УДК 621.762.04 Поступила 01.09.2021

МЕТОДЫ РАСЧЕТА ПРОЦЕССОВ ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОСА В ГЕТЕРОГЕННЫХ СТРУЖКО-ПОРОШКОВЫХ СРЕДАХ

О. М. ДЬЯКОНОВ, В. Ю. СЕРЕДА, Белорусский национальный технический университет, г. Минск, Беларусь, пр. Независимости, 65. E-mail: bntu.weld@gmail.com

Рассмотрены основные методы расчета тепло- и массопереноса в пористых гетерогенных средах и дана оценка возможности их применения для расчета процесса нагрева металлической стружки. Показано, что описание процессов переноса в стружке имеет свою специфику, обусловленную различием теплофизических свойств собственно стружки и компонентов смазочно-охлаждающей жидкости (СОЖ) на ее поверхности. Установлено, что известные выражения для эффективных коэффициентов теплопереноса могут быть использованы в качестве базовых в приближении взаимопроникающих континуумов. Математическое описание тепло- и массопереноса в стружке в дальнейшем могло бы лечь в основу численного моделирования, расчета и оптимизации параметров указанных процессов.

Ключевые слова. *Стружка, металлическая, муфель, нагрев, среда, гетерогенная, тепло- и массоперенос, континуумы, взаимопроникающие, математическое, описание, методы, расчет, процессы, параметры, оптимизация.*

METHODS FOR CALCULATING HEAT AND MASS TRANSFER WHEN HEATING METAL CHIPS

O. M. DYAKONOV, V. Yu. SEREDA, Belarusian National Technical University, Minsk, Belarus, 65, Nezavisimosti ave. E-mail: bntu.weld@gmail.com

The main methods for calculating heat and mass transfer in porous heterogeneous media are considered and an assessment of the possibility of their application for calculating the heating process of metal chips is given. It is shown that the description of transfer processes in the chips has its own specificity, due to the difference in the thermophysical properties of the chips themselves and the components of the cutting fluid on its surface. It has been established that the known expressions for the effective heat transfer coefficients can be used as basic ones in the approximation of interpenetrating continua. A mathematical description of heat and mass transfer in chips could later form the basis for numerical modeling, calculation and optimization of the parameters of these processes.

Keywords. *Shavings, metal, muffle, heating, medium, heterogeneous, heat and mass transfer, continua, interpenetrating, mathematical, description, methods, calculation, processes, parameters, optimization.*

Введение

Нагрев стружко-порошковых дисперсий металлоотходов в проходных печах горячего брикетирования проводится с целью их очистки от смазочно-охлаждающей жидкости (СОЖ), получения плотных и высокопрочных брикетов (композитов) заданного химического состава. Основным предметом исследования настоящей работы являются процессы тепло- и массопереноса в гетерогенных стружко-порошковых средах, образуемых в муфеле печи в условиях ограниченного пространства и доступа окислителя. Описание процессов переноса в таких средах имеет свою специфику, обусловленную различием теплофизических свойств собственно стружки и компонентов СОЖ на ее поверхности.

Температурный интервал нагрева стружки черных металлов в процессах горячего брикетирования 750–850 °С. Нагрев стружки происходит в стационарном тепловом поле, создаваемом за счет сгорания природного газа и масляной компоненты СОЖ в топке печи. При этом сама стружка перемещается в стальной муфельной трубе, расположенной в центре и по оси топочного пространства.

Муфель ограничивает пространство, заполненное стружкой, через которую, как через фильтр, проходят газы (продукты возгонки СОЖ), выполняющие функцию теплопередающей среды вплоть до их выпуска в печь через щелевые отверстия в стенках муфельной трубы. Ограниченность пространства и высокая плотность стружки позволяют создать избыточное давление и высокую плотность газовой атмосферы. Выпуск избытка газа в печь происходит непрерывно с целью ускорения процесса обезвоживания и обезмасливания стружки. В топке печи пары масла сгорают совместно с природным газом. Дополнительное тепло от сгорания масла идет на нагрев стружки.

