
МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО
ТВЕРДОГО ТЕЛА
DEFORMATION
IN SOLID MECHANICS

<https://doi.org/10.21122/2227-1031-2021-20-6-476-481>

УДК 534.131:534-8

Моделирование составных кольцевых ультразвуковых волноводов с помощью метода конечных элементов

Докт. техн. наук, доц. Д. А. Степаненко¹⁾, инж. К. А. Бунчук¹⁾

¹⁾Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2021
Belarusian National Technical University, 2021

Реферат. В статье описана методика моделирования и оптимизации составных кольцевых ультразвуковых волноводов, состоящих из двух последовательно соединенных сегментов из различных материалов, с помощью метода конечных элементов. Обоснована возможность применения таких волноводов для усиления колебаний по амплитуде. Преимущество разработанной методики – возможность ее реализации с помощью стандартного программного обеспечения, в частности COMSOL Multiphysics. Корректность и эффективность методики подтверждена путем сравнения численных данных с результатами моделирования с помощью метода передаточных матриц с применением уравнений колебаний типа Эйлера – Бернулли и Тимошенко. Показано, что в составных кольцевых волноводах могут возникать собственные формы колебаний двух типов – знакопеременные и знакопостоянные, причем практический интерес для усиления колебаний по амплитуде представляют только знакопостоянные моды. Даны рекомендации по выбору оптимальных геометрических параметров волноводов, в частности показано, что для обеспечения максимального коэффициента усиления колебаний по амплитуде центральные углы сегментов волновода должны выбираться с учетом расчетной зависимости коэффициента усиления от угла, характеризующейся наличием нескольких локальных максимумов коэффициента усиления. Отмечено, что высокая точность существующих полуаналитических методов расчета и проектирования кольцевых волноводов достигается при использовании методов, основанных на применении уравнений колебаний типа Тимошенко.

Ключевые слова: кольцевой волновод, ультразвуковые колебания, изгибные колебания, собственные формы колебаний, метод конечных элементов, COMSOL Multiphysics

Для цитирования: Степаненко, Д. А. Моделирование составных кольцевых ультразвуковых волноводов с помощью метода конечных элементов / Д. А. Степаненко, К. А. Бунчук // *Наука и техника*. 2021. Т. 20, № 6. С. 476–481. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2021-20-6-476-481>

Modelling of Ring-Shaped Compound Ultrasonic Waveguides by Means of Finite Elements Method

D. A. Stepanenko¹⁾, K. A. Bunchuk¹⁾

¹⁾Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. The paper describes a technique for modelling and optimization of ring-shaped compound ultrasonic waveguides consisting of two sequentially joined segments of different materials by means of finite elements method. The possibility

Адрес для переписки

Степаненко Дмитрий Александрович
Белорусский национальный технический университет
ул. Я. Коласа, 22,
220013, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: +375 17 293-91-01
stepd@tut.by

Address for correspondence

Stepanenko Dmitry A.
Belarusian National Technical University
22, Ya. Kolasa str.,
220013, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 293-91-01
stepd@tut.by

of using such waveguides for amplifying vibrations in amplitude has been justified in the paper. The advantage of the developed technique consists in possibility of its realization by means of standard engineering software, particularly COMSOL Multiphysics. The correctness and efficiency of the technique is proved by comparing the numerical data with the simulation results by means of transfer matrix method using equations of vibration of Euler – Bernoulli and Timoshenko type. It is shown that in compound ring-shaped waveguides two kinds of vibration modes are possible – variable-sign and constant-sign, moreover only constant-sign modes are of practical interest for amplification of vibration amplitude. Recommendations for selection of optimal geometric parameters of the waveguides are given, particularly it is shown that for ensuring maximum vibration amplification factor it is necessary to choose central angles of the waveguide segments with account for calculated dependence between amplification factor and angle, characterized by presence of several local maxima of the amplification factor. It is noted that the high accuracy of the existing semi-analytical methods for calculating and designing ring-shaped waveguides is achieved using methods based on the application of Timoshenko-type equations of vibration.

