

5. Грунты. Методы лабораторного определения физических характеристик: ГОСТ 5180–84. – Введ. 24.10.1984. – Москва: Государственный комитет СССР по делам строительства, 1985 – 26 с.

6. EN ISO 17892–4 Geotechnical investigation and testing – Laboratory testing of soil – Part 4: Determination of particle size distribution.

УДК 624.072

## **АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ГЛУБИНЫ СЖИМАЕМОГО СЛОЯ УПРУГОГО ОСНОВАНИЯ НА ПАРАМЕТРЫ НДС БЕСКОНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ ПЕРЕКРЕСТНЫХ ЛЕНТ**

*КОЗУНОВА О. В., СИРОШ К. А.*

Белорусский государственный университет транспорта  
Гомель, Беларусь

**Аннотация.** В данной работе авторы рассматривают влияние глубины сжимаемого слоя упругого основания на параметры НДС бесконечной системы перекрестных лент. В виде системы перекрестных лент на упругом основании чаще всего представляют расчетные схемы фундаментов под здания. Способом расчета предложен вариационно-разностный метод. Вариационно-разностный метод является одним из приближенных способов расчета строительных конструкций и основан на минимуме полной потенциальной энергии системы и приближен к реальным условиям. В качестве упругого основания принято однослойное основание. Численная апробация результатов расчета осуществлена с использованием программного пакета МАТНЕМАТІСА.

**Ключевые слова.** Бесконечная система перекрестных лент, упругое основание, сжимаемый слой, вариационно-разностный метод.

**Основная часть.** Задачи инженерной практики приводят к необходимости решения контактных задач. Ранее решения контактных задач для изгибаемых конструкций на упругом слое рассматривались в работах [1–5].

При расчете системы перекрестных лент на упругом основании принимается, что система перекрестных лент представляет совокупность жестко соединенных между собой стержней, находящихся

на упругом основании, оси которых расположены в одной плоскости, совпадающей с одной из главных осей инерции [3,4,6].

При расчете принимаем, что реактивные касательные давления в контактной зоне лент не учитываются; распределение нормальных реактивных давлений по ширине каждой ленты считается постоянным [7]; на контакте системы перекрестных лент с упругим основанием могут возникать как сжимающие, так и растягивающие реактивные давления. Внешняя нагрузка действует перпендикулярно плоскости осей системы перекрестных лент [3,4,6].

**Постановка задачи.** Рассматривается бесконечная система перекрестных лент постоянной изгибной жесткости  $EJ_x$ ,  $EJ_y$ , лежащей на упругом основании под действием сосредоточенной силы  $P$  (рис. 1). Размеры лент приняты равными  $l_x = l_y$ . Поперечные сечения лент принимаются постоянными.

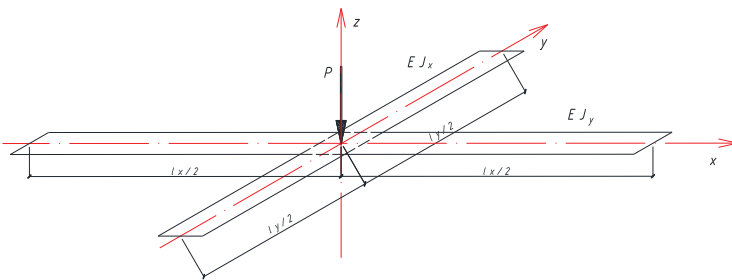


Рис. 1. Бесконечная система перекрестных лент на упругом основании

**Граничные условия задачи.** На границах принятой расчетной области перемещения  $u = 0$ ,  $v = 0$ . В контактной зоне справедливо равенство осадок основания прогибам плиты.

**Алгоритм расчета.** При расчете упругая среда заменяется расчетной областью (рис. 2).

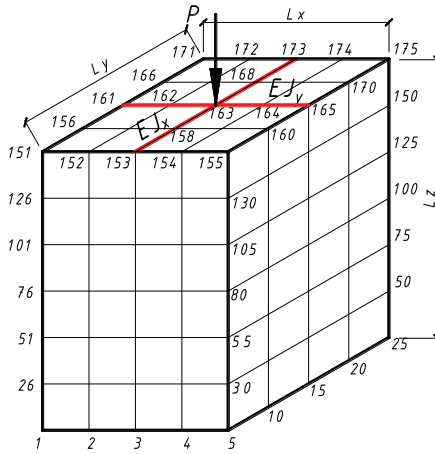


Рис. 2. Расчетная область для решения пространственной задачи

Основание аппроксимируется симметричной объемной разбивочной сеткой с постоянным шагом по осям:  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ . В результате получено 96 ячеек и 175 узловых точек.

