

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТРИЦ И ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ В ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ИНЖЕНЕРА-СТРОИТЕЛЯ АВТОМОБИЛЬНЫХ ДОРОГ

*Батуро Максим Юрьевич, студент 1-го курса
кафедры «Математические методы в строительстве»
Белорусский национальный технический университет, г. Минск
(Научный руководитель – Забавская А.В., старший преподаватель)*

Деятельность инженера-строителя неразрывно связана с различными вычислениями и измерениями. Поэтому мы изучаем фундаментальную дисциплину в техническом вузе под названием математика. В этом докладе мы рассмотрим некоторые аспекты этой науки, а именно использование матриц и определителей при решении профессионально ориентированных задач.

Как известно, матрицей размера $m \times n$, где m -число строк, n -число столбцов, называется таблица чисел, расположенных в определенном порядке. Эти числа называются элементами матрицы. Место каждого элемента определяется номером строки и столбца, на пересечении которых он находится. Элементы матрицы обозначаются a_{ij} , где i - номер строки, а j - номер столбца.

В качестве примера использования матриц и определителей в деятельности инженера-строителя дорог мы рассмотрим задачу, при расчете которой мы будем использовать программу Microsoft Excel.

Задача. Производственное предприятие асфальтовых смесей выпускает три вида продукции P1, P2, P3, на производство которых затрачивают четыре вида сырья S1, S2, S3, S4. Определить план выпуска продукции, при котором расходуется полностью всё сырьё.

Нормы расхода сырья и его запасы представлены в таблице (Табл. 1).

Таблица 1 – Расходы и запасы сырья

Продукция Сырье	P1	P2	P3	Запасы сырья
S1	1	1	2	190
S2	2	0	2	180
S3	2	1	0	160
S4	1	2	2	250

Решение. Пусть три вида продукции выпускаются в количестве X_1, X_2, X_3 . Тогда по условию задачи мы представим следующую систему уравнений в среде Microsoft Excel (Рис. 1).

$1x_1 + 1x_2 + 2x_3 = 190$
$2x_1 + 2x_3 = 180$
$2x_1 + 1x_2 = 160$
$1x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 250$

Рисунок 1 – Система уравнений

Запишем расширенную матрицу и решим её (Рис. 2).

	A	B	C	D	E
12		1	1	2	190
13		2	0	2	180
14		2	1	0	160
15		1	2	2	250

Рисунок 2 – расширенная матрица

Приведём матрицу к ступенчатому виду. Найдем коэффициенты второй, третьей и четвертой строки. Для этого введём формулы в программу Excel: Например, для получения коэффициента 2-ой строки необходимо значение ячейки B13 разделить на значение ячейки B12 и ответ взять с противоположным знаком (Рис. 3 и 4).

коэффициент		
$k = -B13/B12$		-2
$k = -B14/B12$		-2
$k = -B15/B12$		-1

Рисунок 3 – Формулы

	A	B	C	D	E	F	G
12		1	1	2	190	коэффициент	
13		2	0	2	180	$k = -2$	
14		2	1	0	160	$k = -2$	
15		1	2	2	250	$k = -1$	

Рисунок 4 – Матрица

Затем подставляем коэффициенты в матрицу. Для этого введём формулы в программу Excel: Например, для подставления коэффициента в первый элемент второй строки необходимо элемент ячейки B12 умножить на элемент ячейки G13 (этот элемент нужно закрепить в формуле для этого на клавиатуре нужно нажать

F4) и прибавить элемент ячейки B13. После этого нужно растянуть эту формулу на всю матрицу кроме 1-ой строки. (Рис. 5).

