

<https://doi.org/10.21122/1029-7448-2022-65-1-22-36>

УДК 621.313.8

Симметрично-резонансный механизм компенсации паразитных моментов генератора на постоянных магнитах при трогании и на холостом ходу

К. В. Доброго¹⁾

¹⁾Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2022
Belarusian National Technical University, 2022

Реферат. «Залипание» и вибрации статора генератора на постоянных магнитах приводят к его усиленному износу, шумности, снижению эффективности работы. В статье теоретически рассмотрена возможность устранения момента трогания и осцилляций момента вращения генератора на постоянных магнитах без нагрузки за счет взаимной компенсации взаимодействия катушек с полем постоянных магнитов при определенной симметрии этого поля. Данное явление названо пи-резонансом. Для заданного класса модельных потенциалов взаимодействия поля постоянных магнитов и катушек показано, что полная компенсация наступает при определенном числе катушек (N_s) и магнитов (N_r), в то время как для прочих комбинаций $\{N_s, N_r\}$ взаимодействие носит характер осцилляций. Приведены соответствующие таблицы для различных классов потенциалов, которые могут служить основой для принятия конструкторских решений при создании генераторов. Пи-резонанс реализуется с большей вероятностью для четного числа катушек статора и нечетного числа магнитов, а также при увеличении числа катушек статора. Рассмотрены случаи как одностороннего, так и двустороннего расположения статоров относительно ротора. Численным моделированием показано, что пи-резонанс легко разрушается, в случае если размещение магнитов или катушек выполнено неточно, а также при внесении асимметрии в потенциал магнитного поля. Погрешность в угловом расположении катушек в 1° может привести к появлению существенного «зацепления» ротора с энергией порядка энергии взаимодействия изолированной пары магнит – катушка. К аналогичному по масштабу результату приводит нарушение симметрии потенциала, соответствующее добавлению пилообразной функции амплитудой 10 % от амплитуды симметричного периодического потенциала. Найденные закономерности могут быть использованы при проектировании эффективных генераторов с низким уровнем шума и вибраций.

Ключевые слова: момент трогания, генератор, магнит, неравномерность момента, паразитные моменты

Для цитирования: Доброго, К. В. Симметрично-резонансный механизм компенсации паразитных моментов генератора на постоянных магнитах при трогании и на холостом ходу / К. В. Доброго // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. 2022. Т. 65, № 1. С. 22–36. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2022-65-1-22-36>

Адрес для переписки

Доброго Кирилл Викторович
Белорусский национальный технический университет
просп. Независимости, 65/2,
220013, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: +375 17 368-11-57
dobrego@vak.gov.by

Address for correspondence

Dobrego Kirill V.
Belarusian National Technical University
65/2, Nezavisimosty Ave.,
220013, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 368-11-57
dobrego@vak.gov.by

Symmetrical Resonance Mechanism of Elimination of Parasitic Torques of the Permanent Magnets Generator when Starting and Idling

K. V. Dobrego¹⁾

¹⁾Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. “Sticking” and vibrations of the stator of permanent magnet generators cause their increased wear, noise; also, their operation efficiency decreases. The article theoretically considers the possibility of eliminating the starting torque and oscillation of the rotation torque of the generator with permanent magnets without load due to mutual compensation of the interaction of coils with the field of permanent magnets at a certain symmetry of this field. The mentioned phenomenon is called pi-resonance. For the specified class of model interaction potentials of the field of permanent magnets and coils, it has been shown that full compensation occurs with a certain number of coils (N_s) and magnets (N_r), while for other combinations of $\{N_s, N_r\}$ the interaction is in the nature of oscillations. The corresponding tables for various classes of potentials are given which can serve as a basis for making design decisions when developing generators. Pi-resonance more probably takes place in the case of even number of stator coils and odd number of magnets, as well as with an increase in the number of stator coils. The cases of both one-sided and two-sided arrangement of the stator relative to the rotor are considered. Numerical modelling has shown that the pi-resonance is easily destroyed if the placement of magnets or coils is inaccurate, as well as by the magnet field potential symmetry breaking. An error in the angular arrangement of the coils of 1° can result in the appearance of a significant “cogging” of the rotor with energy of the order of the interaction energy of an isolated magnet – coil pair. A distortion of the symmetry of the potential yields a result similar in scale which is equivalent to the adding of a rump function with the amplitude of 10 % of the amplitude of the symmetric periodic potential. The patterns that have been discovered can be used in the design of efficient generators with reduced level of noise and vibration.

