

УДК 621.311.019.3

**ПРИМЕНЕНИЕ БАЙЕСОВСКОГО ПОДХОДА В УПРАВЛЕНИИ  
РИСКАМИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ  
APPLICATION OF THE BAYESIAN APPROACH IN RISK MANAGEMENT  
OF ENERGY SYSTEMS**

Д.Д. Боголюбский

Научный руководитель – Е.Н. Савкова, к.т.н., доцент  
Белорусский национальный технический университет, г. Минск

D. Bahaliubski

Supervisor – Y. Saukova, Candidate of Technical Sciences, Docent  
Belarusian national technical university, Minsk

*Аннотация:* В данной работе описывается возможность использования теоремы Байеса для оценки потенциальных угроз энергетической безопасности.

*Abstract:* This article describes the possibility of using Bayes' theorem to assess potential threats to energy security.

*Ключевые слова:* Теорема Байеса, энергетическая безопасность, диагностика.

*Keywords:* Bayes' theorem, energy security, diagnostics.

### Введение

Для оценки рисков, потенциальных угроз и прогнозирования вероятности их наступления в энергетических системах, по мнению авторов, возможно применение Байесовского метода, обобщенно приведенного в ГОСТ Р 58771-2019 в виде технологий оценки рисков «Байесовский анализ» и «Байесовские сети». Данные технологии основаны на комплексировании предварительных и эмпирических данных. Байесовский анализ основан на теореме, приписываемой преподобному Томасу Байесу (1760).

### Основная часть

В оригинальной теореме Байеса дается вероятностная основа для изменения одного мнения в свете новых доказательств. Она обычно выражается следующим образом [1]:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} \quad (1)$$

где  $P(A)$  - предварительная оценка вероятности события  $A$  (априорная вероятность);

$P(B)$  - предварительная оценка вероятности события  $B$  (априорная вероятность);

$P(A|B)$  - вероятность события  $A$  при условии, что произойдет событие  $B$  (апостериорная оценка);

$P(B|A)$  - вероятность события  $B$  при условии, что произойдет событие  $A$ .

В области измерений теорема применима для оценки рисков ложной браковки и ложной приемки. «Знания о величинах  $Y$  и  $Y_m$  выражены и представлены с помощью условных плотностей распределения вероятностей (PDF), вид которых зависит от имеющейся информации. PDF для  $Y$  и  $Y_m$  обозначаются с помощью символов  $g$  и  $h$  соответственно, с использованием

следующих обозначений. Эти PDF не являются независимыми, но связаны теоремой Байеса: наблюдаемая на выходе измерительной системы величина рассматривается как случайная величина  $Y_m$  с возможными значениями, обозначаемыми как  $\eta_m$ . Измерение  $Y$  приводит к конкретной реализации, измеренному значению величины  $\eta_m$ , и результирующая апостериорная (имеющаяся после измерения) PDF для  $Y$  с учетом новой информации записывается как» [2]:

$$g(\eta_m) = C g_0(\eta) h(\eta_m | \eta), \quad (2)$$

где  $g$  – условная PDF для  $Y$ ;

$\eta$  – возможные значения  $Y$ ;

$\eta_m$  – измеренное значение наблюдаемой случайной величины  $Y_m$ ;

$g_0$  – условная PDF, характеризующая знания об измеряемой величине  $Y$  перед выполнением измерения;

$h$  – PDF, характеризующая о  $Y_m$ , предполагающие в дополнении к информации также наличие заданного значения измеряемой величины, равно  $Y = \eta$ ;

$C$  – константа при заданном измеренном значении  $\eta_m$ , выбранная так, чтобы  $h(\eta_m | \eta)$  - PDF для возможных значений  $Y_m$  при заданном конкретном значении  $Y = \eta$  измеряемой величины [2]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(\eta | \eta_m) d\eta = 1 \quad (3)$$

В технической литературе встречаются примеры применения Байесовского подхода для анализа рисков энергетических систем. Например, в [3] рассматриваются технологические риски с применением теоремы Байеса следующим образом. «Пусть событие В – «электродвигатель не работает», а гипотеза А – «на электродвигатель не поступает питания». Очевидно, что вероятность  $P(A|B)$  того, что электродвигатель не заработает, если на него не поступает питание, равняется единице. Как следствие, апостериорная вероятность, что нет питания, если электродвигатель не работает, то есть  $P(B|A)$ , равна  $\frac{P(A)}{P(B)}$ , то есть отношению априорной вероятности, что нет питания, к вероятности, что электродвигатель не работает. Например, если априорная вероятность, что нет питания, равна 0,01, а вероятность, что электродвигатель не работает, равна 0,02, и случайно проверяемый электродвигатель не заработал, то вероятность, что на него не поступает питание, равна 0,5» [3].