Keywords: ring-shaped waveguide, ultrasonic vibrations, flexural vibrations, natural vibration modes, finite element method, COMSOL Multiphysics

For citation: Stepanenko D. A., Bunchuk K. A. (2021) Modelling of Ring-Shaped Compound Ultrasonic Waveguides by Means of Finite Elements Method. *Science and Technique*. 20 (6), 476–481. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2021-20-6-476-481> (in Russian)

Введение

Одним из способов усиления ультразвуковых колебаний по амплитуде является применение кольцевых волноводов с изменяющейся по длине окружности изгибной жесткостью EI (где E – модуль продольной упругости материала волновода; I – осевой момент инерции поперечного сечения волновода). Технически изменение изгибной жесткости может быть реализовано за счет геометрического профилирования волновода [1–4] либо использования составных волноводов, состоящих из нескольких последовательно соединенных сегментов, выполненных из материалов с существенно различающимися значениями модуля упругости E [4, 5]. По своему принципу действия составные кольцевые волноводы аналогичны составным стержневым волноводам, применяемым для усиления продольных ультразвуковых колебаний [6, 7]. В случае кольцевого волновода продольные колебания возбудителя, например стержневого волновода, преобразуются в изгибные колебания, которые усиливаются кольцевым волноводом по амплитуде, а затем изгибные колебания трансформируются в продольные колебания инструмента, присоединенного к кольцевому волноводу в сечении, диаметрально противоположном по отношению к входному сечению.

Для расчета эксплуатационных характеристик составных кольцевых волноводов могут использоваться полуаналитические методы типа метода передаточных матриц [8, 9] и метода гармонического баланса. Также представляют интерес численные – наподобие метода конечных элементов (МКЭ), которые могут быть реализованы посредством стандартного инже-

нерного программного обеспечения. Моделирование с помощью МКЭ также является эффективным средством проверки достоверности результатов, полученных с использованием полуаналитических методов. В статье рассматриваются особенности моделирования составных кольцевых ультразвуковых волноводов с помощью МКЭ с применением программы COMSOL Multiphysics. Достоверность полученных результатов подтверждается путем их сравнения с результатами расчета, выполненного методом передаточных матриц.

Описание методики моделирования

В программе COMSOL Multiphysics, с помощью которой выполняли моделирование, изменения модуля упругости и плотности материала по длине окружности волновода описываются путем задания функций, математически выражающих эти изменения, вместо обычно используемых постоянных свойств материала. Для этого в разделе Options → Constants в виде таблицы задаются значения постоянных, используемых при моделировании: $E1 = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па – модуль упругости материала входного сегмента волновода (материал – сталь); $E2 = 1,3 \cdot 10^{11}$ Па – модуль упругости материала выходного сегмента (материал – бронза); $\rho1 = 7800$ кг/м³ – плотность материала входного сегмента; $\rho2 = 8300$ кг/м³ – плотность материала выходного сегмента; $\phi10$ – половина центрального угла входного сегмента; d – половина угловой ширины переходного слоя между входным и выходным сегментами (в расчете принято $d = \pi/32$ рад = 5,625°).

При моделировании предполагается, что технология соединения сегментов волновода

обеспечивает формирование между ними тонкого переходного слоя с непрерывным изменением состава и физико-механических свойств (функционально-градиентного слоя). Примером подходящей технологии является диффузионная сварка. Задание постоянных в виде таблицы обеспечивает параметризацию модели, позволяющую исследовать влияние параметров материала на эксплуатационные характеристики волновода путем простого изменения их значений в таблице. Чтобы исключить рассмотрение внеплоскостных мод изгибных колебаний и антисимметричных мод, рассматривалась геометрическая модель волновода в виде четверти кольца с наложением симметричных граничных условий на плоскости разреза. После построения геометрической модели в разделе Physics → Subdomain Settings задавались следующие выражения для модуля упругости и плотности:

$$E1 + (E2 - E1) * \text{flc}2\text{hs}(\text{atan}2(y, x) + \pi/2 - \text{phi}0, d);$$

$$\text{rho}1 + (\text{rho}2 - \text{rho}1) * \text{flc}2\text{hs}(\text{atan}2(y, x) + \pi/2 - \text{phi}0, d).$$