Стружка нагревается вначале газовым пламенем (до 650 °С), затем в медном водоохлаждаемом индукторе (до 850 °С). Процесс нагрева сопровождается следующими фазовыми превращениями (четыре этапа):

I – предварительный нагрев (до 100 °С) – две фазы: жидкая (СОЖ) и твердая (металл, абразив);

II – парообразование (100–350 °С) – три фазы: жидкая (СОЖ), твердая (металл, абразив) и газообразная (пары воды, летучие низкомолекулярные углеводороды);

III – термическая возгонка масла (350–650 °С) – три фазы: жидкая (масло), твердая (металл, абразив) и газообразная (тяжелые высокомолекулярные углеводороды);

IV – нагрев сухого металла (650–850 °С) – две фазы: твердая (металл, абразив, сажистый углерод) и газообразная (угарный и углекислый газ, водород, оксиды азота, углеводородные соединения).

На первом этапе фазовые превращения и термодеструкция компонентов смеси отсутствуют. На втором происходит процесс испарения воды. Нагрев металла растянут во времени, протекает при низких температурах. Перегрев пара до 350 °С сопровождается испарением летучих фракций масла. Пары воды удаляются из муфеля практически полностью, а масло – частично. На третьем этапе происходит процесс термической возгонки (испарения) масла. Образуется защитная атмосфера, состоящая в основном из тяжелых углеводородов. Пиролиз углеводородов приводит к образованию коксообразных отложений углерода на поверхности металлических частиц и дыма в виде взвеси тонкодисперсных частиц сажистого углерода. При температуре 650 °С заканчивается процесс обезмасливания стружки. На четвертом этапе нагревается сухой металл, скорость нагрева резко возрастает.

Таким образом, гетерогенная муфельная среда представляет собой смесь твердых и газообразных продуктов (фаз и межфазных границ): металла, паров воды, углеводородов, дыма (сажистого углерода), пироуглерода в виде коксообразных отложений на поверхности металлических частиц.

Цель работы – математическое описание процессов тепло- и массопереноса, которое в дальнейшем могло бы лечь в основу теплофизической модели и метода расчета проходной муфельной печи.

Процессы тепло- и массопереноса при нагреве металлической стружки

Проблеме описания процессов переноса тепла и массы в пористых гетерогенных средах посвящен ряд работ [1–5]. Одной из наиболее распространенных моделей переноса является модель взаимопроникающих континуумов [4, 6, 7]. Основная идея данного подхода заключается в том, что исследуемое пространство разбивается на малые элементарные физические объемы, в пределах которых проводится усреднение концентрации каждой фазы с соответствующими физико-механическими характеристиками (плотностью, температурой, давлением). Далее для каждой из фаз записывается система дифференциальных уравнений, отражающая законы сохранения энергии, импульса и массы.

Элементарный объем, с одной стороны, должен быть достаточно большим, чтобы вместить в себя большое количество минимальных структурных элементов пористой среды, а с другой – он должен быть достаточно мал, чтобы параметры этих элементов не очень сильно отличались в различных его точках и с высокой степенью точности могли быть заменены их средними значениями. Критерием, характеризующим применимость модели, является соотношение между характерными пространственным масштабом градиентов температуры (либо концентраций) и размером элементарной структурной ячейки пористой среды. Модель применима в том случае, если пространственный масштаб градиентов существенно превышает размер ячейки.

Базой для описания процессов фильтрационного массопереноса в стружке может служить закон Дарси [3]. Этот закон представляет собой экспериментально установленное соотношение между скоростью фильтрации газа $\vec{V}$ (в данном случае в соответствии с технологической схемой это пары СОЖ) и градиентом давления ∇p в пористой среде при достаточно малых скоростях и градиентах давления:

$$\vec{V} = -\frac{K_0}{\mu}\nabla p\,, \tag{1}$$

где μ – динамический коэффициент вязкости; K_0 – коэффициент проницаемости пористой среды, имеющий размерность площади. Единицей измерения проницаемости является дарси (∂): $1\,\partial = 10^{-8}$ см^2. Существует достаточно много эмпирических выражений для проницаемости, например, формула Кармана-Козени [3]:

