

$$R_{yi} = k_{yi}\psi_i. \quad (8.4)$$

Углы увода осей ψ_i также неизвестны, но их выражают через фазовые переменные процесса криволинейного движения. Для этого рассмотрим отдельно криволинейное движение передней и задней управляемых осей электробуса.

Рассмотрим движение точки A – середины передней оси (рис. 8.2). Передняя ось перемещается в направлении оси абсцис подвижной системы координат xCy со скоростью $v_{Ax} = v$, в направлении оси ординат – со скоростью v_{Ay} . Одновременно она вращается относительно центра масс (точка C) с угловой скоростью ω_z .

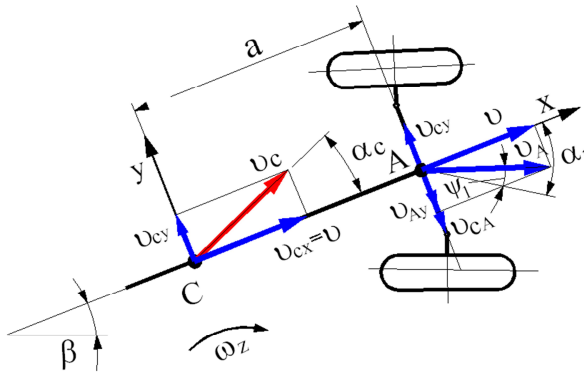


Рис. 8.2. Схема к определению угла увода середины передней оси

Воспользовавшись схемой на рис. 8.2, можем записать

$$v_{Ay} = v_{CA} - v_{Cy} = a\omega_z - v_{Cy} = a\omega_z - \dot{y}_C;$$

$$\operatorname{tg}(\alpha_1 - \psi_1) = \frac{v_{Ay}}{v_{Ax}} = \frac{a\omega_z - \dot{y}_C}{v},$$

где a – расстояние от центра масс до передней оси электробуса.

Отсюда находим искомый угол увода середины передней оси

$$\psi_1 = \alpha_1 - \operatorname{arctg} \frac{a\omega_z - \dot{y}_C}{v}. \quad (8.5)$$

Аналогично поступим с задней управляемой осью (рис. 8.3). Середина задней оси точка B перемещается в направлении оси абсцисс подвижной системы координат xCy со скоростью $v_{Bx} = v$, в направлении оси ординат – со скоростью v_{By} . Одновременно она вращается относительно центра с угловой скоростью ω_z .

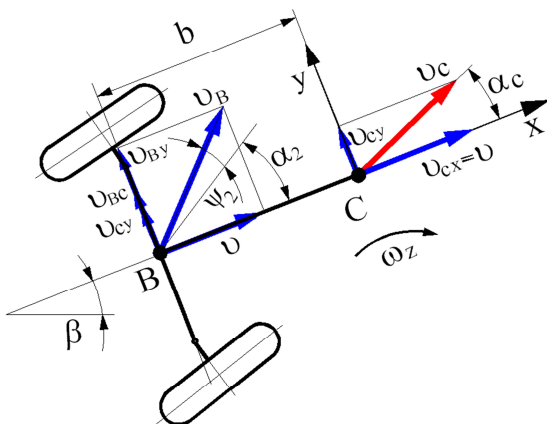


Рис. 8.3. Схема к определению угла увода середины задней оси

Воспользовавшись схемой на рис. 8.3, можем записать

$$v_{By} = v_{Cy} + v_{BC} = \dot{y}_C + v_{BC} = \dot{y}_C + b\omega_z;$$

$$\operatorname{tg}(\alpha_2 + \psi_2) = \frac{v_{By}}{v_{Bx}} = \frac{b\omega_z + \dot{y}_C}{v},$$

где b – расстояние от центра масс до задней оси электробуса.

Откуда находим искомый угол увода середины задней оси

$$\psi_2 = \operatorname{arctg} \frac{b\omega_z + \dot{y}_C}{v} - \alpha_2. \quad (8.6)$$

Подставив значения боковых реакций R_{y1} и R_{y2} в выражение (8.3), используя при этом выражения (8.5) и (8.6), можем записать формулу для дополнительного сопротивления при криволинейном движении $F_{\text{крив}}$ в следующем виде:

$$F_{\text{крив}} = k_{y1}\alpha_1 \left(\alpha_1 - \text{arctg} \frac{a\omega_z - \dot{y}_C}{v} \right) + k_{y2}\alpha_2 \left(\text{arctg} \frac{b\omega_z + \dot{y}_C}{v} - \alpha_2 \right) - \delta_{\text{п.м}} m v_y \omega_z.$$

В систему уравнений (8.1) подставим значения боковых реакций R_{y1} , R_{y2} и дополнительного сопротивления $F_{\text{крив}}$. После этого система уравнений, описывающая криволинейное движение электробуса со всеми управляемыми колесами, получит окончательный вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_{\text{п.м}} m \dot{v} = \frac{M_{\text{дв}} u_{\text{тр}} \eta_{\text{тр}}}{r_{\text{к}}} - mg\psi - k_{y1}\alpha_1 \left(\alpha_1 - \text{arctg} \frac{a\omega_z - \dot{y}_C}{v} \right) - \\ \quad - k_{y2}\alpha_2 \left(\text{arctg} \frac{b\omega_z + \dot{y}_C}{v} - \alpha_2 \right) + \delta_{\text{п.м}} m v_y \omega_z - F_{\text{в}}; \\ ma_y = -R_{x1} \sin \alpha_1 + k_{y1}\alpha_1 \left(\alpha_1 - \text{arctg} \frac{a\omega_z - \dot{y}_C}{v} \right) \cos \alpha_1 - \\ \quad - R_{x2} \sin \alpha_2 + k_{y2}\alpha_2 \left(\text{arctg} \frac{b\omega_z + \dot{y}_C}{v} - \alpha_2 \right) \cos \alpha_2; \\ J_z \varepsilon_z = aR_{x1} \sin \alpha - k_{y1}\alpha_1 \left(\alpha_1 - \text{arctg} \frac{a\omega_z - \dot{y}_C}{v} \right) a \cos \alpha_1 - \\ \quad - bR_{x2} \sin \alpha_2 + k_{y2}\alpha_2 \left(\text{arctg} \frac{b\omega_z + \dot{y}_C}{v} - \alpha_2 \right) b \cos \alpha_2 + M_{\text{с.п.}} \end{array} \right. \quad (8.7)$$