Функция $\text{atan}2(y, x)$ используется для определения угловой координаты точки (x, y) по ее декартовым координатам, а $\text{flc}2\text{hs}(x, d)$ представляет собой сглаженный аналог ступенчатой функции Хевисайда, имеющий непрерывную вторую производную и плавно возрастающий от 0 до 1 на интервале $[-d; +d]$ [10, с. 150]. При описании свойств материала обычной функцией Хевисайда могут возникать проблемы со сходимостью МКЭ, обусловленные наличием у функции разрыва. Применение сглаженной функции Хевисайда хорошо согласуется с принятым выше допущением о непрерывности изменения физико-механических свойств материала в переходном слое между сегментами. Следует обратить внимание, что в конечно-элементной модели отсчет угловой координаты производится таким образом, что входному сечению волновода соответствует координата -90° , а выходному сечению – координата $+90^\circ$.

Для оптимизации волновода по коэффициенту усиления колебаний по амплитуде $K = |w(\pi/2)/w(-\pi/2)|$ (где $w(\varphi)$ – амплитуда радиальной составляющей колебательного смещения) производилась параметрическая прогонка

(Parametric Sweep) с варьированием центрального угла входного сегмента $2\text{phi}0$ в диапазоне от 6° до 174° с шагом 1° . Предельные значения центрального угла были выбраны таким образом, чтобы выполнялось неравенство

$$d < 2\text{phi}0 < \pi - d.$$

Для определения коэффициента усиления рассчитывались значения амплитуды радиальной составляющей колебательного смещения в точках 1 и 7, лежащих на образующей наружной цилиндрической поверхности волновода в его входном и выходном сечениях. Для этого в разделе Options → Integration Coupling Variables → Point Variables задавались две переменные $w1$ и $w7$ (в точках 1 и 7 соответственно), определяемые выражением

$$\text{with}(\text{num}, u) * \cos(\text{atan}2(y, x)) + \text{with}(\text{num}, v) * \sin(\text{atan}2(y, x)),$$

где $\text{with}(\text{num}, v)$ – функция, возвращающая значение переменной var для собственной формы колебаний с порядком num [10, с. 166]; u, v – принятые в COMSOL обозначения координатных составляющих перемещения по координатам x и y в глобальной декартовой системе координат xuz .

Порядку num собственной формы придавалось значение, соответствующее знакопостоянной моде колебаний (классификация собственных форм рассматривается далее в разделе «Результаты моделирования и их обсуждение»).

В разделе Solve → Parametric Sweep задавались параметр прогонки $\text{phi}0$, диапазон и шаг его изменения $\text{range}(6 * \pi/180, \pi/180, 174 * \pi/180)$ и переменные $w1$ и $w7$, подлежащие вычислению. Результаты записывались в текстовый файл с расширением .log, содержащий 4 столбца числовых значений, соответствующих переменным $\text{phi}0, \text{lambda}$ (собственная частота колебаний), $w1$ и $w7$. Для каждого значения угла $\text{phi}0$ в файл записывалось 12 собственных частот (значение, заданное в разделе Solve → Solver Parameters в поле Desired number of eigenfrequencies – требуемое количество собственных частот), и поэтому столбцы, соответствующие переменным $\text{phi}0, w1$ и $w7$, содержали блоки из 12 последовательных повторяющихся значений. После удаления из файла текстовых комментариев и изменения расши-

рения на .rpt результаты из файла импортировались в программу Mathcad для дальнейшей обработки и визуализации.

