УДК 621.311

АНАЛИЗ СТАТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ С ГЕНЕРАТОРАМИ БЕЗ АРВ ПО КОРНЯМ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

ANALYSIS OF THE STATIC STABILITY OF THE SYSTEM WITH GENERATORS WITHOUT ARV ON THE ROOTS OF THE CHARACTERISTIC EQUATION

А.Н. Мешкова
Научный руководитель – А.А. Волков, старший преподаватель
Белорусский национальный технический университет, г. Минск
A.Meshkova
Supervisor – A. Volkau, Senior Lecturer
Belarusian National Technical University, Minsk

Аннотация: *проведены расчеты и анализ статической устойчивости электроэнергетической системы с генераторами без АРВ по корням характеристического уравнения при разных коэффициентах демпфирования* $k_Д$ *и углах* δ.

Abstract: *calculations and analysis of the static stability of an electric power system with generators without ARV are carried out on the basis of the roots of the characteristic equation at different damping coefficients* k_d *and angles* δ.

Ключевые слова: *статическая устойчивость, анализ системы, характеристическое уравнение.*

Keywords: *static stability, system analysis, characteristic equation.*

Введение

Под устойчивостью системы понимают ее свойство возвращаться в исходное состояние равновесия при снятии возмущения, которое повлекло к нарушению этого состояния [1].

Известны следующие способы анализа устойчивости:

- по корням характеристического уравнения;
- по критериям устойчивости.

При анализе по корням характеристического уравнения пользуются методом малых возмущений. Суть этого метода заключается в анализе дифференциальных уравнений движения системы при незначительном изменении ее первоначального состояния и исследования, возникающих при этом, свободных колебаний мощности и скорости. В данном подходе не учитывается ни природа возмущающих воздействий, ни их величина, а анализ устойчивости сводится к выяснению характера изменения возмущений.

Основная часть

Движение системы после небольшого возмущения (свободное движение системы) описывается следующим выражением [2]:

$$\Delta y(t)=\sum_{i=1}^{m}C_i\cdot e^{\alpha_i\cdot t}+\sum_{i=m+1}^{m}C_i\cdot e^{\alpha_i\cdot t}\cdot\sin(\omega_i\cdot t+\varphi_i), \qquad (1)$$

где Δy – отклонение параметра режима от положения равновесия;

t – время;

C_i и α_i – константы.

В данном уравнении $C_i \cdot e^{\alpha_i \cdot t}$ – апериодическая составляющая, а $C_i \cdot e^{\alpha_i \cdot t} \cdot \sin(\omega_i \cdot t + \varphi_i)$ – колебательная.

Характер движения определяется знаками всех коэффициентов α_i: если все α_i меньше нуля, то величина Δy стремится к нулю при $t \to \infty$ – режим возвращается в равновесное состояние, а значит устойчив. Если хотя бы одно значение α_i больше нуля, то устойчивость нарушается.

Таким образом, при оценке устойчивости по корням характеристического уравнения достаточно определить знаки всех коэффициентов α_i в выражении, которое описывает изменение параметра режима после снятия возмущения.

При отсутствии на генераторе АРВ переходным процессам соответствует следующая система уравнений:

$$\tau_J \cdot \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_{\text{т}} - P_{\text{г}}, \qquad (2)$$

$$s = \frac{d\delta}{dt}, \qquad (3)$$

$$P_{\text{ас}} = k_{\text{д}} \cdot s, \qquad (4)$$

где τ_J – механическая постоянная инерции генератора с турбиной.

Переменными параметрами здесь являются угол δ, скольжение s и активная мощность генератора $P_{\text{г}}$. При возмущениях именно эти параметры отклоняются от своих первоначальных значений.

Проведем линеаризацию и исключим из уравнений все переменные, кроме угла δ, в результате чего получим дифференциальное уравнение, описывающее систему при малых возмущениях:

$$\tau_J \cdot \frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} + k_{\text{д}} \cdot \frac{d\Delta\delta}{dt} + P_{\max} \cdot \cos\delta_0 \cdot \Delta\delta = 0. \qquad (5)$$

Для решения этого уравнения применим операторный метод, по которому осуществим переход от дифференциального уравнения, содержащего производные переменной величины по времени, к эквивалентному уравнению в операторной форме. То есть заменим $\frac{d}{dt}$ на p, $\frac{d^2}{dt^2}$ на p^2 и т. д.

Получаем уравнение относительно p:

$$\tau_J \cdot p^2 + k_{\text{д}} \cdot p + P_{\max} \cdot \cos\delta_0 = 0. \qquad (6)$$

Это уравнение называют характеристическим. При более сложной системе дифференциальных уравнений повышается степень относительно p:

$$\alpha_0 \cdot p^n + \alpha_1 \cdot p^{n-1} + \alpha_2 \cdot p^{n-2} + \ldots + \alpha_{n-1} \cdot p^n + \alpha_n = 0. \tag{7}$$

В краткой записи:

$$D \cdot (p) = 0. \tag{8}$$

Искомые значения α_i определяются как действительные части корней p_j характеристического уравнения. Число корней равно порядку n характеристического уравнения [3]. Корни могут быть действительными $p = \alpha$, тогда каждому из них соответствует апериодическая составляющая, или комплексно-сопряжёнными $p = a + j \cdot \omega$ и $p = a - j \cdot \omega$, тогда каждой паре таких корней соответствует колебательная составляющая.