Решая систему уравнений (8.7), можно определять изменения фазовых координат v , v_y и ω_z , характеризующих криволинейное движение электробуса в зависимости от угла поворота управляемых колес α_i при различных значениях его скорости движения v . Чтобы исследовать криволинейное движение электробуса только с перед-

ними управляемыми колесами, в системе уравнений (8.7) следует положить $\alpha_2 = 0$.

Для определения координат центра масс электробуса η_c и ξ_c в неподвижной системе координат $\eta O \xi$, а также курсового угла β , характеризующего угол поворота продольной оси электробуса относительно оси $O\eta$, составляют систему дифференциальных уравнений. Используя уравнения (5.5) с учетом, что $d\eta/dt = v_\eta$; $d\xi/dt = v_\xi$; $d\beta/dt = \omega_z$, получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{d\eta}{dt} = v_\eta \cos \beta - v_\xi \sin \beta; \\ \frac{d\xi}{dt} = v_\eta \sin \beta + v_\xi \cos \beta; \\ \frac{d\beta}{dt} = \omega_z. \end{cases} \quad (8.8)$$

Интегрируя совместно системы уравнений (8.7) и (8.8), определяем изменения фазовых координат в подвижной и неподвижной системах координат. По результатам интегрирования строится график траектории движения электробуса в неподвижной системе координат $\eta O \xi$ и графики изменения во времени скорости, курсового угла и всех других интересующих исследователя фазовых координат. Можно также построить график изменения этих же координат по пройденному электробусом расстоянию (пути), учитывая, что перемещение связано с координатами η и ξ зависимостью:

$$s = \sqrt{\eta^2 + \xi^2}.$$

Сочлененный электробус. В первом приближении можно рассматривать сочлененный электробус как двухосный электробус, к которому приложено усилие от полуприцепа к шарниру устройства сочленения $F_{сш}$, отклоненное от продольной оси электробуса при криволинейном движении на угол γ , рис. 8.4.

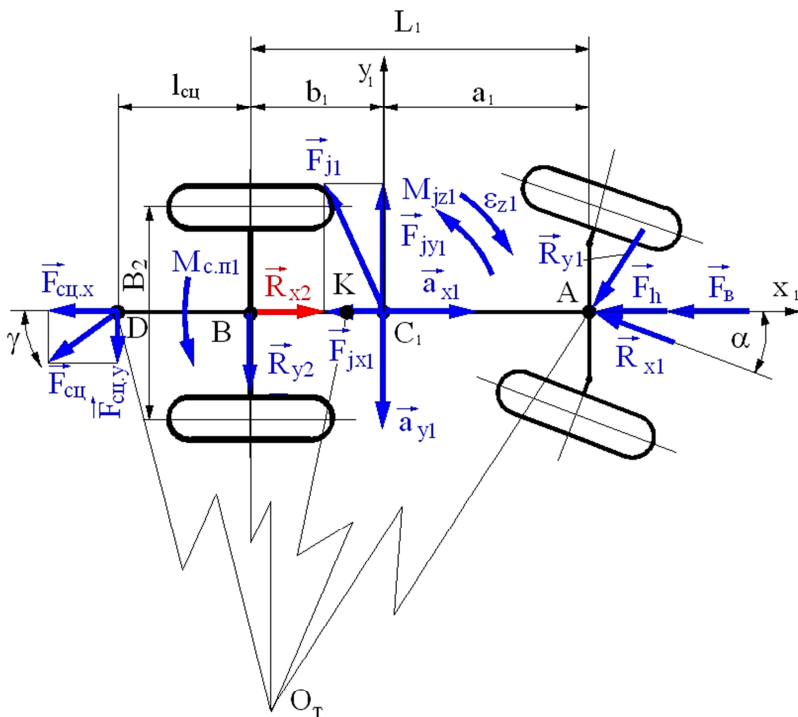


Рис. 8.4. Упрощенная схема сил, действующих на сочлененный электробус при криволинейном движении

Усилие в устройстве сочленения определяется как сила сопротивления качению полуприцепа

$$F_{\text{сц}} = (f_{\text{в}\psi} + \sin \alpha_{\text{д}}) G_2,$$

где $f_{\text{в}\psi}$ – коэффициент сопротивления качению, учитывающий скорость движения электробуса и увод его колес;

$\alpha_{\text{д}}$ – угол подъема дороги;

G_2 – вес полуприцепа с пассажирами.

Усилие в сочленении разложим на две составляющие: одна составляющая действует вдоль продольной оси электробуса $F_{\text{сц},x}$, вторая – перпендикулярна ей $F_{\text{сц},y}$.

Изменение угла γ в зависимости от угла поворота управляемых колес α можно представить зависимостью

$$\gamma = k_\gamma \alpha,$$

где k_γ – переменный коэффициент, учитывающий зависимость угла γ от среднего угла поворота α управляемых колес.