Keywords: starting torque, generator, magnet, torque ripple, parasitic torques

For citation: Dobrego K. V. (2022) Symmetrical Resonance Mechanism of Elimination of Parasitic Torques of the Permanent Magnets Generator when Starting and Idling. *Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc.* 65 (1), 22–36. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2022-65-1-22-36> (in Russian)

Введение

Ненулевой момент трогания генератора на постоянных магнитах от первичного движителя и осцилляции (подергивания) момента вращения при его работе – известные явления, обусловленные неравномерностью магнитного поля и силового взаимодействия магнитов с катушками индуктивности (сердечниками катушек), относимые к паразитным моментам [1]. С ними борются за счет различных конструктивных решений статора и ротора [2, 3], в том числе путем детального моделирования конструкций электрических машин с помощью современных компьютеров и программных средств [3–5]. Однако если ставить целью создание максимально простого, дешевого и эффективного генератора, целесообразно рассмотреть фундаментальные аспекты названных явлений.

Объектом исследования выбран синхронный электрогенератор небольшой мощности торцевой конфигурации с приводом от ветроколеса, ротором на постоянных магнитах и статором с отдельными (разнесенными)

катушками индуктивности. Для повышения индуктивности катушки могут снабжаться ферромагнитными сердечниками, взаимодействующими с постоянными магнитами ротора. Задача – свести к нулю паразитные моменты и тем самым качественно улучшить генератор. Такая же задача возникает и при нагружении генератора, когда к статическому добавляется динамический компонент взаимодействия и необходимо обеспечить плавный ход ротора при постоянном вращательном моменте на валу и стабильной нагрузке.

Проблема паразитных моментов и способов борьбы с ними хорошо известна и актуальна не только для генераторов, но и для электродвигателей [6]. Однако ввиду сложности устройства реальных электрических машин ее рассмотрение и решение в общем виде практически невозможно. В ряде источников, например в [1], обсуждается вопрос паразитных моментов, указывается на необходимость соблюдения определенных ограничений на отношение количества пазов ротора и статора асинхронной машины, связанных с резонансными явлениями. Такие рекомендации следуют из опыта, накопленного при проектировании электрических машин, и не охватывают многие общие и частные случаи.

Имеется большой массив патентов, предлагающих технические решения для уменьшения неравномерности момента вращения [7–9], а также исследований, посвященных моделированию работы моторов и генераторов, включая подергивания, неравномерности момента (*cogging*, *torque ripple*) в системе статор – ротор с постоянными магнитами [2–5]. В научных публикациях представлено, как правило, детальное 2–3-мерное моделирование электромагнитного поля, токов, сил и даже температур с помощью полного набора соответствующих уравнений электромагнитного поля, индукции, энергии и др. Такие модели используют для оптимизации геометрии магнитов и катушек, конструкции всей системы, подбора материалов. Это позволяет получить достаточно точную количественную информацию о работе электрической машины. Однако первостепенной представляется задача качественного анализа системы и базовых закономерностей возникновения осцилляции момента вращения. Подобных исследований в доступной современной литературе автором не обнаружено.

В статье используется эвристический метод исследования – на основе численных экспериментов с рядом модельных систем сделаны обобщающие выводы, имеющие практическое и теоретическое значение.

Методом численного анализа исследованы качественные закономерности силового взаимодействия постоянных магнитов ротора и ферромагнитных сердечников статора как системы. Взаимодействие описывается модельными периодическими потенциалами. Показано, что в рамках рассмотренных классов потенциалов силовое взаимодействие определяется числом сердечников и магнитов $\{N_s, N_r\}$ и может иметь вид периодической функции различной амплитуды либо обращаться в нуль. Эффект исчезновения (радикального уменьшения) вышеуказанных паразитных моментов при определенной конфигурации магнитно-механической системы статор – ротор назван π -резонансом, что подчеркивает циклический характер

потенциалов взаимодействия статора и ротора и определенную аналогию с волновыми резонансными явлениями. Построены соответствующие таблицы для различных классов потенциалов. Рассмотрено влияние погрешности расположения сердечников на плоскости статора, а также потери симметрии потенциала на разрушение пи-резонанса. Показано, что случайное отклонение сердечников от геометрически точной позиции быстро разрушает пи-резонанс, и при угловом разбросе положения порядка 1° амплитуда энергии сцепления может стать близкой к энергии взаимодействия отдельной пары магнит – сердечник. К аналогичному результату приводит нарушение симметрии магнитного поля.

Основная часть

Рассмотрим систему, представляющую собой соосные дискообразные статор и ротор. На статоре смонтированы плоские катушки с сердечниками из ферромагнитного материала, на роторе закреплены плоские магниты (рис. 1).

