

НЕКОТОРЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ВИБРОИЗОЛЯЦИИ СОВРЕМЕННЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ

¹Докукова Н. А., ²Кафтайкина Е. Н.

¹Белорусский государственный университет, Минск

²Иностранное общество с ограниченной ответственностью «Плэйтика Бел», Минск

Разработка и проектирование новых компонентов виброизоляции машиностроительных конструкций гидроопор является новой отраслью развития автомобилестроения. Они различаются по двум основным типам: управляемые и пассивные. К управляемым гидроопорам относят такие, которые содержат в себе реологические, магнитореологические жидкости и электронные устройства, обеспечивающие контроль за движением виброизолируемого объекта, с датчиками положений, контроля скоростей и ускорений. Их называют активными виброамортизаторами, способными изменять свои жесткостные характеристики в соответствии с потенциально происшедшим событием, случайно возникающим во время эксплуатации механического устройства. Принцип работы пассивных гидроамортизаторов основан на использовании во время эксплуатации физических свойств конструктивных элементов. Эти одноосные амортизирующие устройства достойно занимают ведущие места в мировом автопроме по уровню себестоимости, простоты изготовления, экономичности, заменяемости, они не требуют дополнительных затрат на создание электронных устройств, обеспечивающих поддержание электрических и магнитных полей в активных гидроопорах.

Система виброизоляции современного технического устройства включает в себя несколько упругодемпфирующих элементов, параллельно работающих и выполняющих разные функциональные назначения. Упругие металлические пружины смягчают колебания и поддерживают конструкцию, являясь частью несущей опоры [1, 2]. Демпфирующие элементы, за счет поглощения излишней кинетической энергии, обеспечивают качественные параметры плавности хода в различных дорожных условиях [3–5].

В качестве пассивных виброизоляторов мобильной техники могут быть резинометаллические амортизаторы, сайлент-блоки, гидроопоры и др. [6–12]. Предварительное проектирование таких объектов связано с использованием простейших упругих и демпфирующих элементов, линейно и нелинейно зависящих от перемещений и скоростей. Обобщенная модель виброизоляции части технического устройства представлена на рис. 1 в виде динамической схемы с пассивной одноосной гидроопорой и инерционным трансформатором. В его состав входят элементы: m_2 – масса инерционного трансформатора, c_2, c_4 – коэффициенты упругих деталей и материалов, b_2, b_4 – коэффициенты демпфирования гидродинамических сред с их линейными и нелинейными свойствами по отношению к кинематическим параметрам.

Динамическая модель воссоздает движения трехмассовой механической системы, в которой массы m_1, m_2 и m_3 имеют конечные величины, m_0 – неограниченно большая масса основания.

Приложенная к m_0 периодически изменяющаяся, вибрационная сила $F(t) = A \sin(\omega t)$ вызывает кинематическое возбуждение основания с виброперемещением x_0 , виброскоростью \dot{x}_0 , виброускорением \ddot{x}_0 , которые могут быть легко установлены экспериментальным путем.

Сравним чем отличаются две постановки задачи: первая – со всеми линейными параметрами физических коэффициентов, вторая – с нелинейной силой демпфирования при коэффициенте b_4 со следующим законом ее изменения

$$\overline{F_{\text{демпф.}}} = \text{sign}(\dot{x}) \cdot b_4 \dot{x}^2. \quad (1)$$

Гидродинамическая вязкость демпфирующего устройства $b_4 = 56,2$ кг/м инерционного трансформатора обладает нелинейными свойствами. В общей постановке задачи разница внутренних сил будет пропорциональна разнице квадратов скоростей между телами с массами m_2 и m_3 с сохранением направлений векторов этих сил.

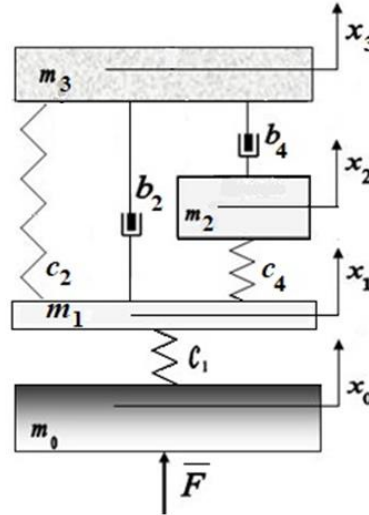


Рис. 1. Общая динамическая схема виброизоляции тела с массой m_3

По динамической схеме рис. 1 составляется общая математическая модель движений многоэлементной системы в каноническом виде [4, 5]