Учитывая указанные дополнения, система уравнений (8.1) для сочлененного электробуса примет вид:

$$\begin{cases} \delta_{п.м} m a_x = -R_{x1} \cos \alpha + R_{x2} - R_{y1} \sin \alpha - F_{сц} \cos \gamma - F_h - F_B; \\ m a_y = -R_{x1} \sin \alpha + R_{y1} \cos \alpha + R_{y2} - F_{сц} \sin \gamma; \\ J_z \varepsilon_z = a R_{x1} \sin \alpha + a R_{y1} \cos \alpha - b R_{y2} - (b + l_{сц}) F_{сц} \sin \gamma + M_{с.п}. \end{cases} \quad (8.9)$$

Поперечные реакции осей R_{yi} выразим через коэффициенты сопротивления уводу k_{yi} и углы увода ψ_i каждой оси. Углы увода первой и второй осей определяются по формулам (8.5) и (8.6), принимая во внимание, что колеса второй оси не управляемые, т. е. $\alpha_2 = 0$. Угол увода середины третьей оси (оси полуприцепа точка E) определим, воспользовавшись схемой, показанной на рис. 8.5.

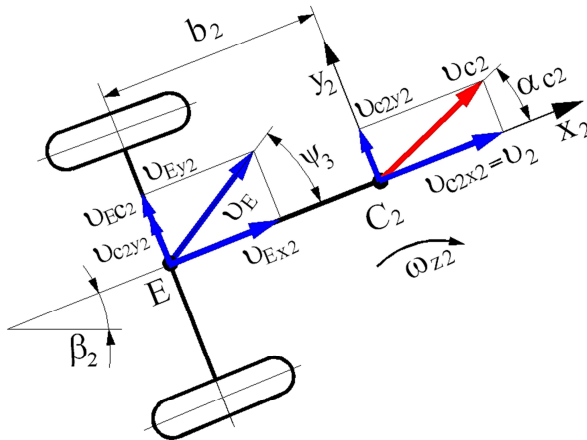


Рис. 8.5. Схема к определению угла увода середины оси полуприцепа

Точка E совершает поступательные движения вдоль осей подвижной системы координат $x_2C_2y_2$ со скоростями, соответственно, $v_{C_2x_2} = v_2$ и $v_{C_2y_2} = \dot{y}_{C_2}$, а также совершает вращательное движение с угловой скоростью ω_{z_2} относительно центра масс (точка C_2) полуприцепа. Линейная скорость во вращательном движении полуприцепа вокруг точки C_2 составляет $v_{EC_2} = b_2\omega_{z_2}$.

Из схемы на рис. 8.5 можно записать

$$\operatorname{tg}\psi_3 = \frac{v_{Ey_2}}{v_{Ex_2}}, \quad (8.10)$$

где v_{Ey_2} – результирующая скорость поперечного перемещения точки E , $v_{Ey_2} = v_{C_2y_2} + v_{EC_2}$;

v_{Ex_2} – скорость движения вдоль оси x_2 подвижной системы координат.

Воспользовавшись выражением (8.10) и учитывая значения скоростей v_{Ey_2} и v_{Ex_2} , можем записать формулу для определения угла увода середины третьей оси полуприцепа

$$\psi_3 = \operatorname{arctg} \frac{\dot{y}_{C_2} + b_2\omega_{z_2}}{v_2}. \quad (8.11)$$

Так как углы увода невелики, формулу (8.11) можно записать в следующем виде:

$$\psi_3 = \frac{\dot{y}_{C_2} + b_2\omega_{z_2}}{v_2}.$$

Взаимосвязь между скоростями центра масс электробуса и полуприцепа в подвижных системах координат определяется соотношениями (5.34).

Решая систему уравнений (8.9), можно определить изменения фазовых координат $v_{C_1y_1}$ и ω_{z_1} , характеризующих криволинейное движение сочлененного электробуса в зависимости от угла поворота управляемых колес α при различных значениях его скорости v_{C_1} .

Трамвай. Водитель трамвая не определяет его траекторию, она определяется профилем рельсового пути. При составлении дифференциального уравнения движения трамвая используем схему сил и моментов, действующих на него, которая приведена на рис. 8.6. Центр масс трамвая C совпадает с центром масс C_2 второго звена (секции) $C = C_2$. Центры масс первого звена обозначены через C_1 , третьего – через C_3 . Расстояния между центром масс трамвая и центрами масс первого и второго звена обозначены соответственно через x_1 и x_3 .

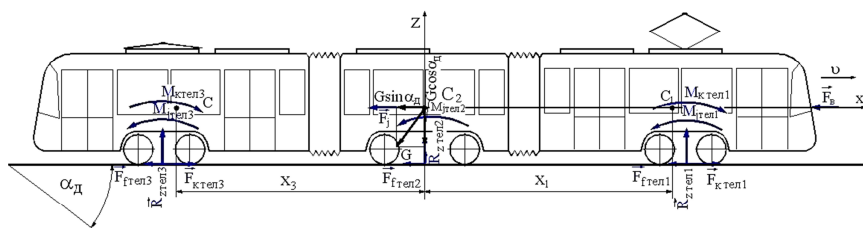


Рис. 8.6. Схема сил и моментов, действующих на сочлененный трамвай при криволинейном движении

Первое и третье звено имеет ведущие тележки, второе звено – поддерживающую тележку. Силы тяги ведущих тележек обозначены $F_{ктел1}$, и она представляет собой суммарную силу тяги, развиваемую каждой ведущей колесной парой. Силы сопротивления качению каждой тележки – $F_{фтел1}$ и тоже включают в себя сопротивления качению колесных пар тележки. От тягового электродвигателя к ведущим колесным парам через трансмиссию подводится вращающий момент, который суммируется и на рисунке обозначен $M_{ктел1}$. При неустановившемся режиме движения трамвая возникает сила инерции F_j и инерционные моменты вращающихся деталей $M_{jрен1}$. Во время движения на кузов трамвая действует сила сопротивления воздуха F_b . Трамвай движется по рельсовому пути, который имеет угол подъема α_d .