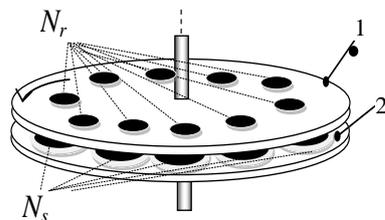


Рис. 1. Схема магнитно-механической системы статор – ротор:

1 – ротор с N_r вмонтированными постоянными магнитами;

2 – статор с N_s раздельными (разнесенными) катушками

Fig. 1. Chart of the magnetic-mechanical stator – rotor system:

1 – rotor with N_r incorporated permanent magnets; 2 – stator with N_s separated coils

Каждый сердечник находится в коллективном магнитном поле системы, конфигурация которого предполагается неизменной во времени, и при вращении ротора испытывает периодическое силовое взаимодействие (притяжение) с постоянными магнитами. Физическую картину можно описать при помощи периодического потенциала $U(\gamma)$, которым обладает каждый сердечник в магнитном поле системы. Термин «потенциал» используем в смысле потенциальной механической энергии взаимодействия как функции единственной степени свободы – угла поворота ротора γ . Сила взаимодействия направлена в сторону минимума потенциала и пропорциональна его градиенту. Абсолютное значение потенциала не важно для рассматриваемой задачи, а его геометрическая конфигурация соответствует особенностям анализируемой системы. Например, расширенная вершина и зауженное дно потенциала соответствуют ситуации узкого источника поля и широкого сердечника. Физически адекватными могут считаться достаточно гладкие периодические симметричные (в рамках одного периода) функции потенциала. В качестве модельных потенциалов выберем функцию синуса и ряд функций – производных от синуса, обладающих необходимыми качественными особенностями:

$$U(\gamma) = \sin \gamma; \quad (1)$$

$$U(\gamma) = |\sin \gamma|^{1/n} \operatorname{sign}(\sin \gamma); \quad (2)$$

$$U(\gamma) = |\sin \gamma|^n \operatorname{sign}(\sin \gamma); \quad (3)$$

$$U(\gamma) = [\sin(\gamma/2)]^{2n}, \quad (4)$$

где n – целое положительное число.

Аргумент функций (4) делится на два для согласования числа минимумов с числом магнитов N_r . Функции (2)–(4) при различных n могут рассматриваться как базис для аппроксимации более сложных функций потенциала. Функции (2), (3) имеют точечные устранимые разрывы первого рода при нулевом значении, однако это не существенно для численного моделирования. Функции типа (3) имеют шесть точек перегиба на периоде, что не характерно для рассматриваемой системы. Заметим, что данные функции представимы конечными рядами Фурье. Для наглядности потенциалы (1)–(4) (два периода) показаны на рис. 2.

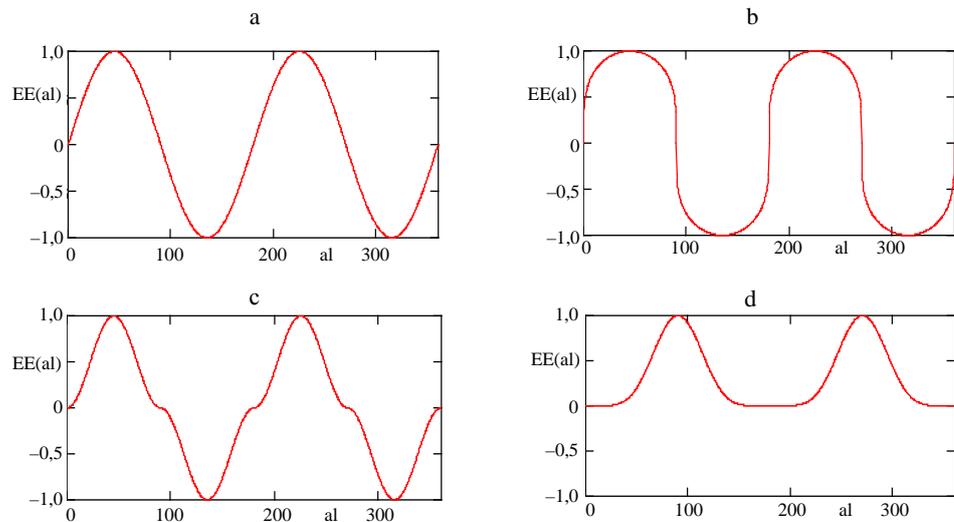


Рис. 2. Модельные периодические симметричные потенциалы:
а – синусоидальный (1); б – (2); с – (3); д – (4)

Fig. 2. Model functions of periodic symmetrical potentials:
а – sinusoidal (1); б – (2); с – (3); д – (4)

Исследуем качественные особенности взаимодействия статор – ротор для различных модельных потенциалов.

Предполагаем, что потенциальная энергия магнитного взаимодействия статора и ротора складывается из потенциалов каждого сердечника статора в указанном модельном периодическом поле ротора и может быть выражена суммой

При равном количестве магнитов и сердечников статор и ротор сильно взаимодействуют, «цепляются» друг за друга. Все комбинации $\{N_s, N_r\}$ регулярно расположенных магнитов и сердечников, лежащие ниже главной диагонали ($N_s > N_r$), обеспечивают пи-резонанс (табл. 1). Это возможно также в ряде случаев при $N_s < N_r$.