Результаты моделирования и их обсуждение

В качестве численного примера рассмотрено моделирование волновода с центральным углом входного сегмента $2\phi_0 = 187,2^\circ$, радиусом средней линии $R = 29$ мм и толщиной в радиальном направлении $b = 2$ мм. По результатам предшествующих исследований для данных значений R и b и заданных выше свойств материала достигается максимальное значение коэффициента усиления колебаний по амплитуде [9]. В результате моделирования установ-

лено наличие двух типов собственных форм колебаний составных кольцевых волноводов:

1) знакопеременные собственные формы, визуально схожие с собственными формами изгибных колебаний однородных колец и характеризующиеся наличием узлов амплитуды колебательных смещений (в качестве примера на рис. 1а показана знакопеременная собственная форма, соответствующая частоте 29,58 кГц);

2) знакопостоянные собственные формы, не имеющие узлов амплитуды и являющиеся комбинацией изгибной деформации и деформации растяжения средней линии (в качестве примера на рис. 1б показана знакопостоянная собственная форма, соответствующая частоте 24,03 кГц).

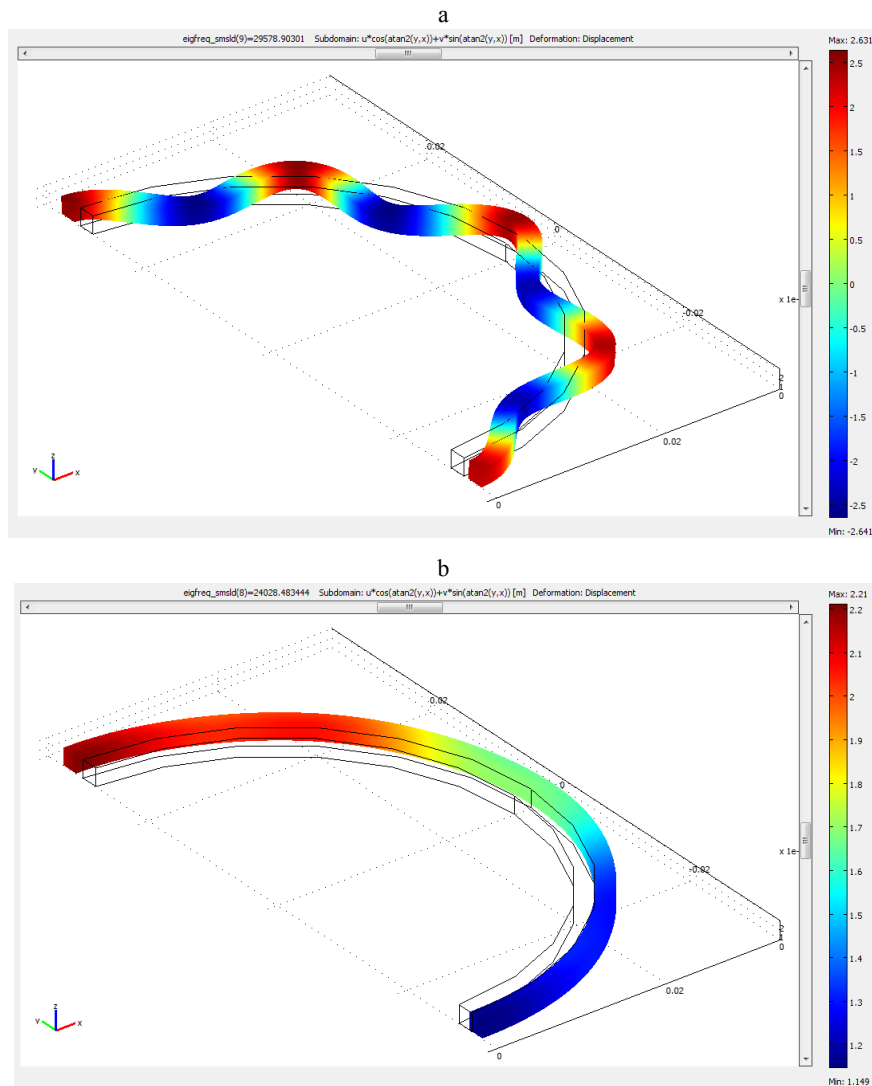


Рис. 1. Результаты расчета знакопеременной (а) и знакопостоянной (б) собственных форм колебаний