Составим общее уравнение динамики, применив принцип Лагранжа-Даламбера. Введем следующие возможные перемещения системы при криволинейном движении: линейные перемещения центра масс трамвая продольное $\delta\bar{x}$ и поперечное $\delta\bar{y}$, угловые перемещения ведомых (поддерживающих) $\delta\bar{\phi}_{под}$ и ведущих $\delta\bar{\phi}_{к.в}$ колес.

Элементарная работа δW_F силы \vec{F} на возможном линейном перемещении $\delta\vec{x}$ системы определяется зависимостью

$$\delta W_F = \vec{F}\delta\vec{x} = F\delta x \cos(\vec{F}, \delta\vec{x}),$$

а работа δW_M момента \vec{M} на возможном угловом перемещении $\delta\vec{\varphi}$

$$\delta W_M = \vec{M}\delta\vec{\varphi} = M\delta\varphi \cos(\vec{M}, \delta\vec{\varphi}).$$

Воспользовавшись этими выражениями и учитывая взаимные направления сил и моментов и соответствующих им векторов возможных перемещений, получаем уравнение динамики

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (M_{к.в} - M_{f2} - M_{jx2})\delta\varphi_2 - \sum_{i=1}^k (M_{f1} + M_{jx1})\delta\varphi_1 - \\ - (F_h + F_b + F_R + F_j)\delta x = 0, \end{aligned} \quad (8.12)$$

где F_R – сопротивление при движении по криволинейному участку пути.

Установим соотношения между возможными перемещениями угловыми $\delta\varphi_1$, $\delta\varphi_2$ и линейным δx при отсутствии скольжения колес:

$$\delta\varphi_2 = \delta x / r_k; \quad (8.13)$$

$$\delta\varphi_1 = \delta x / r_{ко}. \quad (8.14)$$

Виртуальная работа δW_f моментов сопротивления M_{fi} качению на возможном перемещении трамвая δx :

$$\begin{aligned} \delta W_f = - \left(\frac{M_{f1}}{r_k} + \frac{M_{f2}}{r_{ко}} + \frac{M_{f3}}{r_k} \right) \delta x = \\ = -f(R_{z1} + R_{z2} + R_{z3})\delta x = fG\delta x. \end{aligned} \quad (8.15)$$

Подставим в уравнение (8.12) значения момента на ведущих колесах пар

$$M_{\text{к.в.уст}} = M_{\text{к.в.неуст}} - \frac{J_{\text{дв}} u_{\text{тр}}^2 \eta_{\text{тр}} + J_{\text{тр}}}{r_{\text{к}}} \cdot \frac{dv}{dt}$$

и силы сопротивления $F_h = G \sin \alpha_{\text{д}}$ и F_R . Используем также выражения (8.13), (8.14), (8.15) для определения силы инерции F_j и инерционных моментов M_{ji} . В результате получим уравнение:

$$\frac{M_{\text{дв}} u_{\text{тр}} \eta_{\text{тр}}}{r_{\text{к}}} - mg (f \cos \alpha_{\text{д}} + \sin \alpha_{\text{д}}) - F_R - F_B - \left(m + \frac{J_{\text{дв}} u_{\text{тр}}^2 \eta_{\text{тр}} + J_{\text{тр}}}{r_{\text{к}}^2} + \frac{J_{\text{к.под}}}{r_{\text{ко}}^2} + \frac{J_{\text{к.в}}}{r_{\text{к}}^2} \right) \frac{dv}{dt} = 0,$$

где $J_{\text{к.под}}$, $J_{\text{к.в}}$ – суммарные моменты инерции соответственно всех поддерживающих (ведомых) и ведущих колесных пар.

Выражение в скобках обозначим F_j . Эта сила представляет собой приведенную силу инерции трамвая, приложенную в его центре масс и эквивалентную силам инерции и инерционным моментам трансмиссии и колесных пар трамвая при неустановившемся движении

$$F_j = m \left(1 + \frac{J_{\text{дв}} u_{\text{тр}}^2 \eta_{\text{тр}} + J_{\text{тр}} + J_{\text{к.в}}}{m r_{\text{к}}^2} + \frac{J_{\text{к.под}}}{m r_{\text{ко}}^2} \right) \frac{dv}{dt} = m \delta_{\text{п.м}} \frac{dv}{dt},$$

где $\delta_{\text{п.м}}$ – коэффициент приведенной массы.

Величину $\delta_{\text{п.м}} m$ называют приведенной массой и обозначают $m_{\text{пр}}$

$$m_{\text{пр}} = \delta_{\text{п.м}} m.$$

Учитывая приведенные выражения, дифференциальное уравнение движения трамвая можно записать в виде

$$\delta_{\text{п.м}} m \frac{dv}{dt} = F_{\text{к}} - F_f, \quad (8.16)$$

где F_k – суммарная сила тяги, развиваемая ведущими тележками,

$$F_k = \sum_{i=1}^k M_{\text{дв.}k} \frac{u_{\text{тр}} \eta_{\text{тр}}}{r_k};$$

F_f – суммарная сила сопротивления движению:

$$F_f = mg[(f_{\text{к.в}} + f_{\text{под}}) \cos \alpha_{\text{д}} + \sin \alpha_{\text{д}}] + F_R + F_B.$$

Следовательно, движение центра масс трамвая, обусловленное ускорением dv/dt , представляет собой полезное перемещение сочлененного трамвая. Уравнение движения трамвая (8.16) определяет связь в дифференциальной форме между массой трамвая, его скоростью, временем движения и действующими на него силами. Если необходимо представить эту связь не по времени, а в зависимости от пройденного пути $s = x$, то, учитывая, что $\frac{dv}{dt} = v \frac{dv}{ds}$, получим уравнение движения трамвая в следующем виде:

$$\delta_{\text{п.м}} m v \frac{dv}{ds} = F_k - F_f.$$

Зависимость $F_k(v)$ – характеристика силы тяги трамвая – определяется мощностью всех его тяговых электродвигателей, параметрами трансмиссии, системой регулирования режимов работы, максимальными допустимыми значениями электрических и механических нагрузок, техническим состоянием трамвая.