Исследуем потенциалы вида (2), образующие базис для аппроксимации некоторого класса функций (табл. 2). Серым цветом выделены ячейки $\{N_s, N_r\}$, соответствующие пи-резонансу, примыкающие к главной диагонали.

Таблица 2

Пи-резонансы системы статор – ротор для потенциала $U(\gamma) = |\sin\gamma|^{1/2} \text{sign}(\sin\gamma)$

Pi-resonances for the stator – rotor system for potential $U(\gamma) = |\sin\gamma|^{1/2} \text{sign}(\sin\gamma)$

N_s	N_r															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2	0	2	0	4	0	6	0	8	0	10	0	12	0	14	0	16
3	3	6	3	12	15	6	21	24	9	30	33	12	39	42	15	48
4	0	0	0	4	0	0	0	8	0	0	0	12	0	0	0	16
5	5	10	15	20	5	30	35	40	45	10	55	60	65	70	15	80
6	0	6	0	12	0	6	0	24	0	30	0	12	0	42	0	48
7	7	14	21	28	35	42	7	56	63	70	77	84	91	14	105	112
8	0	0	0	0	0	0	0	8	0	0	0	0	0	0	0	16
9	9	18	9	36	45	18	63	72	9	90	99	36	117	126	45	144
10	0	10	0	20	0	30	0	40	0	10	0	60	0	70	0	80
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	11	132	143	154	165	176
12	0	0	0	12	0	0	0	24	0	0	0	12	0	0	0	48
13	13	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156	13	182	195	208
14	0	14	0	28	0	42	0	56	0	70	0	84	0	14	0	112
15	15	30	15	60	15	30	105	120	45	30	165	60	195	210	15	240
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16

Видно, что таблица пи-резонансов для этой функции существенно отличается от таковой для функции синуса. У (2) количество комбинаций $\{N_s, N_r\}$, обеспечивающих пи-резонанс, существенно меньше, чем у (1).

Весьма интересным фактом является то, что таблица пи-резонансов не изменяется для всего класса модельных функций (2) независимо от n , в чем легко убедиться путем непосредственного расчета.

Таблица пи-резонансов для потенциала $U(\gamma) = |\sin\gamma|^2 \text{sign}(\sin\gamma)$ совпадает с таблицей для модельных функций (2), поэтому отдельно не приводится. При этом для функций вида (3) амплитуда энергии взаимодействия для нечетных значений N_s на порядок меньше. Таблицы для (3) с четными значениями $n > 2$ идентичны.

Для потенциалов вида (4) (зауженная вершина, расширенное дно) данные численного расчета представлены в табл. 3, 4.

Таблица пи-резонансов для потенциала $U(\gamma) = \sin^2(\gamma/2)$ полностью совпадает (по крайней мере, в рассмотренном диапазоне значений N_r, N_s) с табл. 1, поэтому отдельно не приводится.

С повышением степени при синусе потенциалов $U(\gamma) = [\sin(\gamma/2)]^{2n}$, уменьшается количество случаев, обеспечивающих пи-резонанс. Экстраполируя данный результат, можем заключить, что при дальнейшем увеличении степени при синусе точки, обеспечивающие пи-резонанс, будут сосредотачиваться вблизи главной диагонали.

Общие точки пи-резонанса

Построим таблицу пи-резонансов, общих для всех рассмотренных случаев (табл. 5). Для упрощения восприятия цифрами обозначены только ячейки, соответствующие пи-резонансу, и главная диагональ. Прочие ячейки оставлены пустыми и затемнены.

Таблица 5

**Общие пи-резонансы для потенциалов (1)–(4)
Common pi-resonances for potentials (1)–(4)**

N_s	N_r															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1															
2		2														
3			3													
4	0		0	4	0		0		0		0		0		0	
5					5											
6	0				0	6	0				0		0			
7							7									
8	0	0	0		0	0	0	8	0	0	0		0	0	0	
9									9							
10	0		0				0		0	10	0		0			
11											11					
12	0	0	0		0		0		0	0	0	12	0	0	0	
13													13			
14	0		0		0				0		0		0	14	0	
15															15	
16	0	0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	0	16

Учитывая проведенный анализ, можно заключить, что для реальной конструкции генератора наиболее благоприятная комбинация $\{N_s, N_r\}$ соответствует точкам пи-резонанса, общим для модельных потенциалов взаимодействия (табл. 5).

Взаимодействие ротора с двумя статорами. В случае если в системе имеются два статора, расположенных выше и ниже ротора, характер взаи-

модействия с каждым из них по отдельности остается тем же. В силу аддитивности и независимости потенциалов взаимодействия с каждым статором пи-резонанс не зависит от взаимного углового расположения статоров.

