

УДК 621.3.05

**МЕТОД МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ КАК  
ИНСТРУМЕНТ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ  
ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ****MULTI-CRITERIA OPTIMIZATION METHOD AS A TOOL FOR SOLVING  
APPLIED POWER SUPPLY PROBLEMS**

Г.К. Ковтун

Научный руководитель – М.А. Короткевич, доктор технических наук  
Белорусский национальный технический университет, г. Минск

G. Kovtun

Supervisor – M. Korotkevich, Doctor of Technical Sciences  
Belarusian national technical university, Minsk

**Аннотация:** при решении задач электроснабжения возникает задача определение оптимального решения из ряда предлагаемых. Классический подход заключается в оценке предлагаемых решений методом приведенных затрат. Однако в таком случае не учитываются качественные характеристики предлагаемых решений. Метод многокритериальной оптимизации позволяет учесть разнородные характеристики, неподдающиеся сравнению классическими методами.

**Abstract:** the task arises of determining the optimal solution from a number of proposed ones, when solving power supply problems. The classical approach is to evaluate the proposed solutions by the reduced cost method. However, in this case, the qualitative characteristics of the proposed solutions are not taken into account. The multi-criteria optimization method allows us to take into account heterogeneous characteristics that cannot be compared with classical methods.

**Ключевые слова:** электроэнергетика, электроснабжение, метод сравнения, многокритериальность, нормализация критериев.

**Keywords:** electric power industry, power supply, comparison method, multi-criteria, normalization of criteria.

**Введение**

В процессе решения задачи электроснабжения практически всегда предлагается несколько проектных решений. Каждое из них решает одну и ту же задачу, в то же время могут разительно отличаться: иметь различный структуру и состав оборудования, либо даже иметь абсолютно разную идеологию построения технологического процесса. В таком случае возникает задача создания метода комплексного сравнения, в котором помимо количественных параметров, сравнивались бы качественные характеристики объектов (сравнения). В рамках данной задачи сравниваемые объекты имеют ряд критериев, при этом один объект лучше по одним критериям, а второй – по другим. Возникает вопрос, как сформулировать единую цель, если критериев сравнения много и при этом они характеризуются совершенно различными единицами измерения, в основе которых лежат абсолютно разные физические принципы.

В этом и есть проблема неопределенности цели. Она типична для любого проекта реальной сложной системы. Реальный проект сложной системы всегда будет каким-то компромиссом, каким-то сочетанием требуемых качеств. Каким именно заранее неизвестно, в этом и заключается основная проблема многокритериальности [1]. Никакие расчеты не могут определить наилучший компромисс между этими критериями. Но так как решение должно быть принято, то недостаток информации, связанной с наличием многих критериев, необходимо восполнить. Для решения таких задач применяется метод многокритериальной оптимизации.

### **Основная часть**

В рамках метода многокритериальной оптимизации все задачи разделяются на типы. Наша задача (сравнение нескольких разнородных технических решений) относится к первому типу – задачи оптимизации на множестве целей. В задачах этого типа имеется несколько целей (или несколько качеств объекта), каждая из которых должна быть учтена при выборе оптимального решения. Особенность – скалярные критерии, как правило, имеют различные единицы измерения [2].

При решении многокритериальных задач можно выделить ряд этапов:

- сформулировать итоговую задачу в терминах многокритериальной оптимизации с формированием множества критериев, которые в полной мере отражают целевые параметры сопоставляемых систем;
- определить коэффициенты важности критериев. Определение данных коэффициентов позволяет решать задачи перехода от многокритериальной задачи к однокритериальной;
- нормализовать (преобразовать) критерии. Необходимость преобразования обусловлена тем, что критерии имеют различные единицы измерения и часть критериев следует максимизировать, а другие – минимизировать. Необходимо нормализовать критерии, т. е. привести их не только к единому безразмерному масштабу, но и к единой шкале;
- завершающим этапом является сведение многокритериальной задачи к однокритериальной.

На первом этапе формулируется итоговая задача с позиции метода многокритериальной оптимизации. В общем виде применительно к области электроснабжения задача будет сформулирована следующим образом: выявить наиболее оптимальный проект технического решения по электроснабжению.

Далее определяется множество критериев, которые в полной мере отражают целевые параметры сопоставляемых вариантов электроснабжения, например:

- приведенные затраты;
- надежность работы;
- эксплуатационные характеристики;

и т.п.