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 &= -b_{11}\dot{x}_1 - c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + b_{13}\dot{x}_3 + c_{13}x_3 + c_{10}x_0, \\ \ddot{x}_2 &= -b_{22}\text{sign}(\dot{x}_2)\dot{x}_2^2 - c_{22}x_2 + c_{21}x_1 + b_{23}\text{sign}(\dot{x}_3)\dot{x}_3^2, \\ \ddot{x}_3 &= -b_{31}\dot{x}_3 - b_{32}\text{sign}(\dot{x}_3)\dot{x}_3^2 - c_{33}x_3 + b_{31}\dot{x}_1 + c_{31}x_1 + b_{32}\text{sign}(\dot{x}_2)\dot{x}_2^2, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} b_{11} &= b_2/m_1, & b_{12} &= 0, & b_{13} &= b_2/m_1, \\ b_{21} &= 0, & b_{22} &= b_4/m_2, & b_{23} &= b_4/m_2, \\ b_{31} &= b_2/m_3, & b_{32} &= b_4/m_3, & b_{33} &= (b_2 + b_4)/m_3, \\ c_{11} &= (c_1 + c_2 + c_4)/m_1, & c_{12} &= c_4/m_1, & c_{13} &= c_2/m_1, \\ c_{21} &= c_4/m_2, & c_{22} &= c_4/m_2, & c_{23} &= 0, \\ c_{31} &= c_2/m_3, & c_{32} &= 0, & c_{33} &= c_2/m_3, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} x_0 &= -0,5\sin(\omega t)/\omega^2, \\ F &= m_0\ddot{x}_0(t). \end{aligned}$$

Начальные условия при $t = 0$:

$$x_1(0) = 10^{-5} \text{ м}, \quad \left. \frac{dx_1}{dt} \right|_{t=0} = 0, \quad x_2(0) = 0, \quad \left. \frac{dx_2}{dt} \right|_{t=0} = 0, \quad x_3(0) = 0, \quad \left. \frac{dx_3}{dt} \right|_{t=0} = 0. \quad (3)$$

Для последующего сравнения численных решений линейной и нелинейной задач относительно параметров и коэффициентов выберем следующие физические величины: $\omega = 5,0$ рад/с, $x_0 = 0,5\sin(\omega t)/\omega^2$ м, $m_1 = 120,0$ кг, $m_2 = 0,2$ кг, $m_3 = 500,0$ кг, $c_1 = 281,0$ н/м, $c_2 = 263,0$ н/м, $c_4 = 572,0$ н/м, $b_2 = 12,23$ кг/с, $b_4 = 56,2$ кг/с, $l = 0,0$ м.

Качественным критерием эффективности рассматриваемых систем будем считать критерий наибольших энергетических потерь за один и тот же промежуток времени или периодов колебаний. Для реализации этих сравнений необходимо найти ускорения сопротивлений в каждой из систем, которые в поставленной задаче вычисляются по формулам

$$\begin{aligned}
 R_1 &= -b_{11}\dot{x}_1 + b_{13}\dot{x}_3, \\
 R_2 &= -b_{22}\text{sign}(\dot{x}_2)\dot{x}_2^2 + b_{23}\text{sign}(\dot{x}_3)\dot{x}_3^2, \\
 R_3 &= -b_{31}\dot{x}_3 - b_{32}\text{sign}(\dot{x}_3)\dot{x}_3^2 + b_{31}\dot{x}_1 + b_{32}\text{sign}(\dot{x}_2)\dot{x}_2^2.
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

На их основании можно судить об энергетических потерях, приходящихся на единицу массы рассматриваемого тела. Исходя из полученных графиков рис. 4 самым эффективным является второй элемент с наименьшей массой m_2 и наибольшей величиной ускорения сопротивления $R_2(x_2)$. Потери энергии вторым телом по площади графика рис. 4, б, умноженной на соответствующую массу, в целом больше остальных.

Численные значения кинематических характеристик и ускорений сопротивлений – энергетических потерь у первого тела незначительно увеличены на рисунках 2, а – 4, а. Перемещение и ускорение тела m_2 увеличены по сравнению с линейной задачей. Перемещение виброизолируемого тела m_3 увеличено, при этом ускорения практически идентичны на рис. 3, в.