Fig. 1. Calculation results of variable-sign (a) and constant-sign (b) of natural vibration shapes

На рис. 1 представлено распределение амплитуды радиальной составляющей колебательного смещения, определяемой выражением

$$u * \cos(\text{atan } 2(y, x)) + v * \sin(\text{atan } 2(y, x)).$$

Знакопеременным собственным формам соответствуют близкие к единице значения коэффициента усиления, и по этой причине они не представляют практического интереса с точки зрения их использования в ультразвуковой технике. Например, для собственной формы, представленной на рис. 1а, коэффициент усиления $K = 1,08$. Знакопостоянным собственным формам соответствуют более высокие значения коэффициента усиления: например, для собственной формы, представленной на рис. 1б, $K = 1,88$. Вывод о наличии двух типов собственных форм колебаний согласуется с результатами, ранее полученными Д. А. Степаненко и соавторами с помощью метода передаточных матриц [8].

Собственная частота знакопостоянной моды $f = 24,03$ кГц, определенная с помощью МКЭ, с высокой точностью совпадает со значением $f = 24,01$ кГц, ранее полученным для волновода с теми же значениями параметров с помощью метода передаточных матриц [9]. Собственные формы колебаний, рассчитанные с использованием МКЭ и метода передаточных матриц, имеют качественно сходную форму (рис. 2, кривые 1, 2), однако метод передаточных матриц дает завышенные значения амплитуды (рис. 2, кривая 1).

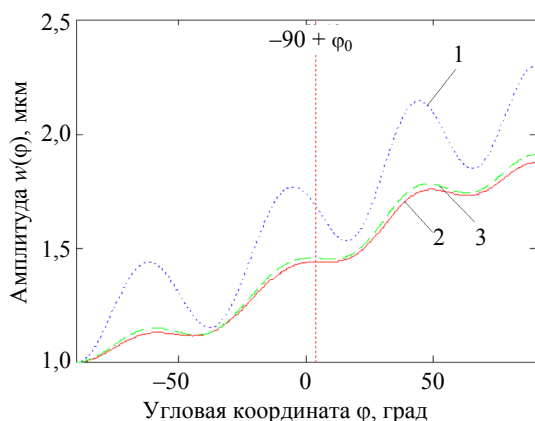


Рис. 2. Результаты расчета знакопостоянной моды $f = 24,03$ кГц

Fig. 2. Calculation results for constant-sign mode $f = 24.03$ kHz

Количественные различия между кривыми 1 и 2 на рис. 2 объясняются тем, что кривая 1 получена на основе уравнений колебаний типа

Эйлера – Бернулли. Более точными являются уравнения типа Тимошенко, дополнительно учитывающие такие факторы, как сдвиговая деформация и инерционный момент, связанный с вращением поперечного сечения. Как видно из рис. 2, при использовании уравнений колебаний типа Тимошенко расчетные значения амплитуды (кривая 3) также оказываются несколько выше значений, определенных с помощью МКЭ, однако количественная ошибка определения амплитуды снижается с 27,8 до 1,9 %.

Путем обработки результатов параметрической прогонки с помощью программы Mathcad получена зависимость коэффициента усиления колебаний по амплитуде $K = w_7/w_1$ от угла ϕ_{i0} , представленная на рис. 3.