При этом необходимо отметить, что для ряда критериев оценки благоприятный исход наблюдается при максимизации значения критериев

(надежность работы). А для других критериев – при минимизации значения данных критериев (приведенные затраты).

В рамках второго этапа необходимо определить значения важности критериев. Как показано в [3] и [4] одним из наиболее эффективных в проводимых исследованиях оказался метод ранжирования.

В рассматриваемой задаче ранжирование – это процедура определения коэффициентов важности критериев, проводимая на основе упорядочения критериев. Ранг – это параметр, определяющий порядковое место анализируемого критерия в перечне остальных критериев. Зачастую наиболее предпочтительному критерию присваивают первый ранг и наименее предпочтительному – последний ранг.

Пусть экспертиза проводится группой из  $l$  экспертов, которые являются специалистами в той области, в которой принимается решение. Анализ подвергнется  $r$  критериев. Суть метода ранжирования изложена ниже.

Каждый эксперт расставляет критерии в порядке их важности и проводит их нумерацию. Цифра 1 присваивается наиболее важному, по мнению экспертов критерию, цифра 2 – следующему по важности критерию и т. д.

Полученные на шаге 1 ранги преобразовывают так, что ранг 1 получает оценку  $r$ , ранг 2 — оценку  $(r - 1)$  и т. д. до ранга  $r$ , которому присваивается оценка, равная единице. Называют полученные на шаге 2 оценки преобразованными рангами и обозначат их  $\rho_j^i$ ,  $j = \overline{1, r}$ ;  $i = \overline{1, l}$ .

Определить коэффициенты важности  $a_j$ ,  $j = \overline{1, r}$ ; критериев из выражения:

$$a_j = \frac{\sum_{i=1}^l \rho_j^i}{\sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^l \rho_j^i}, \quad (1)$$

После определения значений коэффициентов важности проводится статистический анализ полученных данных [5]. Он заключается в том, что определяется степень согласованности мнений всех экспертов по оценке важности критериев. Мерой согласованности является коэффициент конкордации  $K_k$  который вычисляют по выражению:

$$K_k = \frac{12 \cdot S}{l^2 \cdot (r^3 - r)}, \quad (2)$$

где  $l$  – число экспертов;

$r$  – число критериев;

$S$  – сумма квадратов разностей между индивидуальными значениями оценок критериев и средним значением  $\bar{S}$ .

Коэффициент конкордации изменяется в пределах от нуля до единицы. Причем, при  $K_k$  равному нулю мнения экспертов полностью не совпадают, а при  $K_k$  равному единице имеем полное совпадение мнений экспертов.

Среднее значение  $\bar{S}$  определяется по выражению:

$$\bar{S} = \frac{\sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^l \rho_j^i}{r}. \quad (3)$$

В случае получения приемлемого уровня коэффициента конкордации (обычно более 0,4) переходят к третьему этапу.

Как уже отмечалось, критерии имеют, различную размерность, часть из них представляет собой максимизируемую, часть – минимизируемую функцию. С целью сравнения систем по множеству критериев необходимо осуществить преобразование критериев.

Преобразования должны удовлетворять следующим требованиям [3]:

- учитывать необходимость минимизации величины отклонений от оптимальных значений по каждому критерию;
- иметь общее начало отсчета и один порядок изменения значений на всем множестве допустимых альтернатив;
- не изменять множество эффективных альтернатив.

В качестве преобразования выбирают одну из монотонных функций следующего вида [3]:

$$K_j(S_\alpha) = \frac{f_j^0 - f_j(S_\alpha)}{f_j^0 - f_{j(\min)}}, j \in J_1, \quad (4)$$

$$K_j(S_\alpha) = \frac{f_j(S_\alpha) - f_j^0}{f_{j(\max)} - f_j^0}, j \in J_2, \quad (5)$$

$$K_j(S_\alpha) = \frac{f_j^0 - f_j(S_\alpha)}{f_j^0}, j \in J_1, \quad (6)$$

$$K_j(S_\alpha) = \frac{f_j(S_\alpha) - f_j^0}{f_j^0}, j \in J_2, \quad (7)$$

где  $f_{j(\min)}, f_{j(\max)}$  – наименьшие значения максимизируемых и наибольшие значения минимизируемых критериев, достигаемые на множестве допустимых альтернатив;

$f_j^0$  – оптимальное значение  $j$ -го критерия;

$J_1, J_2$  – соответственно множества номеров максимизируемых и минимизируемых критериев.