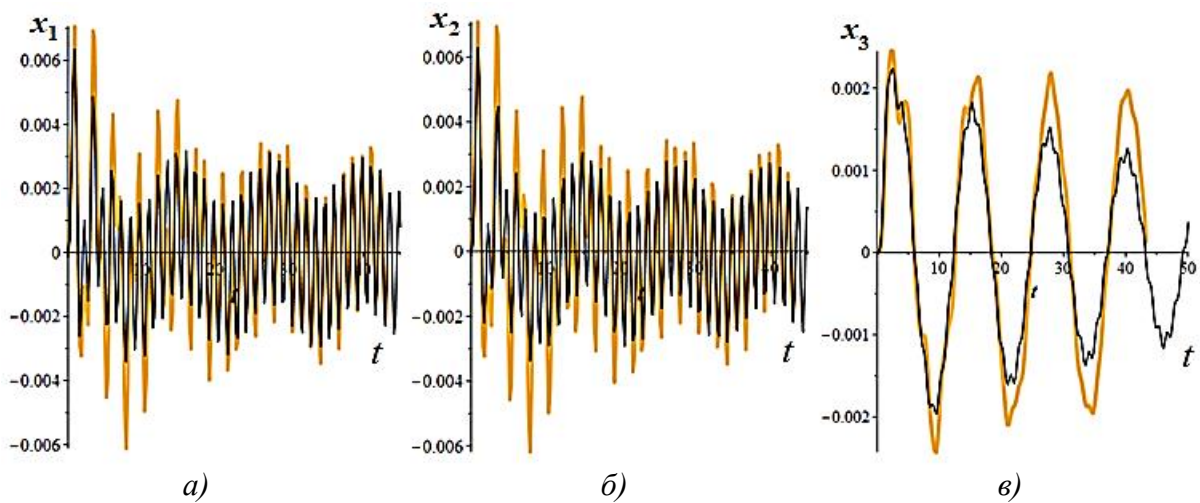


Рис. 2. Перемещения элементов общей динамической схемы с течением времени. Светлые кривые линии соответствуют нелинейной задаче, черные – линейной

Энергетические потери, вследствие квадратов скоростей, значительно меньших единицы, на последних двух графиках рисунка 4, б, в значительно уменьшаются.

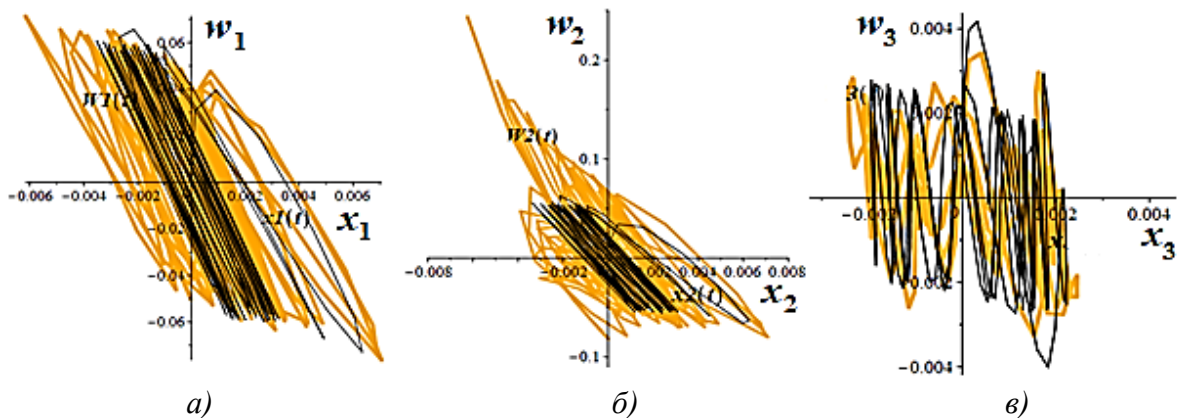


Рис. 3. Сравнения ускорений нелинейной и линейной задач каждого элемента из общей динамической схемы. Светлые кривые линии соответствуют нелинейной задаче, черные – линейной