Характеристика $F_f(v)$ – силы сопротивления движению – зависит как от скорости, так и от действительной нагрузки от колесных пар на рельсы, типа рельсов, состояния рельсового пути, профиля пути и метеоусловий в данном регионе движения трамвая.

Хотя трамвай рассматривается как материальная точка, все действующие на него силы считаются приложенными к ободу колеса в пятне контакта его с рельсом. Чтобы избежать громоздких вычислений, уравнения движения трамвая представляют в так называемых удельных единицах.

Разделив обе части уравнения (8.16) на массу, измеряемую обычно в тоннах, получим

$$\delta_{п.м} \frac{dv}{dt} = \frac{F_k}{m} - \frac{F_f}{m}. \quad (8.17)$$

В уравнении (8.17) отношение F_k / m – удельная сила тяги при данном режиме движения трамвая, измеряемая в ньютонах и действующая на единицу массы трамвая, Н/т; F_f / m – удельная сила сопротивления движению единицы массы трамвая, Н/т.

В тяговых расчетах [16] приняты следующие обозначения указанных удельных сил: $F_k(v) / m = f(v)$; $F_f(v) / m = w(v)$. При этом уравнение (8.17) получает вид:

$$\delta_{п.м} \frac{dv}{dt} = f(v) - w(v).$$

В таком виде уравнение движения трамвая используется при решении многих задач электрической тяги.

При необходимости учета скольжения (буксования) ведущих колесных пар трамвай рассматривается как система с двумя степенями свободы. При этом выбирают независимые фазовые координаты для описания его движения. В качестве фазовых координат используют угловую скорость ведущих колесных пар $\omega_{к.в}$ и линейную скорость центра масс v трамвая. Принимая, что все ведущие колесные пары имеют одинаковые буксования, составляются два уравнения движения.

Одно уравнение получают, рассматривая систему моментов, действующих на ведущую колесную пару. При неустановившемся движении на ведущую колесную пару действуют моменты: ведущий $M_{к.в}$, сопротивления движению M_f , инерционный $M_{j_{к.в}}$ и момент силы сцепления колеса с рельсом M_ϕ . Сила сцепления равна предельному значению продольной реакции взаимодействия колеса с рельсом $R_{x\phi} = \phi_x R_{зк.в}$. Момент этой силы относительно оси вращения колесной пары определяется выражением $M_\phi = \phi_x R_{зк.в} r_{д}$. Динамический радиус колеса $r_{д}$, как отмечалось ранее, примерно равен радиусу качения ведомых (поддерживающих) колесных пар $r_{ко}$. Поэтому примем $r_{д} = r_{ко}$ и в результате получим

$$M_\phi = \phi_x R_{зк.в} r_{ко}.$$

Составим общее уравнение динамики ведущей колесной пары

$$M_{к.в} - M_f - M_{jк.в} - M_\varphi = 0. \quad (8.18)$$

Для определения момента $M_{к.в}$, подводимого к ведущей колесной паре, используем выражение

$$M_{к.в} = M_{дв} u_{тр} \eta_{тр} - \frac{J_{дв} u_{тр}^2 \eta_{тр} + J_{тр}}{r_к} \cdot \frac{dv}{dt}.$$

Принимая во внимание, что $v = \omega_{к.в} \cdot r_к$, выражение для $M_{к.в}$ примет вид

$$M_{к.в} = M_{дв} u_{тр} \eta_{тр} - (J_{дв} u_{тр}^2 \eta_{тр} + J_{тр}) \frac{d\omega_{к.в}}{dt}.$$

Инерционный момент ведущей колесной пары $M_{jк.в}$ равен

$$M_{jк.в} = J_{к.в} \frac{d\omega_{к.в}}{dt}.$$

После подстановки значений моментов в выражение (8.18) получим первое дифференциальное уравнение криволинейного движения трамвая:

$$J_{к.в.пр} \frac{d\omega_{к.в}}{dt} = M_{дв} u_{тр} \eta_{тр} - M_f - \varphi_x R_{зк.в} r_{ко}, \quad (8.19)$$

где $J_{к.в.пр}$ – приведенный к ведущей колесной паре суммарный момент инерции электродвигателя, трансмиссии и колесной пары:

$$J_{к.в.пр} = \sum (J_{дв} u_{тр}^2 \eta_{тр} + J_{тр} + J_{к.в}).$$

Второе дифференциальное уравнение разрабатывается для поступательного движения трамвая. Его движущей силой является

сила тяги ведущих колесных пар. При внешнем буксовании эта сила равна сумме сил сцепления ведущих пар с рельсом:

$$F_{\text{кф}} = \varphi_x R_{\text{зк.в.}}$$

На кузов трамвая действуют силы сопротивления движению. Кроме того, необходимо учесть сопротивление качению ведомых (поддерживающих) колесных пар и их инерционные моменты. Учитывая эти факторы, составим общее уравнение динамики, описывающее процесс движения кузова трамвая:

$$\left(F_{\text{кф}} - F_h - F_B - F_R - F_j \right) \delta x - \left(M_{f_{\text{под}}} - M_{j_{\text{к.в}}} \right) \delta \varphi_x = 0.$$

Принимая во внимание соотношение $\delta \varphi_{\text{под}} = \delta x / r_{\text{ко}}$ для ведомых колесных пар, получаем второе дифференциальное уравнение движения трамвая:

$$\left(m + \frac{J_{\text{под}}}{r_{\text{ко}}^2} \right) \frac{dv}{dt} = \varphi_x R_{\text{зк.в.}} - mfn - \frac{M_{f_{\text{под}}}}{r_{\text{ко}}} - F_B - F_R. \quad (8.20)$$