Однако если оба статора располагаются симметрично и образуют периодическую структуру с двойной частотой (при условии, что количество ферритовых сердечников одинаково на обоих статорах), то два статора взаимодействуют как единая система с удвоенным количеством ферритов. Например, для синусоидального потенциала при $N_r = 9$, $N_{s1} = 3$, $N_{s2} = 3$ (индексы 1, 2 соответствуют верхнему и нижнему статорам) система закономерно дает синусоидальный потенциал с девятью максимумами, поскольку ротор взаимодействует независимо с обоими статорами. Но если сдвиг угла расположения обоих статоров составит $\beta = 60^\circ$, произойдет полная компенсация магнитного трения (табл. 6).

Таблица 6

**Приближение к пи-резонансу при относительном повороте
нижнего и верхнего статоров**

Approach to pi-resonance at rotation of the lower stator relatively to the upper one

Угол взаимного расположения статоров β , град.	30	40	50	55	56	57	58	59	59,5	59,8	59,9	59,99
Энергия взаимодействия статора и ротора $E(\gamma)$	4,10	6,00	4,20	2,30	2,00	1,50	1,00	0,50	0,25	0,10	0,05	0,005

Таким образом, имеет место линейное приближение (по отклонению угла) к полной компенсации магнитного взаимодействия. Интересно, что пи-резонанс в рассмотренном случае реализуется не только при симметричном равноудаленном расположении статоров, но и при угле взаимного расположения $\beta = 20^\circ$, что свидетельствует о скрытой симметрии в системе. При этом идентичность взаимодействия ротора с нижним и верхним статорами технически труднодостижима ввиду вероятной асимметрии верх – низ в системе, связанной с конструкцией генератора, различием зазоров и прочими причинами.

Влияние погрешности расположения ферритовых сердечников.

Важное теоретическое и практическое значение имеет влияние геометрической неточности размещения катушек, сердечника и магнитов на пи-резонанс. Действительно, механическая обработка деталей генератора, изготовление катушек и последующее их крепление не могут производиться идеально точно. Соответствующие эффекты необходимо оценивать при выборе технологии изготовления деталей.

Смоделируем эффект геометрической погрешности расположения ферромагнитных сердечников внесением случайной погрешности с заданной амплитудой в угол расположения сердечника. Для этого модифицируем формулу (5):

$$E(\gamma) = \sum_{n=1}^{N_s} U \left[\frac{2\pi N_r}{360} \left(\frac{360}{N_s} n + \gamma + RND(x) \right) \right], \quad (6)$$

где $RND(x)$ – случайная величина в пределах $(0, x)$ угловых градусов, имитирующая отклонение расположения сердечника на величину $\pm x/2$.

Расчет показывает, что при внесении возмущения пи-резонанс нарушается, $E(\gamma)$ перестает быть константой и принимает характер несимметричной квазипериодической функции. Количественно оценить отклонение полученной функции от константы можно рассчитав ее амплитуду:

$$\text{Amp}(E) = \max(E(\gamma)) - \min(E(\gamma)). \quad (7)$$

Для каждого значения x генерировался набор погрешностей $RND(x)$, используемый для последующих расчетов результирующего потенциала взаимодействия $E(\gamma)$ и $\text{Amp}(E)$. Ниже представлены зависимости $\text{Amp}(E)$ от величины погрешности расположения сердечников x для разных пар $\{N_s, N_r\}$ и фиксированного модельного потенциала $U(\gamma) = |\sin \gamma|^{1/2} \times \text{sign}(\sin \gamma)$ (рис. 3), а также для фиксированной пары $\{N_s, N_r\}$ и различных модельных потенциалов (рис. 4).

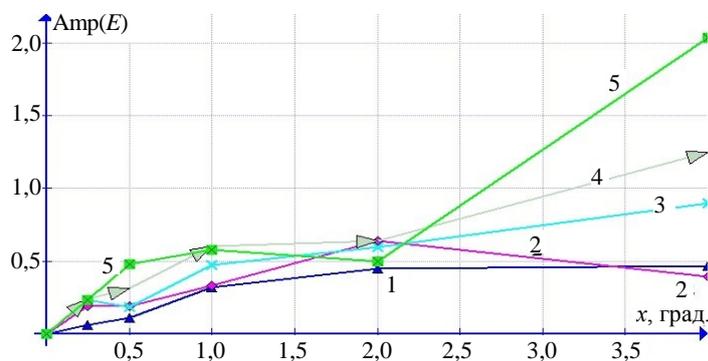


Рис. 3. Зависимость амплитуды потенциала взаимодействия статора и ротора от погрешности расположения сердечника катушки индуктивности