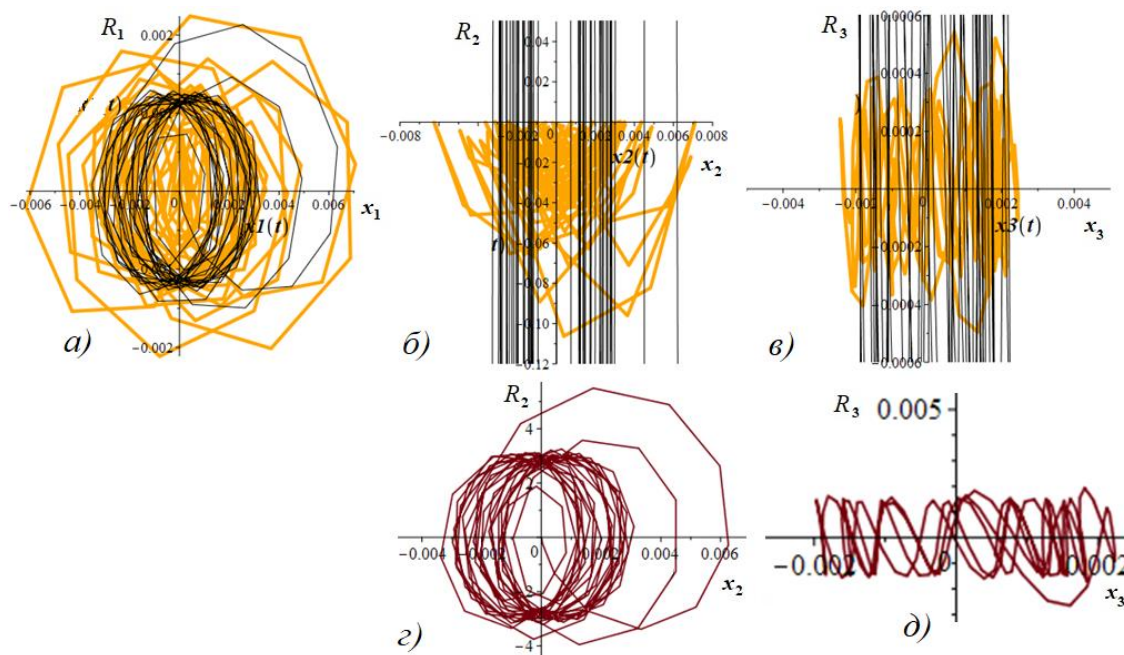


Рис. 4. Сравнения энергетических потерь каждым элементом из общей динамической схемы. Светлые кривые линии соответствуют нелинейной задаче, черные на (а, б, в) и бордовые (г, д) – линейной

Выводы. Сопротивление системы и затухания динамических процессов уменьшаются в математической модели с квадратично-нелинейной силой демпфирования амортизатора b_4 между телами с массами m_2 и m_3 . На малых скоростях движения виброизолируемого тела, меньших единицы, силы сопротивления, рассеивающие энергию в механической системе, значительно уменьшаются в связи с их квадратической зависимостью.

Гидравлический амортизатор с сильно вязкой жидкостью, демпфирующие свойства которой пропорциональны квадратам скоростей смещений поршня опорной крышки, не является эффективной моделью энергетических потерь в задаче виброизоляции современных технических устройств.

ЛИТЕРАТУРА

1. Василевич, Ю. В. Исследование прочностных, деформационных и виброизолирующих характеристик резиновых подшпальных виброизоляторов / Ю. В. Василевич [и др.] // БНТУ // Машиностроение. – 2010. – Вып. 25. – С. 202–204.
2. Чигарев, А. В. Введение в мехатронику: учебное пособие / А. В. Чигарев, К. Циммерманн, В. А. Чигарев. – Минск: БНТУ, 2013. – 388 с.
3. Гордеев, Б. А. Системы виброзащиты с использованием инерционности и диссипации реологических сред / Б. А. Гордеев [и др.]. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 176 с.
4. Dokukova, N. A. General laws governing in mechanical vibratory systems / N. A. Dokukova, P. N. Konon // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. Publisher Springer New York. – 2006. – Vol. 79, No 4. – P. 824–831.
5. Dokukova, N. A., and Nonnatural vibrations of hydraulic shock-absorbers / N. A. Dokukova, P. N. Konon, E. N. Kaftaikina // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – Publisher Springer New York. – 2008. – Vol. 81, No 6. – P. 1191–1196.

6. Докукова, Н. А. Приближенный метод расчета геометрически нелинейных изгибно-продольных колебаний балок постоянного сечения / Н. А. Докукова, Мар. Д. Мартыненко, Мих. Д. Мартыненко // Весці АН БССР, Сер. фіз.-тэхн. навук. – № 1. – 1990. – С. 10–14.
7. Кашицин, Л. П. Динамическая модель деформирования детали при центробежном припекании в импульсном магнитном поле / Л. П. Кашицин, И. А. Кирпиченко, Н. А. Докукова // Весці АН БССР, Сер. фіз.-тэхн. навук. – Минск, 1991. – № 3. – С. 46–50.
8. Мартыненко, М. Д. Метод линеаризации и его применение для анализа нелинейных колебательных систем / М. Д. Мартыненко, Н. А. Докукова // Весці АН БССР. Сер. фіз.-тэхн. навук. – Мн., 1999. – № 3. – С. 108–111.
9. Докукова, Н. А. К расчетам динамики гидропоры / Н. А. Докукова, М. Д. Мартыненко // Материалы международной научно-технической конференции «Механика машин на пороге 3-его тысячелетия». – Мн., 2001. – С. 252–255.
10. Докукова, Н. А. Выбор рациональных параметров гидропоры с пористым элементом / Н. А. Докукова // Проблемы машиностроения и надежности машин. – М., 2003. – № 4. – С. 18–23.
11. Высоцкий, М. С. Некоторые особенности механических колебательных систем с двумя степенями свободы / М. С. Высоцкий, Н. А. Докукова, П. Н. Конон // Вестник ФФИ. – 2006. – № 2. – С. 78–85.
12. Высоцкий, М. С. Метод исследования механических колебательных систем с помощью дифференциальных операторов / М. С. Высоцкий, Н. А. Докукова, П. Н. Конон // Доклады НАН Беларуси. – 2006. – Т. 50, № 1. – С. 114–119.

Поступила: 31.01.2021