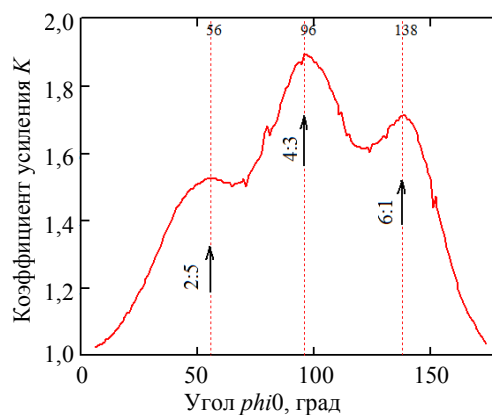


Рис. 3. Зависимость коэффициента усиления колебаний K от половинного значения ϕ_{i0} центрального угла входного сегмента волновода

Fig. 3. Dependence of vibration amplification factor K on half value of ϕ_{i0} of central angle in input segment of waveguide

Зависимость на рис. 3 качественно согласуется с зависимостью, ранее полученной с помощью метода передаточных матриц [9]. Оба метода дают близкие по величине оптимальные значения угла ϕ_{i0} , при которых коэффициент усиления достигает максимума. При приближении ϕ_{i0} к значениям 0° и 180° коэффициент усиления стремится к единице, что соответствует однородному кольцу. Отношения 2:5, 4:3 и 6:1, указанные на рис. 3, представляют собой отношение $n_1:n_2$, где n_1, n_2 – число максимумов амплитуды для входного и выходного сегментов волновода соответственно: например, для собственной формы, представленной на рис. 2, $n_1:n_2 = 4:3$.

На практике рекомендуется выбирать значение центрального угла входного сегмента

волновода исходя из результатов расчета зависимости коэффициента усиления от угла таким образом, чтобы коэффициент усиления достигал своих максимальных значений. Что касается совершенствования существующих полуаналитических методов расчета и проектирования кольцевых волноводов, рекомендуется модифицировать их на основе уравнений колебаний типа Тимошенко, что позволит повысить точность расчета собственных форм колебаний и точность определения коэффициента усиления.

ВЫВОДЫ

1. Разработана методика моделирования и оптимизации составных кольцевых ультразвуковых волноводов с помощью метода конечных элементов.

2. На конкретном численном примере проведен сравнительный анализ данных, полученных как с использованием метода конечных элементов, так и с помощью метода передаточных матриц, который подтвердил корректность и достоверность результатов.

3. Сформулированы рекомендации по выбору оптимальных геометрических параметров составных кольцевых ультразвуковых волноводов и рекомендации по совершенствованию существующих полуаналитических методов их расчета и проектирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Sonotrode für Ein Ultraschall-Bearbeitungsgerät: Europäische Patentanmeldung EP 0594541 A2, IPC B06B 3/00 / M. Bory, H. Bauer. Veröffentlichungstag der Anmeldung 27.04.94.
2. Machine Component: United States Patent 3015961, Cl. 74-1 / R. N. Roney. Patented 09.01.62.
3. Луговой, И. В. Разработка кольцевых концентраторов с переменной жесткостью для ультразвукового прошивания отверстий в хрупких материалах / И. В. Луговой. Минск, 2017. 27 с.
4. Степаненко, Д. А. Расчет и проектирование ультразвуковых акустических систем для использования в медицине и технике / Д. А. Степаненко. Минск, 2020. 323 с.
5. Усилитель упругих колебаний по амплитуде: Евразийский пат. EA 035595 B1, МПК B06B 3/02 / Д. А. Степаненко, К. А. Бунчук, А. С. Емельянова, М. А. Плескач, Н. В. Солодкая. Оpubл. 14.07.2020.
6. Amplifying Ultrasonic Waveguides: United States Patent US 8033173 B2, IPC G01N 24/00 / T. D. Ehlert, G. Bromfield, P. S. McNichols, N. R. Stegelmann. Patented 11.10.11.
7. Степаненко, Д. А. Методика расчета и возможные применения функционально-градиентных ультразвуковых волноводов / Д. А. Степаненко, В. Т. Минченя // Механика машин, механизмов и материалов. 2013. Т. 22, № 5. С. 19–23.