для $U(\gamma) = |\sin \gamma|^{1/2} \text{sign}(\sin \gamma)$:

1 – $\{N_s, N_r\} = \{4, 5\}$; 2 – $\{6, 7\}$; 3 – $\{8, 9\}$; 4 – $\{10, 11\}$; 5 – $\{12, 13\}$

Fig. 3. Dependence of the amplitude of the interaction potential of the stator and rotor on angular inaccuracy of location of the inductor core

for $U(\gamma) = |\sin \gamma|^{1/2} \text{sign}(\sin \gamma)$:

1 – $\{N_s, N_r\} = \{4, 5\}$; 2 – $\{6, 7\}$; 3 – $\{8, 9\}$; 4 – $\{10, 11\}$; 5 – $\{12, 13\}$

Как видим, представленные зависимости имеют отчасти нерегулярный характер, что объясняется случайностью внесенных погрешностей. Картина осцилляций момента сцепления может быть бесконечно разнообразной в зависимости от конкретных погрешностей расположения сердечников,

магнитов и их количества. От случайного набора поправок в (6) зависит и амплитуда результирующей функции взаимодействия.

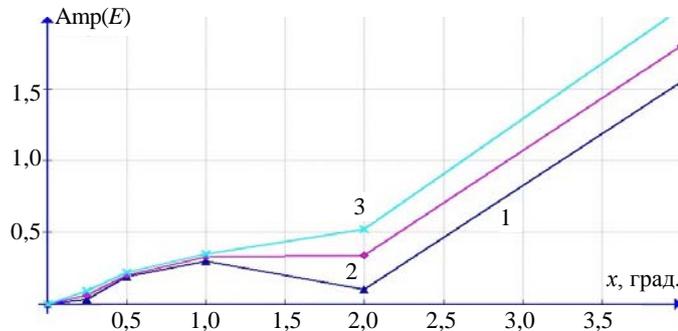


Рис. 4. Зависимость амплитуды потенциала взаимодействия статора и ротора от погрешности расположения сердечника катушки индуктивности при $\{N_s, N_r\} = \{12, 13\}$:

$$1 - U(\gamma) = \sin^2(\gamma/2); 2 - U(\gamma) = \sin^4(\gamma/2); 3 - U(\gamma) = \sin^6(\gamma/2)$$

Fig. 4. Dependence of the amplitude of the interaction potential of the stator and rotor on angular inaccuracy of location of the inductor core for $\{N_s, N_r\} = \{12, 13\}$:

$$1 - U(\gamma) = \sin^2(\gamma/2); 2 - U(\gamma) = \sin^4(\gamma/2); 3 - U(\gamma) = \sin^6(\gamma/2)$$

На рис. 5 представлены два случайных варианта функции суммарного потенциала (демонстрировать большее количество не целесообразно). Следует отметить общую закономерность соответствующих потенциалов – наличие элемента упорядоченности – периодичности с количеством периодов, равным числу магнитов ротора (рис. 5), и быструю отстройку системы от пи-резонанса (рис. 3, 4). В целом можно констатировать, что при характерной погрешности расположения сердечников в 1 угловой градус амплитуда осцилляций составляет порядка $\frac{1}{2}$ величины энергии взаимодействия пары магнит – сердечник.

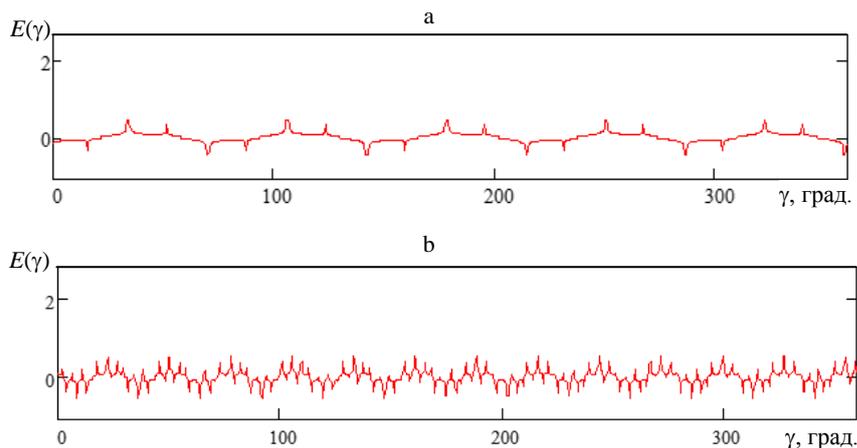


Рис. 5. Варианты потенциала взаимодействия статор – ротор (6) при:
а – $x = 2^\circ$, $\{N_s, N_r\} = \{4, 5\}$; б – $x = 1^\circ$, $\{N_s, N_r\} = \{12, 13\}$

