УДК 623.4;5

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИИ КРУГЛОЙ МИШЕНИ ПРИ НИЗКОСКОРОСТНОМ УДАРЕ

[1]Пилипчук А. П., [1]Грибков Ю. А., [1]Девойно Д. Г., [1]Летко К. Н., [1]Мокшин А. В., [2]Мишин А. А.

[1]Военная академия Республики Беларусь, Минск
[2]Белорусская государственная академия авиации, Минск

Введение. В процессе эксплуатации машин и механизмов элементы конструкций подвергаются различным ударным воздействиям [1]. При исследовании динамических свойств материалов традиционно выделяют несколько типов ударов - низкоскоростные, высокоскоростные, гиперскоростные, однако отсутствуют общепринятые четкие границы данных диапазонов [2]. Например, в работе [3] различают четыре типа (диапазона) скоростей:

– малые: V = 0,01–0,1 км/с;
– средние: V =0,1–1 км/с;
– высокие: V = 1 км/с – V_n, V_n=5–10 км/с;
– сверхвысокие: $V > V_n$.

Для определения низкоскоростных полей поражения в работе [5] принята скорость до 300 м/с. В работе [4] ударная нагрузка разделяется на несколько категорий:

– нагрузки малых скоростей (воздействие на скоростях ниже 10 м/с);
– нагрузки средних скоростей (воздействие на скоростях от 10 до 50 м/с);
– высокоскоростныс/баллистичсские нагрузки (до 1000 м/с).

Для космической техники актуальной задачей является обеспечение стойкости конструкций космических аппаратов к ударам высокоскоростных техногенных частиц и осколков «космического мусора». Определение деформации при низкоскоростном ударном взаимодействии тел имеет значение для различных отраслей науки и техники. При эксплуатации авиационной техники наиболее вероятными и критическими событиями являются столкновение с птицей, град, удар фрагментом покрышки шасси (малые и средние скорости). Кроме того, возможны случайные ударные воздействия в ходе штатных эксплуатационных, поверочных и ремонтных работ. Системы коллективной и индивидуальной бронезащиты, элементы защиты автомобильной техники [6] предназначены для функционирования в условиях низко- и среднескоростного воздействия пуль и осколков.

В настоящее время обосновано применение математического моделирования для сокращения количества натурных экспериментов при разработке защитных элементов. Применение моделирования позволяет выяснить, как различные свойства мишени и параметры удара влияют на деформацию мишени, что позволяет решить задачу оптимизации защитной структуры [3, 7]. Однако, применение моделирования целесообразно лишь в случае адекватности модели реальному физическому процессу. Отмеченное обстоятельство определяет актуальность задачи создания и совершенствования методики расчета и оценки деформации преграды кинетическим элементом.

Целью представленной работы является математическое моделирование процесса деформирования круглой пластины при низкоскоростном ударе на основе использования основных положений контактной теории Герца и результатов теории изгиба пластин.

Моделирование процесса взаимодействия сферического ударника и круглой пластины. Рассмотрим взаимодействие тела вращения с мишенью в виде круглой пластины. Предполагается, что 1) ударник-сфера радиусом R_1, движущаяся со скоростью V,

2) мишень толщиной h и радиусом R_2 изготовлена из линейно-упругого материала, 3) удар наносится по нормали к поверхности мишени (рис. 1). Выбор круглой мишени определяется тем, что при решении задачи о расчете пластин с прямоугольным очертанием контура прогибы и напряжения определяются в функции не одного, а двух независимых переменных [9–11].

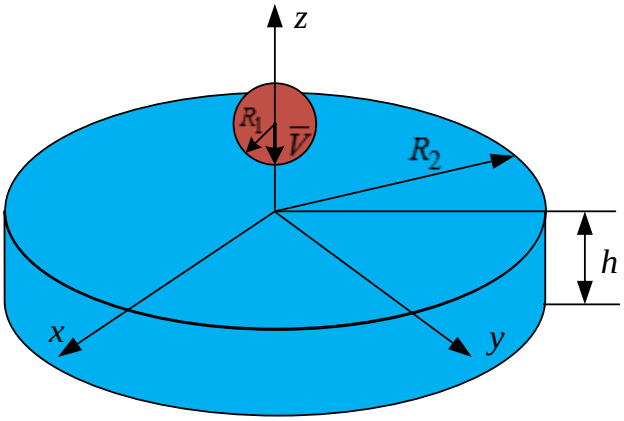

Рис. 1. Расчетная схема удара

Для определения прогиба пластины будем использовать решение задачи изгиба круглой пластинки, нагруженной симметрично относительно центра [9, 10]. При воздействии ударника на мишень возникает сила, действующая на небольшую площадку, размеры которой определяют величину возникающих напряжений. Максимальный прогиб в центре свободно опертой круглой пластинки, в которой нагрузка распределена равномерно по внутренней части пластины, ограниченной окружностью радиуса a, при условии, что величина полной нагрузки P сохраняет заданное конечное значение может быть определен:

$$W_{r=0} = \frac{P}{16\pi D}\left[\frac{3+\nu}{1+\nu}R_2^{\,2} + a^2 \ln\frac{a}{R_2} - \frac{7+3\nu}{4(1+\nu)}a^2\right], \qquad (1)$$

где $D = \dfrac{E_2 h^3}{12\left(1-\nu^2\right)}$ – жесткость пластинки при изгибе, ν – коэффициент Пуассона материала пластины.