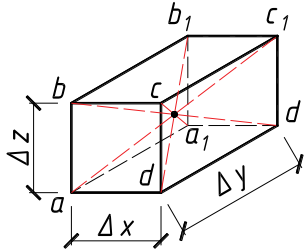


Рис. 3. Кубическая ячейка расчетной области

Решение задачи строится в перемещениях. При решении поставленной задачи энергия деформации подсчитывается для каждой ячейки, а затем суммируется по объему упругого основания. При этом система дифференциальных уравнений после замены интегро-дифференциальных выражений функционалов энергий конечно-разностными аппроксимациями преобразуется в систему линейных алгебраических уравнений, решение которой позволяет найти неизвестные компоненты вектора перемещений  $u_i(x)$ ,  $v_i(y)$ ,  $w_i(z)$ .

Последовательность этапов расчета дает алгоритм расчета системы перекрестных балок методом Ритца [2].

Функционал энергии деформаций упругого основания получен через известные зависимости плоской задачи теории упругости: соотношения Коши и обобщенный закон Гука.

Функционал энергии деформаций упругого основания в единице объема [8]:

$$U_f = \frac{Ev}{2(1+\nu)(1-2\nu)} (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z)^2 + \frac{E}{2(1+\nu)} (\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2) + \frac{E}{4(1+\nu)} (\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{xz}^2), \quad (1)$$

где  $E$ ,  $\nu$  – упругие постоянные упругого основания.

Обозначив элемент объема через  $dv$ , полная энергия деформации упругого основания имеет вид

$$U = \int \int \int U_f dx dy dz = \int U_f dv. \quad (2)$$

Энергия изгиба определяется по формуле

$$\Omega = \Omega_x + \Omega_y = \frac{EJ_x}{2} \int_{-l_x}^{l_x} \left( \frac{d^2 z}{dx^2} \right)^2 dx + \frac{EJ_y}{2} \int_{-l_y}^{l_y} \left( \frac{d^2 z}{dy^2} \right)^2 dy, \quad (3)$$

где  $EJ_x$ ,  $EJ_y$  – изгибная жесткость лент.

Энергию деформаций конструкции обычно отождествляют с энергией изгиба конструкции, пренебрегая деформациями сдвига [1]. Это вполне оправдано для бесконечной системы перекрестных лент.

Потенциал внешней нагрузки определяется из формулы

$$\Pi = - \left( \int_{-l_x}^{l_x} q(x) z(x) dx + \int_{-l_y}^{l_y} q(y) z(y) dy \right). \quad (4)$$

Функционал полной энергии имеет вид

$$\mathcal{E} = U + \Omega + \Pi. \quad (5)$$

Неизвестные перемещения  $u_i(x)$ ,  $v_i(y)$ ,  $w_i(z)$  можно найти из условия обращения в нуль производных от полной энергии по каждому из перемещений, так как в состоянии статического равновесия функционал полной энергии  $\mathcal{E}$  должен иметь минимум, то есть

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial v_i} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial u_i} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial w_i} = 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, N, \quad (6)$$

где  $N$  – число узловых точек основания.

Численная апробация результатов расчета для упругого основания осуществляется с использованием программного пакета компьютерной алгебры МАТНЕМАТИСА.

Для численного нахождения решения приняты следующие исходные данные:  $L_x = L_y = 4$  м,  $L_x = 6$  м,  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 1$  м,  $EJ_x = 2000$  кНм<sup>2</sup>,  $EJ_y = 2000$  кНм<sup>2</sup>,  $E = 3,06 \cdot 10^{10}$  МПа;  $\nu = 1/6$ ,  $P = 2000$  кН.

Собственным весом системы при вычислениях пренебрегаем. В контактной зоне не учитываем касательные напряжения.