Fig. 5. Variants of the potentials of stator – rotor interaction (6) when:
а – $x = 2^\circ$, $\{N_s, N_r\} = \{4, 5\}$; б – $x = 1^\circ$, $\{N_s, N_r\} = \{12, 13\}$

Нарушение пи-резонанса при потере симметрии потенциала взаимодействия. Исследование вопроса о том, какими свойствами должен обладать потенциал взаимодействия для обеспечения пи-резонанса в общем случае, выходит за рамки данной статьи. Однако можно утверждать, что он должен быть периодическим в цикле (иметь осевую симметрию N_r -го порядка), а также зеркально симметричным относительно максимума (минимума) на одном периоде. Проиллюстрируем последнее утверждение. Возьмем в качестве функции, нарушающей зеркальную симметрию потенциалов на одном периоде, пилообразную кривую $Pila(\gamma)$ с длиной «зуба», равной половине периода $U(\gamma)$, и амплитудой d и модифицируем (5)

$$E(\gamma) = \sum_{n=1}^{N_s} \left\{ U \left[\frac{2\pi N_r}{360} \left(\frac{360}{N_s} n + \gamma \right) \right] + d Pila \left[\frac{\pi N_r}{360} \left(\frac{360}{N_s} n + \gamma \right) \right] \right\}. \quad (8)$$

Построим величину амплитуды энергии взаимодействия статора и ротора в случае нарушения симметрии как функцию от параметра d , согласно (8), для $U(\gamma) = |\sin \gamma|^{1/2} \text{sign}(\sin \gamma)$ (рис. 6).

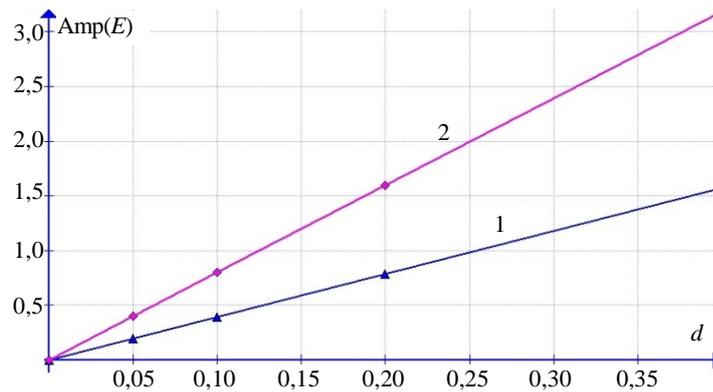


Рис. 6. Амплитуда потенциала взаимодействия статора и ротора при нарушении симметрии согласно (8): 1 – $\{N_s, N_r\} = \{4, 5\}$; 2 – $\{12, 14\}$

Fig. 6. The amplitude of the interaction potential of the stator and rotor in case of symmetry breaking according to (8): 1 – $\{N_s, N_r\} = \{4, 5\}$; 2 – $\{12, 14\}$

Как видим, энергия взаимодействия линейно возрастает от нулевого значения, что вполне очевидно, учитывая (8). Эффект усиливается с увеличением количества магнитов ротора. При относительной амплитуде возмущающей добавки $d \sim 0,1$ энергия взаимодействия статор – ротор близка к энергии взаимодействия отдельной пары магнит – сердечник.

ВЫВОДЫ

1. Методом численного анализа исследованы качественные закономерности коллективного взаимодействия постоянных магнитов ротора и ферромагнитных сердечников (катушек) статора генератора. В рамках обозна-

ченного класса модельных периодических потенциалов взаимодействия постоянных магнитов и катушек показано, что характер силового взаимодействия определяется числом сердечников и магнитов $\{N_s, N_r\}$ и может иметь вид периодической функции различной амплитуды либо обращаться в нуль. Эффект исчезновения (радикального уменьшения) магнитного сцепления при определенной конфигурации магнитно-механической системы статор – ротор назван пи-резонансом, что подчеркивает циклический характер потенциалов взаимодействия постоянных магнитов и катушек и определенную аналогию с волновыми резонансными явлениями. Построены таблицы для различных классов потенциалов, которые могут служить основой для принятия конструкторских решений при создании генераторов.

2. Показано, что случайное отклонение положений сердечников от геометрически точной позиции быстро разрушает пи-резонанс. При погрешности в угловом положении порядка 1° амплитуда энергии сцепления статора – ротора может быть близкой к энергии взаимодействия отдельной пары магнит – сердечник. К аналогичному по масштабу результату приводит нарушение симметрии потенциала, соответствующее добавлению пилообразной функции амплитудой 10 % от амплитуды симметричного периодического потенциала.

3. В системе, включающей два статора, расположенных по обе стороны от ротора, возможно возникновение скрытой симметрии, проявляющейся в пи-резонансе при сдвиге статоров друг относительно друга на угол $180/N_r$.