В нашем случае уравнение относительно p является квадратным и его корни имеют следующий вид:

$$p_{1,2} = \frac{-k_д \pm \sqrt{k_д^2 - 4 \cdot \tau_J \cdot P_{\max} \cdot \cos\delta_0}}{2 \cdot \tau_J}. \tag{9}$$

В зависимости от рассматриваемого режима, то есть значения $k_д$ и δ_0 возможны три случая:

- подкоренное выражение положительно, но меньше $k_д$ – оба корня действительны и отрицательны $\alpha_1 < 0$, $\alpha_2 < 0$, то есть система устойчива и возвращается к положению равновесия апериодически;
- подкоренное выражение отрицательно – корни комплексно-сопряженные, $\alpha < 0$, система устойчива, и возвращается к положению равновесия затухающими колебаниями;
- подкоренное выражение положительно и больше, чем $k_д^2$ – оба корня действительны и положительны $\alpha_1 > 0$, $\alpha_2 > 0$ – система неустойчива и отклонение угла нарастает апериодически, без колебаний.

Колебательной неустойчивости соответствует $k_д < 0$.

Проведем исследование влияния коэффициента демпфирования $k_д$ и угла δ_0 на устойчивость системы, описанной следующим характеристическим уравнением:

$$10 \cdot p^2 + k_д \cdot p + 1{,}419 \cdot \cos\delta_0 = 0. \tag{10}$$

Результаты расчетов коэффициентов характеристического уравнения при изменении угла δ_0 и коэффициента демпфирования $k_д$ сведены в таблицу 1.

Заключение

Устойчивость электроэнергетической системы можно оценить по значениям корней характеристического уравнения. Такой метод оценки устойчивости эффективен в системах, которые описываются дифференциальными уравнениями малых порядков. Для систем с дифференциальными уравнениями высоких порядков применяются критерии устойчивости.

Изменение коэффициента демпфирования $k_д$ и угла δ_0 приводит к изменению характера переходного процесса. При коэффициенте демпфирования $k_д = 0$ и угле δ_0 до 90 градусов колебания режимных параметров носят незатухающий характер. При коэффициенте демпфирования $k_д = 0$ и угле δ_0 свыше 90 система теряет устойчивость.

Таблица 1 – Значения коэффициентов характеристического уравнения

δ_0	$k_д$		
	0	**1**	**–1**
0	$p_1 = j \cdot 0{,}377$ $p_2 = -j \cdot 0{,}377$ Незатухающие колебания (система устойчива)	$p_1 = -0{,}05 + j \cdot 0{,}373$ $p_2 = -0{,}05 - j \cdot 0{,}373$ Затухающие асимптотические колебания (система устойчива)	$p_1 = 0{,}05 + j \cdot 0{,}373$ $p_2 = 0{,}05 - j \cdot 0{,}373$ Система неустойчива
40	$p_1 = j \cdot 0{,}33$ $p_2 = -j \cdot 0{,}33$ Незатухающие колебания (система устойчива)	$p_1 = -0{,}05 + j \cdot 0{,}326$ $p_2 = -0{,}05 - j \cdot 0{,}326$ Затухающие асимптотические колебания (система устойчива)	$p_1 = 0{,}05 + j \cdot 0{,}326$ $p_2 = 0{,}05 - j \cdot 0{,}326$ Система неустойчива
90	$p_1 = j \cdot 2{,}948 \cdot 10^{-9}$ $p_2 = -j \cdot 2{,}948 \cdot 10^{-9}$ Незатухающие колебания (система устойчива)	$p_1 = 0$ $p_2 = -0{,}1$ Граница устойчивости	$p_1 = 0{,}1$ $p_2 = 0$ Система неустойчива
100	$p_1 = 0{,}157$ $p_2 = -0{,}157$ Система неустойчива	$p_1 = 0{,}115$ $p_2 = -0{,}215$ Система неустойчива	$p_1 = 0{,}215$ $p_2 = -0{,}125$ Система неустойчива

При коэффициенте демпфирования $k_д = 1$ и угле δ_0 до 90 градусов колебания режимных параметров носят затухающий характер. При коэффициенте демпфирования $k_д = 1$ и угле δ_0 свыше 90 система становится неустойчивой. При коэффициенте демпфирования $k_д = -1$ система всегда неустойчива. Таким образом, демпфирование положительно влияет на устойчивость системы и превращает незатухающие колебания, возникающие при возмущениях в системе, в затухающие.

В случае, когда электропередача работает на большое активное сопротивление коэффициент демпфирования может принимать отрицательное значение, что негативно сказывается на устойчивости системы, так как любое малое возмущение такой системы вызывает нарушение ее статической устойчивости.

Литература

1. Калентионок, Е.В. Устойчивость электроэнергетических систем / Е. В. Калентионок. – Минск : Техноперспектива, 2008. – 376 с.

2. Гуревич, Ю.Е. Расчеты устойчивости и противоаварийной автоматики в энергосистемах / Ю. Е. Гуревич, Л. Е. Либова, А. А. Окин. – М. : Энергоатомиздат, 1990. – 390 с.

3. Веников, В.А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах: учебник для электроэнергетических специальностей вузов / В. А. Веников. – Изд. 4-е. – М. : Высш. шк., 1985. – 536 с.