Коэффициент сцепления φ_x зависит от скольжения (буксования) ведущей колесной пары $\delta_{\text{к.в.}}$, который определяется по известной формуле. Согласно формуле для определения $\delta_{\text{к.в.}}$, $v_{\text{под}} = v$, а $v_{\text{к.в.}} = \omega_{\text{к.в.}} r_{\text{ко}}$. В результате получаем, что буксование ведущей колесной пары зависит одновременно от обеих фазовых координат v и $\omega_{\text{к.в.}}$:

$$\delta_{\text{к.в.}} = 1 - \frac{v}{\omega_{\text{к.в.}} r_{\text{ко}}}.$$

Следовательно, коэффициент сцепления также является функцией двух переменных: $\varphi_x = f(v, \omega_{\text{к.в.}})$. Поскольку коэффициент сцепления φ_x входит в оба уравнения (8.19) и (8.20), то они представляют собой систему дифференциальных уравнений, решение которых выполняется совместно.

Вращающий момент тягового электродвигателя следует представить в виде функции его угловой скорости $\omega_{дв}$ и учесть, что $\omega_{к.в} = \omega_{дв} / u_{тр}$. При неустановившемся движении необходимо также учитывать изменение нормальных реакций рельсового пути на ведущие колеса $R_{зк.в}$.

Дифференциальные уравнения (8.16), (8.19) и (8.20) позволяют моделировать движение трамвая по маршруту и определять интегральный показатель его тягово-скоростных свойств – среднюю скорость движения на маршруте. Маршрут представляет собой совокупность участков рельсового пути, каждый из которых характеризуется продольным уклоном, коэффициентом сопротивления качению, коэффициентом сцепления, радиусом кривизны участков в плане, различного рода ограничениями скорости, в том числе из-за продольного скольжения колесных пар. Ограничения скорости приводят к необходимости управления скоростным режимом тягового электродвигателя, поэтому в уравнениях используется функция момента $M_{дв} = f(\omega_{дв})$.

Прежде чем приступить к расчету криволинейного движения трамвая по уравнениям (8.16), (8.19) и (8.20), целесообразно для сокращения отдельных элементов профиля рельсового пути, а также упрощения тяговых расчетов подвергнуть его профиль спрямлению.

Спрявление профиля пути. Вертикальный разрез земной поверхности на трассе рельсового пути называется продольным профилем рельсового пути (профиль пути). Вид рельсового пути сверху (проекция трассы на горизонтальную плоскость) называется планом рельсового пути. Элементами рельсового пути являются уклоны (подъемы и спуски) и площадки (горизонтальный элемент, уклон которого равен нулю). Граница смежных элементов называется переломом профиля. Расстояние между смежными переломами профиля пути образует элемент профиля.

На профиле рельсового пути отмечают крутизну и протяженность элемента, высоты (отметки) переломных точек над уровнем моря, оси разделных пунктов и километровые отметки. На плане рельсового пути наносят радиусы (углы) и длины кривых и прямых участков пути и их местонахождения.

В основе спрямления профиля пути лежит равенство механических работ на спрямленном и действительном профиле. Спрявление профиля рельсового пути состоит из двух операций:

– спрямление в продольном профиле, путем объединения группы элементов пути, лежащих рядом и имеющих близкую друг к другу крутизну;

– спрямление в плане путем замены кривых фиктивным подъемом в пределах спрямляемых элементов.

Спрямять разрешается только близкие по крутизне элементы одного знака. Площадки могут включаться в группы с элементами, имеющими как положительный знак, так и отрицательный.

Полученный в результате этих операций профиль, имеющий меньшее число элементов и переломов по сравнению с действительным профилем пути, называют спрямленным. Спрямленный профиль должен сохранять особенности действительного профиля, поэтому нельзя спрямлять: элементы с уклонами разного знака, расчетного и проверяемого подъемов с прилегающими элементами.

Спрявление профиля пути выполняют в следующей последовательности:

1. Из подробных данных профиля пути выбирают и группируют смежные элементы, подлежащие спрямлению. В спрямляемую группу включают рядом лежащие элементы одного знака. Горизонтальные элементы относят или к спускам, или к подъемам, опираясь на удобство для расчета.

2. Определяют уклоны i'_c в промилях (‰) каждого спрямляемого участка по формуле

$$i'_c = \frac{i_1s_1 + i_2s_2 + i_3s_3 + \dots + i_ns_n}{s_1 + s_2 + s_3 + \dots + s_n} = \frac{\sum i_j s_j}{s_c},$$

где i_j – уклоны спрямляемых участков;

s_c – длина спрямленного профиля, $s_c = \sum s_j$.

Знак i'_c может быть положительным или отрицательным в зависимости от того, является уклон подъемом или спуском.

Чтобы не допустить в расчетах большой погрешности из-за замены действительного профиля спрямленным, проводят проверку допустимости спрямления по эмпирической формуле:

$$s_j \leq \frac{2000}{\Delta i}, \quad (8.21)$$

где s_j – длина спрямляемого элемента пути, м;

Δi – абсолютная разность между уклонами спрямленного и спрямляемого элементов, %.

Такой проверке подвергают все элементы, входящие в спрямляемую группу. Если хотя бы один элемент не удовлетворяет условию (8.21), то такую группу спрямлять нельзя. Чем короче элементы спрямляемой группы и чем ближе они по крутизне, тем более вероятно, что проверка их на удовлетворение условия (8.21) окажется положительной.

3. Если на спрямляемых элементах расположены кривые, то их заменяют фиктивным подъемом по формуле

$$i''_{с.к} = \frac{450}{s_c} \sum_1^n \frac{s_{кр}}{R_{кр}},$$

где $s_{кр}$ – длина криволинейного участка пути;

$R_{кр}$ – радиус кривизны криволинейного участка пути.