Формула (1) представляет собой точное решение для пластинки с малыми прогибами, но может быть использовано при решении задач, когда прогибы срединной плоскости уже не малы в сравнении с толщиной пластины [12, с. 459]

Для гибкой мишени в виде пластины поверхностное давление, площадь контакта и длительность удара будут зависеть от скорости ударника, свойств материалов ударника и мишени, а также изгибной жесткости пластины и граничных условий. При заданной скорости удара ударная сила P будет убывать с ростом гибкости мишени (или с уменьшением ее толщины). Увеличение гибкости мишени будет приводить также к росту длительности удара и уменьшению площади контакта. Приближенное решение задачи о реакции на удар гибкой пластины можно построить на основе схемы деформации, принятой в работе [7]. В этом случае в точке контакта пластина приобретает контактную деформацию по Герцу α, а также изгибную деформацию δ_p. Закон Герца, несмотря на то что он установлен для статических условий и базируется на определенных идеальных условиях, широко применяется и остается наиболее распространенным принципом моделирования ударного поведения [7, 8].

Соотношение Герца между силой и деформацией для контактной задачи имеет вид:

$$P_к = n\alpha^{\frac{3}{2}}. \tag{2}$$

Величина n определяется выражением:

$$n = 4\sqrt{R_1}\big/3\pi\left(k_1 + k_2\right), \tag{3}$$

где R_1 – радиус сферического ударника,

$$k_1 = \left(1 - \nu_1^2\right)\big/\pi E_1;$$

$$k_2 = \left(1 - \nu_2^2\right)\big/\pi E_2,$$

где E_1 – модуль Юнга ударника; E_2 – модуль Юнга мишени; ν_1 – коэффициент Пуассона ударника; ν_2 – коэффициент Пуассона мишени.

Для контактной задачи Герца о вдавливании сферы в плоскую поверхность силой P соотношение, связывающее P и a (где a – радиус площадки контакта), имеет вид [7]:

$$a = \left[\frac{3\pi P}{4}\left(k_1 + k_2\right)R_1\right]^{1/3}. \tag{4}$$

Комбинируя (3) и (4), получаем выражение для максимального радиуса площадки контакта между плоской мишенью и сферическим ударником

$$a = \sqrt{R_1}\left(5V^2\big/4Mn\right)^{1/5}. \tag{5}$$

Соотношение между силой и прогибом для пластины, подверженной действию сосредоточенной нагрузки, будет иметь вид

$$P_u = K_u\delta_u, \tag{6}$$

где K_u – «пружинная» константа пластины.

Параметр K_u является функцией упругих постоянных материала пластины, а также граничных условий для нее. Предполагая, что пластина до удара находится в покое, можно записать уравнение для баланса энергии системы [7] в виде:

$$\frac{1}{2}m_1V^2 = \int_0^{\delta_{\max}} P_u d\delta_p + \int_0^{\alpha_1} P_к d\alpha. \tag{7}$$

Подставляя выражений для сил и принимая во внимание, что $P_u = P_к$ после вычисления интегралов получаем:

$$\frac{1}{2}m_1V^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{P^2}{K_u}\right) + \frac{2}{5}\left[\frac{P^{5/3}}{n^{2/3}}\right]. \tag{8}$$

Для круглой изотропной пластины радиусом R_2 и толщиной h, опертой по внешней границе, [7]

$$K_u = \frac{P}{\delta} = \frac{4\pi Eh^3}{3\left(1 - \upsilon^2\right)(3 + \upsilon)R_2^2}. \tag{9}$$

Окончательно получим для круглой пластины, опертой по краю:

$$P^2\frac{3(1-\upsilon)(1+\upsilon)R^2}{8\pi Eh^3} + \frac{2}{2}\frac{P^{5/3}}{\left(4\sqrt{R_1}\big/3\pi\left(k_1 + k_2\right)\right)^{2/3}} - \frac{1}{2}m_1V^2 = 0. \tag{10}$$

Первое слагаемое в левой части (10) учитывает изгиб пластины, второе – контактное взаимодействие по Герцу. Соотношение (10) можно разрешить относительно P и получить зависимость ударной силы от скорости удара и свойств ударника и гибкой мишени.

Таким образом, моделирование процесса деформирования пластины включает следующие этапы:

– определение механических и геометрических параметров ударника и мишени;

–определение радиуса площадки контакта по формуле (5);

–определение силы взаимодействия в результате численного решения уравнения (10);

–определение величины прогиба по формуле (1).