8. Исследование характеристик составных кольцевых концентраторов ультразвуковых колебаний с помощью метода передаточных матриц [Электронный ресурс] / Д. А. Степаненко [и др.] // Техническая акустика. 2018. № 2. Режим доступа: <http://www.ejta.org/archive/articles2018/stepanenko2.pdf>.
9. Оптимизация кольцевых концентраторов ультразвуковых колебаний / Д. А. Степаненко [и др.] // Приборостроение-2018: материалы Одиннадцатой Международ. науч.-техн. конф., Минск, 14–16 нояб. 2018 г. / Редкол. О. К. Гусев [и др.]. Минск, 2018. С. 328–329.
10. COMSOL Multiphysics User's Guide. Version 3.5. 2008 [Electronic Resource]. Mode of access: <https://extras.csc.fi/math/comsol/3.5/doc/multiphysics/quick.pdf>.

Поступила 30.06.2021

Подписана в печать 31.08.2021

Опубликована онлайн 30.11.2021

REFERENCES

1. Bory M., Bauer H. (1994) *Sonotrode für Ein Ultraschall-Bearbeitungsgerät*. Europäische Patentanmeldung EP 0594541 A2, IPC B06B 3/00 (in German).
2. Roney R. N. (1962) *Machine Component*. United States Patent 3015961, Cl. 74-1.
3. Lugovoy I. V. (2017) Development of Ring Hubs with Variable Stiffness for Ultrasonic Piercing of Holes in Brittle Materials. Minsk. 27 (in Russian).
4. Stepanenko D. A. (2020) *Calculation and Design of Ultrasonic Acoustic Systems for Use in Medicine And Technology*. Minsk, 2020. 323 (in Russian).
5. Stepanenko D. A., Bunchuk K. A., Emelyanova A. S., Pleskach M. A., Solodkaya N. V. (2020) *Amplifier of Elastic Oscillations in Amplitude*. Eurasian Patent EA 035595 B1 (in Russian).
6. Ehlert T. D., Bromfield G., McNichols P. S., Stegelmann N. R. (2011) *Amplifying Ultrasonic Waveguides*: United States Patent US 8033173 B2.
7. Stepanenko D. A., Minchenya V. T. (2013) Methodology for Calculation and Possible Applications of Functional-gradient Ultrasonic Waveguides. *Mekhanika Mashin, Mekhanizmov i Materialov = Mechanics of Machines, Mechanisms and Materials*, 22 (5), 19–23 (in Russian).
8. Stepanenko D. A., Emel'yanova A. S., Pleskach M. A., Solodkaya N. V. (2018) Investigation of Characteristics of Composite ring Concentrators of Ultrasonic Vibrations Using Method of Transfer Matrices. *Tekhnicheskaya Akustika = Technical Acoustics*, (2). Available at: <http://www.ejta.org/archive/articles2018/stepanenko2.pdf> (in Russian).
9. Stepanenko D. A., Emel'yanova A. S., Pleskach M. A., Solodkaya N. V. (2018) Optimization of Ring Concentrators of Ultrasonic Oscillations. *PriBORostroenie-2018: Materialy Odinnadtsatoi Mezhdunar. Nauch.-Tekhn. Konf., Minsk, 14–16 Noyab. 2018 g.* [Instrument Making – 2018: Proceedings of the 11th International Scientific and Technical Conference, Minsk, November 14–16, 2018]. Minsk, 328–329 (in Russian).
10. *COMSOL Multiphysics User's Guide. Version 3.5. 2008*. Available at: <https://extras.csc.fi/math/comsol/3.5/doc/multiphysics/quick.pdf>.

Received: 30.06.2021

Accepted: 31.08.2021

Published online: 30.11.2021