Знак $i''_{с.к}$ всегда положительный, так как силы сопротивления от кривых всегда направлены против движения трамвая.

4. Результирующие спрямленные приведенные уклоны $i_{с.пр}$ спрямленных участков в зависимости от направления движения трамвая (знака i'_c) определяются по формулам:

– при движении в сторону подъема

$$i_{с.пр} = i'_c + i''_{с.кр};$$

– при движении в сторону спуска

$$i_{с.пр} = -i'_c + i''_{с.кр}.$$

Результаты расчетов записываются в таблицу.

Пример 8.1. Спрямить профиль рельсового пути, параметры которого приведены в табл. 8.1.

Таблица 8.1

Действительный профиль рельсового пути

Номер элемента пути	s , м	i , ‰	R , м	$s_{кр}$, м
1	100	0	150	80
2	200	2	300	100
3	400	3	–	–
4	300	5	100	50
5	500	10	–	–
6	200	6	150	50
7	300	0	200	100
8	400	10	–	–

Решение

- Выбираем три спрямляемых участка:
 - в 1-й участок входят элементы 1, 2, 3;
 - во 2-й участок входят элементы 4, 5, 6;
 - в 3-й участок входят элементы 7, 8.
- Определяем уклоны спрямляемых участков:

$$i'_{c1} = \frac{0 \cdot 100 + 2 \cdot 200 + 3 \cdot 400}{100 + 200 + 400} = 2,286 \approx 2,3 \text{ ‰};$$

$$i'_{c2} = \frac{5 \cdot 300 + 10 \cdot 500 + 6 \cdot 200}{300 + 500 + 200} = 7,7 \text{ ‰};$$

$$i'_{c3} = \frac{0 \cdot 300 + 10 \cdot 400}{300 + 400} = 5,714 \approx 5,7 \text{ ‰}.$$

При движении трамвая в прямом направлении уклоны по участкам составят

$$i'_{c1} = -2,3 \text{ ‰}; \quad i'_{c2} = +7,7 \text{ ‰}; \quad i'_{c3} = -5,7 \text{ ‰}.$$

При движении трамвая в обратном направлении уклоны

$$i'_{c1} = +2,3 \text{ ‰}; \quad i'_{c2} = -7,7 \text{ ‰}; \quad i'_{c3} = +5,7 \text{ ‰}.$$

3. Проверяем удовлетворение длин элементов реального профиля рельсового пути условию (8.21):

$$l_1 = 100 \leq \frac{2000}{|0+2,3|} = 869,565 \approx 870; \quad l_2 = 200 \leq \frac{2000}{|-2+2,3|} = 66\,670;$$

$$l_3 = 400 \leq \frac{2000}{|-3+2,3|} = 2857; \quad l_4 = 300 \leq \frac{2000}{|5-7,7|} = 740,741;$$

$$l_5 = 500 \leq \frac{2000}{|10-7,7|} = 869,565; \quad l_6 = 200 \leq \frac{2000}{|6-7,7|} = 1176;$$

$$l_7 = 300 \leq \frac{2000}{|0+5,7|} = 350,877; \quad l_8 = 400 \leq \frac{2000}{|-10-7,7|} = 465,116.$$

Результаты расчетов показывают, что длины всех элементов реального профиля рельсового пути удовлетворяют условию (8.21) и выбранная группировка элементов профиля в спрямляемые участки 1, 2, 3 допустима.

4. Определяем фиктивные подъемы с крутизной i_c'' :

$$i_{c1}'' = \frac{450}{700} \left(\frac{80}{150} + \frac{100}{300} \right) = 0,557 \text{ ‰};$$

$$i_{c2}'' = \frac{450}{1000} \left(\frac{50}{100} + \frac{50}{150} \right) = 0,375 \text{ ‰}; \quad i_{c3}'' = \frac{450}{700} \left(\frac{100}{200} \right) = 0,321 \text{ ‰}.$$

Результаты желательно округлить с точностью до десятых долей.

5. Рассчитываем результирующие уклоны спрямленных участков: – при движении в прямом направлении

$$i_{c.пр1} = -2,3 + 0,57 = -1,73 \text{ ‰};$$

$$i_{c.пр2} = 7,7 + 0,37 = 8,07 \text{ ‰}; \quad i_{c.пр3} = -5,7 + 0,32 = -5,38 \text{ ‰};$$

– при движении в обратном направлении

$$i_{с.пр1} = 2,3 + 0,57 = 2,87 \text{ ‰};$$

$$i_{с.пр2} = -7,7 + 0,37 = -7,33 \text{ ‰}; \quad i_{с.пр3} = 5,7 + 0,32 = 6,02 \text{ ‰};$$

Результаты спрямления участка рельсового пути заносим в табл. 8.2.

Таблица 8.2

Спрямленный профиль рельсового пути

Номер элемента пути	s , м	i , ‰
Движение в прямом направлении		
1	700	1,73
2	1000	8,07
3	700	5,38
Движение в обратном направлении		
1	700	2,87
2	1000	7,33
3	700	6,02

Ответ. В результате спрямления исходного профиля рельсового пути, содержащего восемь элементов, получен профиль пути, содержащий только три элемента как в прямом, так и в обратном направлении движения трамвая.

Таким образом, представленные в этом разделе системы ДУ позволяют определять все фазовые координаты ПС в подвижной и неподвижной системах координат. Обычно по результатам их интегрирования строят график движения ПС в неподвижной системе координат и графики изменения во времени скорости, курсового угла и других интересующих исследователя фазовых координат. Иногда строят графики изменения этих же фазовых координат по перемещению (пути) подвижного состава.