Теорема Байеса может быть расширена, чтобы охватить несколько событий в конкретном выборочном пространстве. Например, предположим, что у нас есть некоторые данные А, которые мы хотим использовать для обновления нашего предыдущего понимания (или отсутствия) риска. Мы хотим использовать эти данные для оценки относительных качеств числа (N) несовместных гипотез, которые мы будем обозначать через  $B_n$  (где  $n = 1, 2 \dots, N$ ) [4]. Тогда теорему Байеса можно использовать для вычисления вероятности j-й гипотезы по формуле [4]:

$$P(B_i|A) = P(B_i) \left\{ \frac{P(B_i)}{\sum_{j=1}^n P(B_j)P(B_i)} \right\} \quad (4)$$

где  $j = 1, 2, \dots, n$

Формула показывает, что после учета новых данных обновленная вероятность гипотезы  $j$  [т. е.  $P(B_j|A)$ ] получается путем умножения его предыдущей вероятности  $P(B_j)$  на скобки [3].

Числитель этой дроби – вероятность получения этих данных, если  $j$ -я гипотеза истинна. Знаменатель выводится из «закона полной вероятности» – это вероятность получения данных  $A$ , если бы каждая гипотеза была верной.

Также в работе [4] приведен пример расчета риска в области надежности электротехнической продукции с применением формулы Байеса. «Известно, что 90% трансформаторов вырабатывают ресурс в исправном состоянии. Признак  $A$  – повышенный гул работы трансформатора – встречается у исправных трансформаторов в 5 % случаев. Необходимо определить вероятность исправного состояния трансформатора при появлении признака  $A$ . Примем, что  $B_1$  – исправное состояние, а  $B_2$  – неисправное. Положим, что известно:  $P(B_1)=0,9$ ;  $P(B_2)=1-P(B_1)=0,1$ ,  $P(A|B_1)=0,05$ ;  $P(A|B_2)=0,95$ . По формуле (1)» [4]:

$$P(A) = \frac{P(B_1)P(A|B_1)}{P(B_1)P(A|B_1)+P(B_2)P(A|B_2)} = \frac{0,9 \cdot 0,05}{0,9 \cdot 0,05 + 0,1 \cdot 0,95} = 0,32.$$

«Парадокс» и особенности применения теоремы Байеса.

При технической диагностике вероятность обнаружить неисправность  $N$  у прибора равна 0,95, вероятность принять исправный прибор за неисправный равна 0,05. Доля неисправных приборов по отношению ко всем приборам равна 0,01. Найти вероятность того, что прибор исправен, если он был признан неисправным при диагностике. В работе [3] рассмотрен следующий пример. Предположим, что:

$$\begin{aligned} P(B_1|B) &= 0,95 \\ P(B_1|A) &= 0,05, \\ P(B) &= 0,01, \\ P(A) &= 0,99. \end{aligned}$$

Вычислим сначала полную вероятность признания неисправности:  $0,99 \cdot 0,05 + 0,01 \cdot 0,95 = 0,059$ .

Вероятность «исправен» при диагнозе «неисправен»:

$$P(A|B_1) = \frac{0,99 \cdot 0,05}{0,99 \cdot 0,05 + 0,01 \cdot 0,95} = 0,839$$

Таким образом, 83,9% приборов, у которых техническая проверка показала результат «неисправен», на самом деле исправные приборы. Удивительный результат возникает по причине значительной разницы в долях неисправных и исправных. Неисправность  $N$  – редкое явление, поэтому и возникает такой парадокс Байеса. При возникновении такого результата лучше всего сделать повторную диагностику.

Однако в случаях, когда объем статистических данных позволяет применить метод Байеса, его целесообразно использовать как один из наиболее надёжных и

эффективных методов. Байесовский алгоритм принятия решения – это алгоритм, обеспечивающий минимум среднего риска [3]. Среди методов технической диагностики метод, основанный на обобщённой формуле Байеса, занимает особое место благодаря простоте и эффективности. Однако этот метод обладает одним существенным недостатком – «угнетение» редко встречающихся признаков, что недопустимо в случае мониторинга состояния опасных производственных объектов [4].

Согласно ГОСТ Р 58771-2019 Байесовский анализ является средством получения вывода из данных, как субъективных, так и эмпирических. Байесовские методы могут быть разработаны для обеспечения вывода параметров через модель риска, разработанную для конкретной области применения, например, вероятности события, скорости события или времени события. Байесовские методы могут быть использованы для предварительной оценки интересующего параметра, основанного на субъективных убеждениях. Априорное распределение вероятности обычно связано с субъективными данными, поскольку оно описывает состояние, в котором, как правило, отсутствуют объективные данные. Априорная оценка может быть построена с использованием только субъективных данных или с использованием соответствующих данных из подобных ситуаций. Априорная оценка может дать вероятностное предсказание вероятности события и быть полезной для оценки риска, для которого нет эмпирических данных.

Байесовская сеть.

Согласно ГОСТ Р 58771-2019 Байесовская сеть (сеть Байеса или BN) представляет собой графическую модель, узлы которой представляют случайные величины (дискретные и/или непрерывные). Узлы соединены направленными дугами, которые представляют прямые зависимости (которые часто являются причинными связями) между переменными. Узлы, указывающие на узел X, называются его родителями и обозначаются  $pa(X)$ . Связь между переменными количественно определяется условными распределениями вероятности, связанными с каждым узлом, обозначаемым  $P(X|pa[X])$ ; где состояние дочерних узлов зависит от комбинации значений родительских узлов. На рисунке 1 вероятности указаны точечными значениями [3, 4].



