собственных колебаний системы (ω_0), и гармоник с частотой, равной дробной части от указанной величины. За счет резонанса на этих частотах возможно появление высоких амплитуд колебаний, что может снизить эффект виброзащитных мероприятий. Как один из вариантов устранения появления таких эффектов в процессе использования ЭРС и МРС, предлагается введение в КС дополнительной силы, генерирующей возмущающее воздействие на КС на указанных фиксируемых частотах, которые будут воздействовать в противофазе по сравнению с внешней возмущающей гармонической вынуждающей силой. Так например, если сила внешнего воздействия представлена как $A\sin(\omega t)$, то постоянно присутствующая сила возмущения модулируется как $-B\sum_{n=1}^{\infty}(\sin\frac{\omega_0}{n}t+\sin n\omega_0 t)$. Это позволяет проконтролировать наличие гармоник с указанными частотами в рассчитываемом смещении и тем самым снизить эффект возмущающего воздействия на наиболее чувствительных для КС частотах. Это особенно актуально для прецизионного оборудования, где сохранение линейных характеристик КС является показателем ее эффективности. Анализ Фурье-спектра смещения и скорости смещения при таком подходе позволяет улучшить динамические характеристики КС.

УДК 530.12

О РЕЛЯТИВИСТСКОМ ЦЕНТРЕ МАСС ДВУХ ТЕЛ В НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Рябушко А.П., Неманова И.Т.[1], Жур Т.А.[1], Юринок В.И.
Белорусский национальный технический университет
[1]Белорусский государственный аграрный технический университет
Минск, Беларусь

В работе [1] доказано, что в постньютоновском приближении общей теории относительности центр масс двух сферически симметричных тел A_1 и A_2 с массами m_1 и m_2, движущихся в космосе по окружностям в газопылевой разреженной среде постоянной плотности $\rho = const$, смещается по циклоиде, хотя в ньютоновском приближении он покоится.

В настоящем сообщении предлагается обобщение решенной в [1] задачи: тела A_1 и A_2 движутся в космосе не по окружностям, а по подобным компланарным эллипсам и плотность среды $\rho \neq const$ определяется формулой:

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right), \quad 0 \le r \le R; \quad \rho = 0, \quad r \ge R, \tag{1}$$

где ρ_0 – плотность в центре шара.

В ньютоновском приближении при распределении плотности среды (1) впервые выведены уравнения движения тел:

$$\frac{d^2\vec{r}_1}{dt^2} = \frac{\gamma m_2}{r^3}\vec{r} - 2\pi\gamma\rho_0\left(\frac{2}{3} - \frac{r_1}{2R}\right)\vec{r}_1 + \vec{f}_1, \tag{2}$$

$$\frac{d^2\vec{r}_2}{dt^2} = -\frac{\gamma m_1}{r^3}\vec{r} - 2\pi\gamma\rho_0\left(\frac{2}{3} - \frac{r_2}{2R}\right)\vec{r}_2 + \vec{f}_2, \tag{3}$$

где $\vec{r}_1$ *и* $\vec{r}_2$ – радиусы-векторы центров сферически симметричных тел A_1 и A_2; $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$, $r = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1| = \left|\overrightarrow{A_1A_2}\right|$; γ – ньютоновская постоянная тяготения; t – время; $\vec{f}_1$, $\vec{f}_2$ – релятивистские добавки. Центр масс двух тел $C(c_1, c_2)$ определяется формулой $\vec{r}_c = \dfrac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$, из которой следует, что

$$\frac{d^2\vec{r}_c}{dt^2} = \left(m_1\frac{d^2\vec{r}_1}{dt^2} + m_2\frac{d^2\vec{r}_2}{dt^2}\right)\Big/(m_1 + m_2). \tag{4}$$

Интегрирование уравнения (4) с точностью до вековых членов в ньютоновском приближении приводит к параметрическим уравнениям траектории движения центра масс:

$$
\begin{cases}
c_1 = a\left(1 - \cos\varphi + e\varphi^2 + 4e^2\varphi\sin\varphi\right), \\
c_2 = a\left(\varphi - \sin\varphi + \dfrac{3}{2}e^2\varphi\right), \\
a = \dfrac{\pi\rho_0 m_1 m_2 (m_2 - m_1)}{R(m_1 + m_2)^4}\, p^5,
\end{cases}
\tag{5}
$$

где e и p – эксцентриситет и параметр относительной орбиты тел, $r = p/(1 + e\cos\varphi)$. Формулы (5) положены в основу программы, реализованной в пакете Mathcad 15 PRO для проведения численного эксперимента по определению траекторий движения центра масс двух тел.