Контрольные вопросы

1. Назовите условия осуществления поворота двухосного электробуса с передними управляемыми колесами. Напишите формулу, отражающую условия отсутствия бокового скольжения управляемых колес.

2. Что такое боковой увод пневматических колес? Из-за чего возникает боковой увод?

3. Что такое коэффициент сопротивления боковому уводу пневматического колеса?

4. Какие конструктивные и эксплуатационные факторы влияют на сопротивление пневматического колеса уводу?

5. Как влияет явление увода на сопротивление качению колеса?

6. Каковы внешние воздействия на электробус при криволинейном движении?

7. Какие факторы влияют на величину поперечных реакций дороги при криволинейном движении электробуса?

8. В чем заключается особенность определения нормальных реакций дороги при криволинейном движении электробуса?

9. Что понимается под углом и осью крена подрессоренной массы электробуса?

10. Как определяется положение центра крена при независимой подвеске подрессоренной массы электробуса?

11. Как влияют схемы направляющего устройства независимой подвески на положение центра крена?

12. Как влияет положение центра крена на перераспределение нормальных реакций между наружными и внутренними колесами при криволинейном движении электробуса?

Литература

1. Кузьмич, В. Д. Теория локомотивной тяги : учебник для вузов ж.-д. транспорта / В. Д. Кузьмич, В. С. Руднев, С. Я. Френкель; под ред. В. Д. Кузьмича. – М. : Маршрут, 2005. – 448 с.
2. Осипов, С. И. Теория электрической тяги : учебник для вузов / С. И. Осипов, С. С. Осипов, В. П. Феоктистов – М. : Маршрут, 2006. – 436 с.
3. Розенфельд, В. Е. Теория электрической тяги / В. Е. Розенфельд [и др.]; под ред. И. П. Исаева. – М. : Транспорт, 1995. – 294 с.
4. Щуров, Н. К. Теория электрической тяги : учебное пособие / Н. К. Щуров – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2004. – 100 с.
5. Пушков, П. М. Основы электрической тяги. Ч. 2. Тяговые расчеты. Частотно-регулируемый асинхронный тяговый привод : учебное пособие для студентов специальности 7.092.202 – «Электрический транспорт» / П. М. Пушков. – Харьков : ХГАГХ, 2001. – 103с.
6. Фираго, Б. И. Регулируемые электроприводы переменного тока / Б. И. Фираго, Л. Б. Павлячик. – Мн. : Техноперспектива, 2006. – 363 с.
7. Фираго, Б. И. Теория электропривода : учебное пособие / Б. И. Фираго, Л. Б. Павлячик. – 2-е изд. – Мн. : Техноперспектива, 2007. – 585 с.
8. Фираго, Б. И. Расчеты по электроприводу производственных машин и механизмов / Б. И. Фираго. – Мн. : Техноперспектива, 2012. – 639 с.
9. Красовский, А. Б. Основы электропривода : учебное пособие / А. Б. Красовский. – М. : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2015. – 405 с.
10. Атаманов, Ю. Е. Теория подвижного состава городского электрического транспорта : учебно-методическое пособие для специальности 1-37 01 05 «Городской электрический транспорт» / Ю. Е. Атаманов, В. Н. Плищ. – Мн. : БНТУ, 2013. – 267 с.
11. Кравец, В. Н. Проектирование автомобиля / В. Н. Кравец. – Нижний Новгород, 1992. – 230 с.
12. Смирнов, Г. А. Теория движения колесных машин : учебник для студентов машиностроительных спец. вузов. – 2-е изд., доп. и перераб. – М. : Машиностроение, 1990. – 352 с.
13. Селифонов, В. В. Теория автомобиля / В. В. Селифонов, А. Ш. Хусаинов, В. В. Ломакин. – М. : МГТУ «МАМИ», 2007. – 102 с.

14. Тарасик, В. П. Теория движения автомобиля : учебник для вузов / В. П. Тарасик. – СПб. : БХВ-Петербург, 2006. – 478 с.

15. Правила тяговых расчетов для поездной работы (ПТР). – М. : Транспорт, 1985. – 287 с.

16. Атаманов, Ю. Е. Теория подвижного состава : лабораторные работы для студентов специальности «Городской электрический транспорт» / Ю. Е. Атаманов, К. И. Мазаник. – Мн. : БНТУ, 2005. – 174 с.

Предметный указатель

Боковая сила	10, 49
Возмущающие воздействия	54
Габаритный радиус поворота	45
Идеальная трапеция	20
Курсовой угол	8
Маневренность	7
Мгновенный центр поворота электробуса	13
Момент сопротивления повороту	11
Направляющее усилие	49
Непогашенное ускорение	116
Ось крена	104
Перелом профиля	143
План рельсового пути	143
Поворачивающий момент	11
Поворот электробуса	8
Поворотливость	8
Профиль рельсового пути	143
Радиус кривизны	8
Радиус поворота	8
Рамные силы	49
Режим движения	7
Смещение центра поворота	23
Теоретический радиус поворота	22
Траектория	7
Угол крена	104
Управляемость	7
Управляющие воздействия	54
Условно прямолинейное движение	6
Устойчивость	7
Центр удара	121
Центры крена подвесок	104
Ширина коридора	46
Элементы рельсового пути	143

Учебное издание

АТАМАНОВ Юрий Евгеньевич
ПЛИЩ Владимир Николаевич

**ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И АВТОНОМНОГО
ТРАНСПОРТА. КРИВОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ**

Учебно-методическое пособие
для студентов специальности 1-37 01 05
«Электрический и автономный транспорт»

Редактор *Н. А. Костешева*
Компьютерная верстка *Н. А. Школьниковой*

Подписано в печать 25.02.2022. Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага офсетная. Ризография.
Усл. печ. л. 8,89. Уч.-изд. л. 6,95. Тираж 100. Заказ 619.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.