Для преобразований вида (4), (5) величины  $K_j(S_\alpha)$  лежат всегда в пределах от нуля до единицы, а для преобразований (6), (7) эти же величины могут и не лежать в указанных пределах. Заметим, что в практических вычислениях более удобными оказались преобразования (6), (7) [2].

Финальным – четвёртым этапом является сведение многокритериальной задачи к однокритериальной. Данное действие может осуществляться различными способами, простейший из них – метод равномерной оптимальности или линейная свёртка.

Согласно этому методу вместо  $r$  частных критериев  $K_j(S_\alpha)$ ,  $j = \overline{1, r}$  предлагается рассматривать критерий вида:

$$F(S_\alpha) = \sum_{j=1}^r a_j \cdot K_j(S_\alpha), \quad (8)$$

где  $a_j$  – коэффициенты важности критериев, причем  $\sum_{j=1}^r a_j = 1$ .

В качестве оптимальной системы выбирают такую систему  $S_\alpha$ , для которой выполняется условие:

$$F(S_\alpha) = \min F(S_\alpha), \quad (9)$$

Недостатком данного метода является возможность компенсации недопустимо больших значений некоторых критериев достаточно малыми значениями других [1]. Данного недостатка лишён метод идеальной точки в пространстве критериев. Его и будем использовать в расчётах.

Допустим, выполнено решение  $r$  однокритериальных задач  $\min K_j(S_\alpha)$ ,  $j = \overline{1, r}$ . В результате решения каждой задачи найдём оптимальную систему  $S_\beta$ , доставляющую минимальное значение критерию  $K_j(S_\beta)$ ,  $j = \overline{1, r}$ . Говорят, что в многокритериальном пространстве определена идеальная точка  $K^0 = \{K_1^0, K_2^0, \dots, K_r^0\}$ , которую называют точкой утопии [6], [7]. Систему с такими значениями критериев называют идеальной. Как правило, не существует системы, для которой бы все критерии принадлежали этой точке. Поэтому в качестве наилучшей системы предлагается выбирать такую, которая находится ближе всего к идеальной. С этой целью введём новую целевую функцию [1]:

$$W(S_\alpha) = \left( \sum_{j=1}^r a_j \cdot (K_j(S_\alpha) - K_j^0)^2 \right)^{1/2}, \quad (10)$$

Выражение (10) показывает, насколько реальная система далека от системы идеальной.

В качестве оптимальной системы выбирают такую систему  $S_\alpha^*$ , для которой выполняется условие:

$$W(S_\alpha^*) = \min(W(S_\alpha)), \quad (11)$$

Таким образом, наиболее оптимальным будет являться вариант, имеющий наименьшую величину целевой функции, т.е. наиболее близкий к идеальному варианту.

### Заключение

Рассмотренный метод оценки оптимальности решений позволяет в полной мере учесть характеристики сравниваемых решений. Помимо количественных характеристик, используя данный метод, можно оценить и качественные характеристики предлагаемых решений и выбрать оптимальное.

### Литература

1. Моисеев, Н. Н. Математические задачи системного анализа / Н. Н. Моисеев. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1981. — 488 с.

2. Сафронов, В.В. Основы системного анализа: методы многовекторной оптимизации и многовекторного ранжирования / В. В. Сафронов. – Саратов. Научная книга, 2009. — 329 с.
3. Михалевич, В. С. Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем / В. С. Михалевич, В. Л. Волкович. — М.: Наука, 1982. — 286 с.
4. Методы определения коэффициентов важности критериев / А. М. Анохин, В. А. Глотов, В. В. Павельев // Автоматика и телемеханика. — 1997. № 8. — С. 3–35.
5. Саркисян, С. А. Теория прогнозирования и принятия решений: учеб. пособие / С. А. Саркисян. — М.: Высшая школа, 1977. — 351 с.
6. Дубов, Ю. А. Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем / Ю. А. Дубов, С. И. Травкин, В. Н. Якимец. — М.: Наука, 1986. — 296 с.
7. Гуткин, Л. С. Оптимизация радиоэлектронных устройств: учеб. пособие для вузов / Л. С. Гуткин. — М. : Сов. радио, 1975. — 368 с.