

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК МОДЕЛИ ПОЛЗУЧЕСТИ СТЕКЛОПЛАСТИКА НА СДВИГ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИЗГИБА ТРУБ КВАДРАТНОГО СЕЧЕНИЯ

<sup>1,2</sup>Каюмов Р. А., <sup>1</sup>Гимазетдинов А. Р., <sup>1</sup>Шакирзянов Ф. Р.

<sup>1</sup> Казанский государственный архитектурно-строительный университет, Казань, Россия

<sup>2</sup> Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева (КНИТУ-КАИ), Казань, Россия

**Аннотация.** В работе предлагается методика идентификации характеристик соотношений ползучести однонаправленно армированных композитных материалов на основе анализа результатов испытаний и решения прямых и обратных задач деформирования изготовленных из них балок в виде тонкостенных труб. Приводятся результаты экспериментов и полученные механические характеристики на сдвиг для пултрузионных стеклопластиков.

*Результаты испытания образцов на изгиб, модель ползучести и определение ее характеристик.*

При определении механических характеристик композитных материалов обычно проводят испытания на плоских образцах [1–9]. Здесь образцы подвергались поперечному изгибу и имели вид труб с квадратным поперечным сечением  $50 \times 50$  мм, толщиной стенки 5 мм и рабочей длиной  $L = 275$  мм. Начальные модули упругости и сдвига имели значения  $E = 30,2$  ГПа,  $G_{12}(0) = 2,73$  ГПа [10].

При проведении испытаний образцов стеклопластиковых композитных материалов соблюдались следующие ГОСТы:

ГОСТ 12423-66 (СТ СЭВ 885-78) Пластмассы. Условия кондиционирования и испытаний образцов.

ГОСТ 14359-69 Пластмассы. Методы механических испытаний. Общие требования.

ГОСТ 25.601-80 Расчеты и испытания на прочность. Методы механических испытаний композиционных материалов с полимерной матрицей.

ГОСТ 25.604-82. Расчеты и испытания на прочность. Методы механических испытаний композиционных материалов с полимерной матрицей (композитов). Метод испытания на изгиб при нормальной, повышенной и пониженной температурах.

Эксперименты проводились на универсальной испытательной машине ИР 5082 путем трехточечного изгиба испытуемого образца (см. рис. 1).

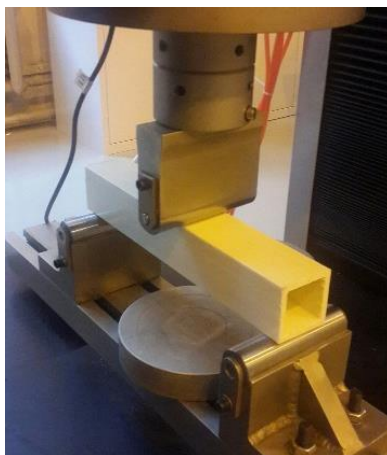


Рис. 1. Общий вид проведения испытания

При обработке результатов были получены значения перемещений в различные моменты времени, приведенные ниже на рис. 2.

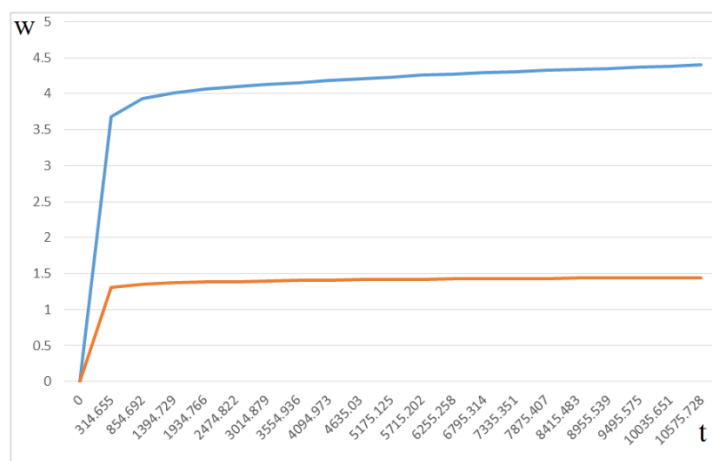


Рис. 2. График время–перемещение ( $P_1 = 15$  кН,  $P_2 = 5$  кН,  $t$  – сек)

В общем случае зависимости между компонентами тензоров деформаций и компонентами тензора напряжений даже в случае плоского напряженного состояния в качестве аргументов будут содержать не менее трех инвариантов компонент напряжений и векторов, определяющих положение осей ортотропии. Для определения этих зависимостей требуется проводить сложные эксперименты и применять специальные методы их анализа. Поэтому часто используют различные подходы для их упрощения путем введения гипотез или математического их анализа (см. например, [12–14]), основанных на использовании особенностей свойств композитных материалов. Здесь используются следующие упрощающие предположения. Во-первых, как и в [12, 13], считается, что упругие и неупругие деформации возникают только при сдвиге (в осях ортотропии). Во-вторых, принимается обобщение гипотезы Качанова [15], согласно которому эти деформации развиваются независимо друг от друга и зависят только от уровня напряжений.