	A	B	C	D	E
17		=B12	=C12	=D12	=E12
18		=B12*\$G\$13+B13	=C12*\$G\$13+C13	=D12*\$G\$13+D13	=E12*\$G\$13+E13
19		=B12*\$G\$14+B14	=C12*\$G\$14+C14	=D12*\$G\$14+D14	=E12*\$G\$14+E14
20		=B12*\$G\$15+B15	=C12*\$G\$15+C15	=D12*\$G\$15+D15	=E12*\$G\$15+E15

Рисунок 5 – Формулы

Получаем следующую матрицу. Находим коэффициенты для 3-ей и 4-ой строки, подставляем их в матрицу (Рис. 6, 7, 8 и 9).

	A	B	C	D	E
17		1	1	2	190
18		0	-2	-2	-200
19		0	-1	-4	-220
20		0	1	0	60

Рисунок 6 – Матрица

коэффициент		
	$k = -C19/C18$	-0,5
	$k = -C20/C18$	0,5

Рисунок 7 – Формулы

	A	B	C	D	E	F	G
17		1	1	2	190		
18		0	-2	-2	-200	коэффициент	
19		0	-1	-4	-220	$k = -0,5$	
20		0	1	0	60	$k = 0,5$	

Рисунок 8 – Матрица

	A	B	C	D	E
22		=B17	=C17	=D17	=E17
23		=B18	=C18	=D18	=E18
24		0	=C18*\$G\$19+C19	=D18*\$G\$19+D19	=E18*\$G\$19+E19
25		0	=C18*\$G\$20+C20	=D18*\$G\$20+D20	=E18*\$G\$20+E20

Рисунок 9 – Формулы

В полученной матрице находим коэффициент 3-ей строки и подставляем его (Рис. 10, 11, 12 и 13).

	A	B	C	D	E
22		1	1	2	190
23		0	-2	-2	-200
24		0	0	-3	-120
25		0	0	-1	-40

Рисунок 10 – Матрица

коэффициент		
	$k = -D25/D24$	-0,33333

Рисунок 11 – Формула

	A	B	C	D	E	F	G
22		1	1	2	190		
23		0	-2	-2	-200		
24		0	0	-3	-120	коэффициент	
25		0	0	-1	-40	$k = -0,33333$	

Рисунок 12 – Матрица

	A	B	C	D	E
27		=B22	=C22	=D22	=E22
28		=B23	=C23	=D23	=E23
29		=B24	=C24	=D24	=E24
30		0	0	=D24*\$G\$25+D25	=E24*\$G\$25+E25

Рисунок 13 – Формулы

В конечном результате получаем матрицу (Рис. 14 и 15).

	A	B	C	D	E
27		1	1	2	190
28		0	-2	-2	-200
29		0	0	-3	-120
30		0	0	0	0

Рисунок 14 – Матрица

	A	B	C	D	E
32		1	1	2	190
33		0	-2	-2	-200
34		0	0	-3	-120

Рисунок 15 – Матрица

Необходимо узнать, имеет ли система решение или нет. Для этого надо исследовать систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) на совместность. Система линейных алгебраических уравнений совместна тогда и только тогда, когда ранг матрицы системы равен рангу расширенной матрицы системы. В нашем случае $Rang(A) = Rang(A/B) = 3$ система совместна и имеет 1 решение. Теперь можно перейти к подсчету X (Рис 16).

$X_3 =$	$E34/D34$
$X_2 =$	$(E33-D33*C36)/C33$
$X_1 =$	$(E32-D32*C36-C32*C37)/B32$

Рисунок 16 – Формулы

Получаем окончательный результат (Рис. 17):

	A	B
36	$X_3 =$	40
37	$X_2 =$	60
38	$X_1 =$	50

Рисунок 17 – Результат

Таким образом, благодаря использованию системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) мы смогли рассчитать план выпуска продукции, при котором расходуется полностью всё сырьё. Как видим, математика очень эффективно решает большинство строительных задач, связанные с разметкой, обмером, расчетом затрат и т.д. Математика и строительство автомобильных дорог всегда будут рядом друг с другом ради прекрасной цели – создание современных, высокотехнологичных, долговечных дорожных покрытий.