Выполнен расчет прогиба в центре круглой стальной (*E = 200 ГПа*) пластины радиусом 150 мм при воздействии свинцового (*E = 0,18 ГПа*) сферического ударника радиусом 5 мм со скоростью 315 м/с в зависимости от толщины пластины (рис. 2).

Сравнение полученных результатов с экспериментальными данными (мишень – стальная пластина толщиной 2,5 мм, ударник – пуля ПМ) показывает удовлетворительное соответствие результатов моделирования (10,6 мм) и эксперимента (8,7 мм) (рис. 3).

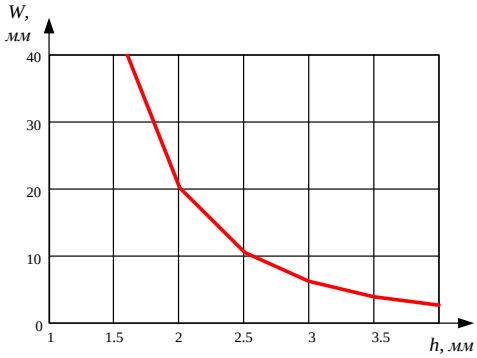

Рис. 2. Прогиб пластины *W* в зависимости от толщины *h*

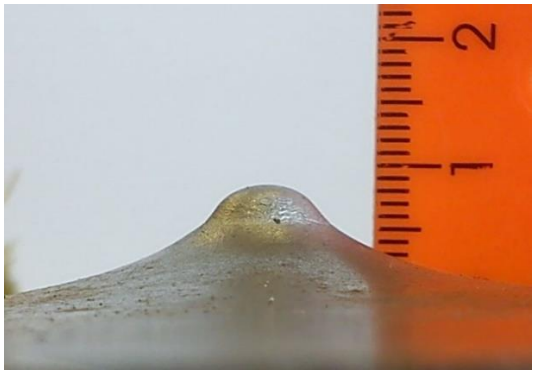

Рис. 3. Результат эксперимента

Выводы. Выполнено математическое моделирование процесса деформирования круглой пластины при низкоскоростном ударе на основе использования основных положений контактной теории Герца и результатов теории изгиба пластин.

Представлены результаты расчета значения прогиба в центре круглой стальной пластины при воздействии свинцового сферического ударника в зависимости от толщины пластины. Сравнение полученных результатов с экспериментальными данными показывает удовлетворительное соответствие результатов моделирования и эксперимента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дубинский, А. В. Обзор некоторых нетрадиционных приложений инженерной теории высокоскоростного проникания / А. В. Дубинский // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2019. – № 3. – С. 125–139.

2. Беклемышева, К. А. Моделирование разрушения гибридных композитов под действием низкоскоростного удара / К. А. Беклемышева, И. Б. Петров // Математическое моделирование. – 2018. – Т. 30, № 11. – С. 27–43.

3. Аптуков, В. Н. Прикладная теория проникания / В. Н. Аптуков, Р. Т. Мурзакасв, А. В. Фонарев. – М.: Наука, 1992. – 104 с.

4. Кудрин, А. М. Определение предела прочности полимерного композиционного материала на сжатие после удара в соответствии со стандартом ASTM D 7137 / А. М. Кудрин [и др.] // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2018. – Т. 14, № 2. – С. 164–169.

5. Репин, А. Е.Определении характеристик низкоскоростных (до 300 м/с) осколочных полей поражения / Репин А. Е. [и др.] // Вестник концерна ВКО «Алмаз – Антей». – 2016. – № 4(19). – С. 58–63.

6. Григорян, В. А. Материалы и защитные структуры для локального и индивидуального бронирования / В. А. Григорян [и др.]. – М.: Изд. РадиоСофт, 2008. – 406 с.

7. Зукас, Дж. А. Динамика удара: Пер. с англ. / Дж. А. Зукас [и др]. – М.: Мир, 1985. – С. 296.

8. Баженов, В. А. Численные исследования динамических процессов в виброударных системах при моделировании удара силой контактного взаимодействия / В. А. Баженов [и др.] // Проблемы прочности. – 2008. – №. 6. – С. 82–90.

9. Тимошенко, С. П. Теория упругости / С. П. Тимошенко, Дж. Гудьер. – М.: Наука, 1975. – 576 с.

10. Биргер, И. А. Стержни, пластинки, оболочки / И. А. Биргер. – М.: Физматлит, 1992. – 392 с.

11. Феодосьев, В. И. Сопротивление материалов: учеб, для вузов / В. И. Феодосьев. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. – 10-е изд., перераб. и доп. – 592 с.

12. Тимошенко, С. П. Пластинки и оболочки / С. П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер. – М.: Наука, 1966. – 636 с.

Поступила: 01.02.2021