Рассмотрим задачу определения характеристик ползучести стеклопластика на сдвиг на основе анализа результатов испытаний на трехточечный изгиб короткой балки в виде трубы квадратного сечения. Общий прогиб будет состоять из двух слагаемых [10] – прогиба от изгибающего момента и прогиба от сдвига под действием поперечной силы.

$$w_{\max} = w^{\text{изг}} + w^{\text{сдв}}; \quad (1)$$

$$w^{\text{изг}} = \frac{Pl^3}{48EJ}. \quad (2)$$

Здесь  $l$  – расстояние между опорами. Прогиб от сдвига можно разложить на две составляющие (ниже  $A$  – площадь сечения):

$$w^{\text{сдв}} = w^{\text{elast}} + w^{\text{creep}} = \frac{Pla}{4G_{12}A} + \frac{\gamma^{\text{creep}}l}{2}. \quad (3)$$

Коэффициент  $a$  зависит от формы сечения, который в нашем случае [10] имеет значение  $a = 1,878$ .

Для деформации ползучести  $\gamma^{\text{creep}}$  примем теорию упрочнения в виде:

$$\dot{\gamma}^{\text{creep}} = \frac{(B \cdot \tau)^n}{(1 + \beta \cdot \gamma^{\text{creep}})^m}. \quad (4)$$

Для интегрирования этого соотношения на этапе нагружения перепишем его в виде:

$$\frac{1}{\beta}(1 + \beta \cdot \gamma^{creep})^m \cdot \beta \cdot d(\gamma^{creep}) = \left[ B \cdot \frac{1}{A} \left( \frac{P_{max} \cdot t}{t_1} \right) \right]^n \cdot dt. \quad (5)$$

Здесь  $t_1$  – время, при котором начинается выдержка образца поперечной силой  $P_{max}$ . Отсюда

$$\frac{(1 + \beta \cdot \gamma^{creep})^{m+1}}{\beta(m+1)} = \left[ \frac{B \cdot P_{max}}{A \cdot t_1} \right]^n \cdot \frac{t^{n+1}}{n+1} + C_1. \quad (6)$$

Коэффициент  $C_1$  найдем из начальных условий при  $t = 0$ :

$$\gamma(0) = 0 \Rightarrow C_1 = \frac{1}{\beta(m+1)}. \quad (7)$$

При  $t = t_1$  получим соотношение для определения  $\gamma_1^{creep}$ :

$$\frac{(1 + \beta \cdot \gamma_1^{creep})^{m+1}}{\beta(m+1)} = \left[ \frac{B \cdot P_{max}}{A} \right]^n \cdot \frac{t_1}{n+1} + C_1. \quad (8)$$

Отсюда вытекает выражение:

$$\gamma_1^{creep} = \frac{\sqrt[m+1]{\left[ \left( \frac{B \cdot P_{max}}{A} \right)^n \cdot \frac{t_1}{n+1} - C_1 \right]} (m+1)\beta - 1}{\beta}. \quad (9)$$

На этапе выдержки при  $\sigma = \sigma_{max} = const$  из (4) вытекает:

$$\frac{(1 + \beta \cdot \gamma^{creep})^{m+1}}{\beta(m+1)} = \left[ \frac{B \cdot P_{max}}{A} \right]^n \cdot t + C_2. \quad (10)$$

Коэффициент  $C_2$  определяется из начальных условий при  $t = t_1$ :

$$\gamma(t_1) = \gamma_1^{creep} \Rightarrow C_2 = \frac{(1 + \beta \cdot \gamma_1^{creep})^{m+1}}{\beta(m+1)} - \left[ \frac{B \cdot P_{max}}{A} \right]^n \cdot t_1. \quad (11)$$

Далее из (10) можно вычислить  $\gamma^{creep}$  при значениях  $t > t_1$ .