Рисунок 1 – Байесовская сеть доверия для угрозы низких темпов обновления электрогенерирующего оборудования

Постановка задач использования байесовских сетей в исследованиях проблем обеспечения энергетической безопасности.

Можно выделить две формы моделей угроз, которые различаются особенностями рассматриваемых угроз. Так, можно выделить угрозы, на которые напрямую повлиять нельзя (как правило, это природные факторы), но существует возможность реализовать набор мероприятий, которые позволяют воздействовать на определенные показатели функционирования энергетического комплекса, подверженные негативному влиянию угроз. Возможен второй вариант интерпретации такой модели – в данном случае мероприятия относятся к оперативным обеспечивающим гарантированное энергоснабжение в минимально необходимом объеме социально значимых и других жизненно важных потребителей или ликвидационным (обеспечивающим быстрое и эффективное восстановление стабильного энергоснабжения, ликвидацию последствий чрезвычайных ситуаций [4].

Пример упрощенной структуры байесовской сети для таких ситуаций отражен на рисунке 2.

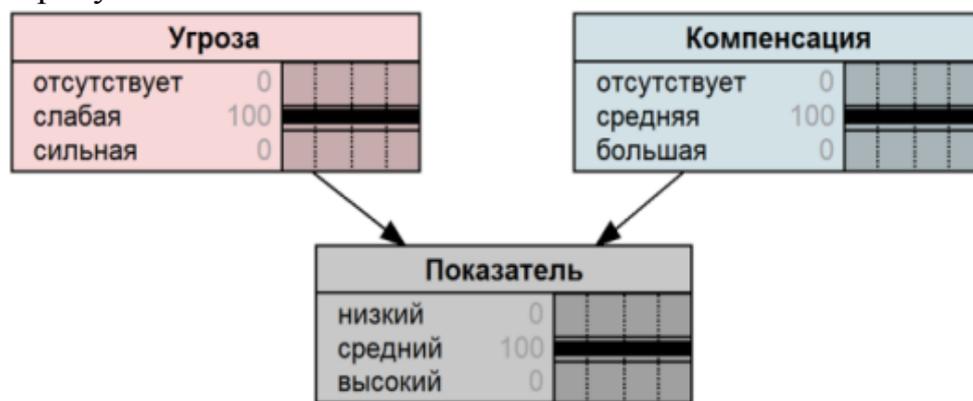


Рисунок 2 – Пример упрощенной сети «угроза-последствие-компенсация»

Другой вид угроз подразумевает возможность непосредственного влияния на переменную модели, обозначающую угрозу. В данном случае мероприятия следует рассматривать как превентивные. Пример упрощенной структуры для этого варианта представлен на рисунке 3.

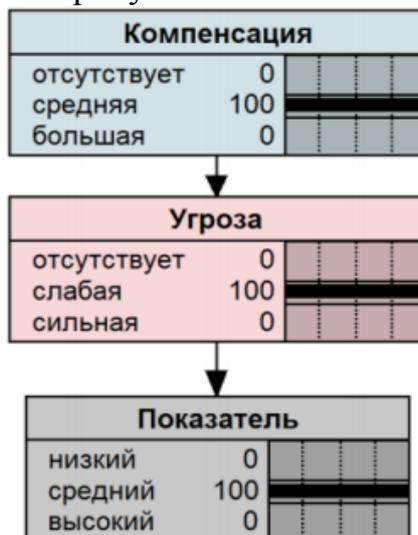


Рисунок 3 – Пример упрощенной сети «компенсация-угроза-последствие»

### Заключение

Базовый BN содержит переменные, представляющие неопределенные события, и может использоваться для оценки вероятности или риска или для получения вывода о ключевых факторах риска, приводящих к определенным последствиям.

Модель BN может быть построена на базе качественного представления проблемы причастными сторонами, а затем добавляются соответствующие количественные параметры, включая оценочные (например, анализ риска для центра распределения энергии), или модель BN может быть рассмотрена только на базе эмпирических данных (например, веб-поисковые системы, финансовый риск). Независимо от формы BN, основополагающий механизм вывода основан на теореме Байеса и обладает общими свойствами байесовского анализа.

### Литература

1. Формула Байеса – Викиконспекты [ Электронный ресурс] – Режим доступа: [https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Формула\\_Байеса](https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Формула_Байеса).
2. ISO/IEC Guide 98-4:2012 (JCGM 106) . Uncertainty of measurement -- Part 4: Role of measurement uncertainty in conformity assessment.
3. Вероятностно-статистические методы принятия решений: Теория, примеры, задачи: учебное пособие / А. П. Науменко, И.С. Кудрявцева, А. И. Одинец; Минобрнауки России, ОмГТУ. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2018. ISBN 978-5-.
4. Методика моделирования угроз энергетической безопасности с помощью байесовских сетей доверия [ Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/metodika-modelirovaniya-ugroz-energeticheskoy-bezopasnosti-s-pomoschyu-bayesovskih-setey-doveriya/viewer>.