Таблица 1

Результаты расчета

Лента в направлении оси $x$		Лента в направлении оси $y$	
Узловые точки	Перемещения, м	Узловые точки	Перемещения, м
161	0,00817288	153	0,00830667
162	-0,00821776	158	-0,008319
163	0,00853978	163	0,00853978
164	-0,00821776	168	-0,00814387
165	0,00817288	173	0,00804569

На рисунке 4 приведены графики перемещений перекрестных лент в двух вертикальных сечениях: в направлении оси  $x$  по узловым точкам 161, 162, 163, 164, 165, в направлении оси  $y$  по узловым точкам 153, 158, 163, 168, 173.

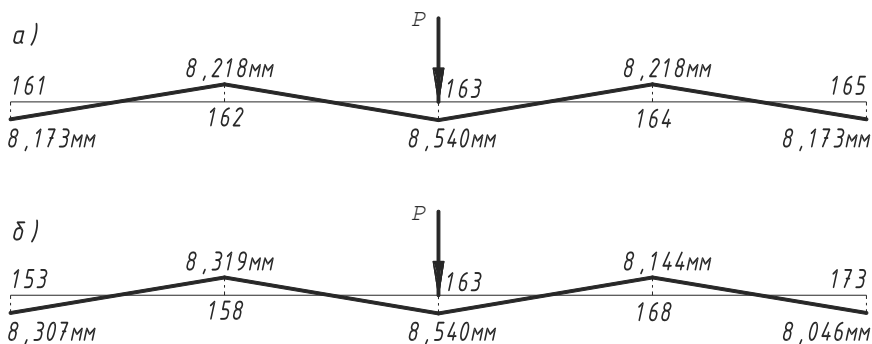


Рис. 4. График перемещений перекрестных лент под сосредоточенной нагрузкой  $P$ :  
 $a$  – лента в направлении оси  $x$ ,  $b$  – лента в направлении оси  $y$

**Заключение.** В рассматриваемой работе авторами предложено вариационно-разностным методом исследовать параметры напряженно-деформированного состояния ленточных фундаментов на упругом основании, как бесконечной системы перекрестных лент, расположенных на упругом полупространстве с ограничением глубины сжимаемой толщи. Построен алгоритм упругого расчета, составлена программа с использованием компьютерного пакета МАТНЕМАТИСА и проведена ее апробация.

В результате проведенных исследований замечено, при граничных условиях, принятых в поставленной задаче, ленты изгибаются волнообразно, что недопустимо в натуральных условиях и требует уточнения глубина сжимаемой толщи упругого основания.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Босаков, С. В. Вариационно-разностный подход в решении контактной задачи для нелинейно упругого неоднородного основания. Плоская деформация. Теория расчета : Часть 1 / С. В. Босаков, О. В. Козунова // Вестник БНТУ. – 2009. – № 1. – С. 5–13.
2. Босаков, С. В. Метод Ритца в контактных задачах теории упругости: монография / С. В. Босаков. – Брест : БрГТУ, 2006. – 107 с.
3. Босаков, С. В. Расчет железобетонных пространственных фундаментов, как системы перекрестных балок, на упругом основании с учетом ползучести бетона / С. В. Босаков,

С. Д. Семенюк // Вестник БГТУ. – (Строительство и архитектура). – 2001. – № 1. – С. 13–16.

4. Босаков, С. В. Расчет системы перекрестных балок на двухслойном основании / С. В. Босаков, Я. Д. Семенюк // Вестник БПУ. – Строительство и архитектура. – 2000. – № 1. – С. 14–16.

5. Босаков, С. В. Статические расчеты плит на упругом основании / С. В. Босаков. – Минск: БНТУ, 2002. – 127 с.

6. Семенюк, С. Д. Железобетонные и пространственные фундаменты жилых и гражданских зданий на неравномерно деформированном основании / С. Д. Семенюк. – Могилев : Белорусско-Российский университет, 2003. – 269 с.

7. Горбунов-Посадов, М. И. Расчет конструкций на упругом основании / М. И. Горбунов-Посадов, Т. А. Маликова, В. И. Соломин. – М. : Стройиздат, 1984. – 639 с.

8. Тимошенко, С. П. Теория упругости / С. П. Тимошенко, Дж. Гульдер. – М. : Наука, 1974. – 560 с.

9. Александров, А. В. Основы теории упругости и пластичности / А. В. Александров, В. Д. Потапов. – М. : Высшая школа, 1990. – 400 с.