Для идентификации параметров  $B$ ,  $\beta$ ,  $n$  и  $m$  запишем выражение для приращений прогибов в разные моменты времени  $t_i$ :

$$\Delta w^{эксн} = w(t_i) - w(t) = \left[ \gamma^{creep}(t_i) - \gamma^{creep}(t) \right] l, \quad (12)$$

Система уравнений (12) относительно  $B$ ,  $\beta$ ,  $n$  и  $m$  решается методом минимизации ее квадратичной невязки. Решение задачи идентификации  $B$ ,  $\beta$ ,  $n$  и  $m$  при нагрузке  $P_1 = 15$ кН дает следующие значения искоемых коэффициентов:

$$B = 0,05^{1/n}, \quad n = 6, \quad \beta = 225, \quad m = 3.$$

Проверим применимость полученных коэффициентов в эксперименте об изгибе той же трубы с квадратным сечением, но при другой нагрузке ( $P_2 = 5$ кН). Использование тех же параметров, что и для первого эксперимента, приводит к следующей картине (см. нижний график на рис. 3), отражающей результаты эксперимента и расчетов:

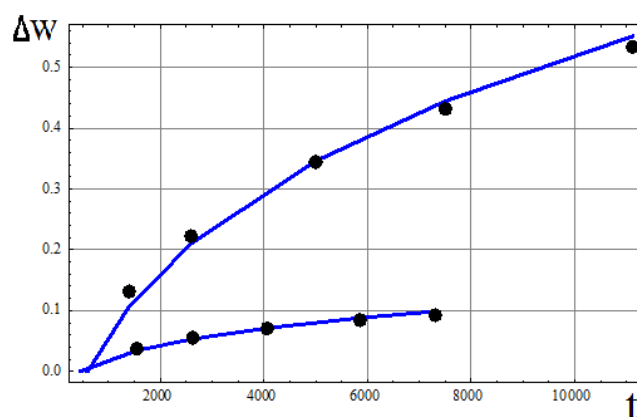


Рис. 3. График согласования результатов

**Выводы.** Как видно из рис. 3, полученные коэффициенты дают достаточно хорошее согласование эксперимента с аналитическими расчетами.

*Работа выполнена в рамках РФФИ (проект № 19-08-00349) и РНФ (проект № 19-19-00059).*

## ЛИТЕРАТУРА

1. Алфутов, Н. А. Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов / Н. А. Алфутов, П. А. Зиновьев, Б. Г. Попов. – М.: Машиностроение, 1984. – 263 с.
2. Алфутов, Н. А. Идентификация упругих характеристик однонаправленных материалов по результатам испытаний многослойных композитов. Расчеты на прочность / Н. А. Алфутов, П. А. Зиновьев, Л. П. Таирова. – М.: Машиностроение, 1989. – Вып. 30. – С. 16–31.
3. Гольденблат, И. И. Критерии прочности и пластичности конструкционных материалов / И. И. Гольденблат, В. А. Копнов. – М.: Машиностроение, 1968. – 191 с.
4. Каюмов, Р. А. Расширенная задача идентификации механических характеристик материалов по результатам испытаний конструкций из них / Р. А. Каюмов // Известия РАН, Механика твердого тела. – 2004. – № 2.
5. Каюмов, Р. А. Связанная задача расчета механических характеристик материала и расчета конструкций из них / Р. А. Каюмов // Изв. РАН, Мех. тв. тела. – 1999. – № 6. – С. 118–127.
6. Малмейстер, А. К., Сопротивление полимерных и композитных материалов / А. К. Малмейстер, В. П. Тамуж, Г. А. Тетерс. – Рига: Зинатне, 1980. – 572 с.
7. Рикардс, Р. Идентификация механических свойств композитных материалов на основе планирования экспериментов / Р. Рикардс, А. Чате // Механика композитных материалов. – 1998. – Т. 34, № 1. – С. 3–16.
8. Тихонов, А. Н. Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. – М.: Наука, 1979. – 285 с.
9. Степнов, М. Н. Статистические методы обработки результатов механических испытаний: Справочник / М. Н. Степнов. – М.: Машиностроение, 1985. – 232 с.
10. Каюмов, Р. А. Идентификация жесткостных характеристик композита / Р. А. Каюмов [и др.] // Вестник технологического университета. – 2016. – Т. 19. – № 24.
11. Гроп, Д. Метод идентификации систем / Д. Гроп. – М.: Мир, 1979. – 240 с.
12. Каюмов, Р. А. Структура определяющих соотношений для армированных жесткими волокнами наследственно-упругих материалов / Р. А. Каюмов, И. Г. Терегулов // Прикладная механика и техническая физика. – 2005. – № 3. – С. 120–128.

13. Образцов, И. Ф. Нелинейные феноменологические модели деформирования волокнистых композитных материалов / И. Ф. Образцов, В. В. Васильев // Механика композитных материалов. – 1982. – № 3. – С. 390–393.

14. Каюмов, Р. А. Структура нелинейно-упругих соотношений для сильно анизотропного слоя нетонкой оболочки / Р. А. Каюмов // Механика композитных материалов. – 1999. – Т. 35, № 5. – С. 615–628.

15. Качанов, Л. М. О времени разрушения в условиях ползучести / Л. М. Качанов // Изв. АН СССР. Отд-ние техн. наук. – 1958. – № 8. – С. 26–31.

*Поступила: 30.01.2021*