$\mathrm{ORIGIN} := 1$

$ma := 2\cdot 10^{33}$ $\quad mb := 2\cdot 10^{30}$ $\quad r0 := 7.78\cdot 10^{13}$ $\quad \gamma := 6.67\cdot 10^{-8}$ $\quad \rho := 10^{-21}$ $\quad c := 3\cdot 10^{10}$

$$\omega 0 := \sqrt{\frac{\gamma\cdot(ma + mb)}{(r0)^3}} \quad a0 := 7.78\cdot 10^{10} \quad b0 := r0 - a0 \quad R := 10^{19} \quad N1 := (mb)^2\cdot\left[\frac{5}{2}\cdot\left[\frac{R^2 + (b0)^2}{(b0)^2}\cdot\ln\left(\frac{R - b0}{R + b0}\right) + \frac{2\cdot R}{b0}\right] + \frac{4\cdot R^3}{(R + b0)^3}\right]$$

$$N := ma\cdot mb\cdot(b0 - a0)\cdot\left[\frac{2}{r0} - \frac{8\cdot R^3}{3\cdot(a0)^2\cdot(b0)^2}\right] + (ma)^2\cdot\left[\frac{5}{2}\cdot\left[\frac{R^2 + (a0)^2}{(a0)^2}\cdot\ln\left(\frac{R - a0}{R + a0}\right) + \frac{2\cdot R}{a0}\right] + \frac{4\cdot R^3}{(R + b0)^3}\right] - N1$$

$$\varphi := 0, \frac{30\pi}{180} .. 6\cdot\pi \qquad K := \frac{\pi\cdot\gamma^2\cdot\rho\cdot N}{c^2\cdot(ma + mb)\cdot(\omega 0)^2} \qquad \pi = 3.141592653589793 \qquad \cos\left(\frac{90\pi}{180}\right) = 0 \qquad \frac{-mb\cdot r0}{ma + mb} = -7.7722\times 10^{10}$$

$$a1(\varphi) := \frac{-mb\cdot r0}{ma + mb}\cdot\cos(\varphi) + K\cdot(1 - \cos(\varphi)) \qquad b1(\varphi) := \frac{ma\cdot r0}{ma + mb}\cdot\cos(\varphi) + K\cdot(1 - \cos(\varphi))$$

$$N = -2.2651\times 10^{85}$$

$$a2(\varphi) := \frac{-mb\cdot r0}{ma + mb}\cdot\sin(\varphi) + K\cdot(\varphi - \sin(\varphi)) \qquad b2(\varphi) := \frac{ma\cdot r0}{ma + mb}\cdot\sin(\varphi) + K\cdot(\varphi - \sin(\varphi)) \qquad K = -6.1963\times 10^{11}$$

$$A11(\varphi) := \left[\sqrt{(a1(\varphi))^2 + (a2(\varphi))^2}\right] \qquad A12(\varphi) := \left[\sqrt{(b1(\varphi))^2 + (b2(\varphi))^2}\right]$$

При различных значениях параметров, входящих в уравнения (1)–(5), получены соответствующие графики движения центра масс двух тел в неоднородной среде.

Литература

1. Рябушко А.П., Неманова И.Т., Жур Т.А. // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.- мат. навук, 2019, № 1, С. 77-82.

УДК 37.012.1

«ПРОХОД СКВОЗЬ ОШИБКИ» КАК МЕТОДИЧЕСКОЕ СРЕДСТВО И МОТИВАЦИЯ В ИЗУЧЕНИИ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТАМИ УНИВЕРСИТЕТА

Михайлова Н.В.
Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь

Изучение разделов математики вносит существенный вклад в создание личностной естественнонаучной картины мира студентов, формируя их мировоззрение. В построении этой картины мира дидактическими средствами преподавания высшей математики особая роль принадлежит категориям «смысл» и «понимание». При «формализованном», «машинном» подходе к задачам часто на второй план уходят смысл и суть математических понятий, а с ними и понимание того, *что* в итоге мы получаем или *как* трактовать полученный результат. «Понимание» в методологии математического образования – это единство процесса и результата, в котором раскрываются основные математические идеи и выявляются сущности математических понятий, устанавливаются взаимосвязи с уже усвоенными знаниями для включения нового математического содержания в «смысловую сферу» развивающейся личности. Качественное усвоение нового – это понимаемое усвоение. Математика, являясь эталоном рациональности, обладает интеллектуальным свойством колоссальной «объяснительной силы» концепций, моделей и теорий, порой далеко отстоящих друг друга. Но для этого она должна стать «понимаемой» математикой для изучающего ее студента.

Удивительно, но одним из источников понимания и выявления требуемого смысла является математическая ошибка, допускаемая