4. Реализованный в работе метод численного исследования электромеханической системы нагляден и позволяет анализировать не только вопрос уменьшения паразитных моментов при трогании генератора и его вращении без нагрузки, но и (при некотором обобщении) динамику взаимодействия статора и ротора при работе под нагрузкой.

5. Некоторые результаты исследования представляются нетривиальными, например факт реализации пи-резонанса для широкого класса периодических потенциалов. В связи с этим представляет интерес определение общих свойств потенциалов взаимодействия, необходимых и достаточных для возникновения пи-резонанса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Костенко, М. П. Электрические машины: в 2 ч. / М. П. Костенко, Л. М. Пиотровский. М.: Энергия. 1973. Ч. 2. 648 с.
2. Ghasemi, A. Cogging Torque Reduction and Optimization in Surface-mounted Permanent Magnet Motor Using Magnet Segmentation Method / A. Ghasemi // Electric Power Components and Systems. 2014. Vol. 42, Iss. 12. P. 1239–1248. <https://doi.org/10.1080/15325008.2014.893548>.

3. Keyhani, A. Study of Cogging Torque in Permanent Magnet Machines / A. Keyhani [et al.] // *Electric Machines & Power Systems*. 1999. Vol. 27, Iss. 7. P. 665–678. <https://doi.org/10.1080/073135699268939>.
4. Macek-Kamińska, Kr. The Use of Modern Tools in Simulation of Electromechanical Systems / Kr. Macek-Kamińska, M. Kamiński // *Przegląd Elektrotechniczny*. 2009. Vol. 3. P. 92–95.
5. Platt, D. Torque Calculation of Machines with Permanent Magnet Materials / D. Platt, S. Geetha // *Electric Machines & Power Systems*. 1996. Vol. 24, Iss. 4. P. 393–415. <https://doi.org/10.1080/07313569608955682>.
6. Фираго, Б. И. Исследование переходных процессов электропривода с синхронным двигателем с постоянными магнитами при линейном изменении частоты питающего напряжения / Б. И. Фираго, С. В. Александровский // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. Т. 63, № 3. С. 197–211. <https://doi.org/10.21122/1029-448-2020-63-3-197-211>.
7. Магнитоэлектрический генератор: пат. WO2014074009A1 / С. М. Есаков, М. С. Есаков, А. Ю. Велико-Иваненко. Оpubл. 15.05.2014.
8. Motor/Generator to Reduce Cogging Torque: Patent US7595575B2 / Yu. Kaneko, H. Nakayama. Publ. date 29.09.2009.
9. Two-Phase Permanent-Magnet Electric Rotating Machine: Patent US6172438B1 / Masafumi Sakamoto. Publ. date 09.01.2001.

Поступила 03.09.2021 Подписана в печать 09.11.2021 Опубликована онлайн 31.01.2022

REFERENCES

1. Kostenko M. P., Piotrovskii L. M. (1973) *Electrical Machinery. Part 2*. Moscow, Energiya Publ. 648 (in Russian).
2. Ghasemi A. (2014) Cogging Torque Reduction and Optimization in Surface-Mounted Permanent Magnet Motor Using Magnet Segmentation Method. *Electric Power Components and Systems*, 42 (12), 1239–1248. <https://doi.org/10.1080/15325008.2014.893548>.
3. Keyhani A., Studer C. B., Sebastian T., Murthy S. K. (1999) Study of Cogging Torque in Permanent Magnet Machines. *Electric Machines & Power Systems*, 27 (7), 665–678. <https://doi.org/10.1080/073135699268939>.
4. Macek-Kamińska K., Kamiński M. (2009) The Use of Modern Tools in Simulation of Electromechanical Systems. *Przegląd Elektrotechniczny*, (3), 92–95.
5. Platt D., Geetha S. (1996) Torque Calculation of Machines with Permanent Magnet Materials. *Electric Machines & Power Systems*, 24 (4), 393–415. <https://doi.org/10.1080/07313569608955682>.
6. Firago B. I., Aleksandrovsky S. V. (2020) Investigation of Transients of the Electrical Drive with a Permanent Magnet Synchronous Motor under a Ramp of Supply Voltage Frequency. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 63 (3), 197–211. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-3-197-211> (in Russian).
7. Esakov S. M., Esakov M. S., Veliko-Ivanenko A. Y. (2014) *Magneto-Electrical Generator: Patent WO2014074009A1* (in Russian).
8. Kaneko Yu., Nakayama H. (2005) Motor/Generator to Reduce Cogging Torque: Patent US7595575B2.
9. Sakamoto M. (2001) *Two-phase Permanent-Magnet Electric Rotating Machine: Patent US6172438B1*.

Received: 3 September 2021 Accepted: 9 November 2021 Published online: 31 January 2022