$$K_0 = \frac{\varepsilon^3}{5S^2}\,, \tag{2}$$

где S – удельная площадь внутренней поверхности пористого тела, приходящаяся на единицу объема; ε – пористость. Эта формула вполне пригодна для описания процесса фильтрации в стружке, которая является высокопористой средой ($\varepsilon \sim 0{,}85$–$0{,}90$). В этом случае удельная площадь поверхности стружки рассчитывается на основе модели пористого тела, состоящего из однородных твердых сферических частиц диаметром d_s:

$$S = 6(1-\varepsilon)/d_s .$$

Важной составляющей процесса нагрева стружки является термическая возгонка СОЖ с поверхности металлических частиц. На основе методов термодинамики необратимых процессов в [8] была получена система уравнений, описывающих взаимосвязанный тепло- и массоперенос в капиллярно-пористых телах с учетом фазовых превращений при условии, что общее изменение удельного влагосодержания тела *u* обусловлено переносом влаги и фазовым превращением жидкости в пар. В одномерном случае данная система имеет следующий вид:

$$c_p \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \rho \psi Q \frac{\partial u}{\partial t}, \tag{3}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\chi_1 \frac{\partial u}{\partial x} + \chi_1 \delta \frac{\partial T}{\partial x}\right), \tag{4}$$

где ψ – критерий фазового превращения, который чаще всего рассматривается как непрерывная функция координат или влагосодержания. Коэффициенты переноса в (3)–(4) зависят от влагосодержания *u* и температуры *T* [8]. Система уравнений (1)–(2) дополняется граничными условиями. Условия третьего рода на поверхности гетерогенной среды [9] записываются таким образом:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha\left(T_a - T\right) - Q(1-\psi)\rho\alpha_1(u-u_e), \tag{5}$$

$$\chi_1 \frac{\partial u}{\partial x} + \chi_1 \delta' \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha_1(u_e - u), \tag{6}$$

где α, α' – соответственно коэффициенты теплообмена и массообмена; T_a – температура среды; $u_в$ – равновесное влагосодержание. В случае углубления зоны испарения внутрь тела система уравнений (3)–(4) решается для каждой из зон, а величина $\psi(u)$ представляется в виде разрывной функции.

Если предположить, что в зоне испарения перемещается только пар и отсутствует градиент влагосодержания, а во влажной зоне влага представляет собой смесь пара и жидкости, то решение задачи обезвоживания и обезмасливания стружки сводится к решению уравнения теплопроводности в первой зоне и уравнений (3)–(4) во второй зоне. Поскольку влагосодержание каждой из зон не изменяется и во влажной зоне находится только жидкость, то для стружки, представляющей собой пористое тело, получаем задачу Стефана [7].

При высокоинтенсивных процессах испарения жидкости внутри влажного материала имеет место градиент общего давления влажного воздуха, появление которого объясняется тем, что капиллярно-пористое тело оказывает большое сопротивление фильтрационному движению парогазовой смеси. Перепад давлений, возникающий за счет испарения жидкости влажного воздуха, не релаксирует мгновенно [4]. Система уравнений тепло- и влагопереноса в этом случае видоизменяется, так как в выражении для суммарного потока влаги учитывается дополнительный член, пропорциональный градиенту давления. В уравнениях (3)–(4) появляется член, пропорциональный градиенту давления. Также система дополняется уравнением для давления парогазовой смеси внутри пористого тела [4, 8]. Однако рассматриваемый процесс нагрева стружки в силу низкого влагосодержания является слабоинтенсивным, и указанные эффекты могут не учитываться.

Наряду с наиболее простой теорией А. В. Лыкова для описания процессов тепло- и массопереноса в пористых телах [8, 9] используют более сложные теории, которые в отсутствие единого потенциала влагопереноса позволяют описать одновременное действие нескольких механизмов массопереноса. Наиболее распространенной теорией такого рода является теория многофазной фильтрации [4], в которой средние скорости движения жидкой и газообразной фаз представлены уравнениями, аналогичными (1). Движение каждой из фаз зависит от давления и взаимного расположения фаз в поровом пространстве.

Эффективные коэффициенты теплопереноса

Моделирование процессов переноса в пористых средах требует определения эффективного коэффициента теплопроводности среды λ_{ef} и коэффициента внутреннего теплообмена α_V [3, 9]. Теплообмен между единичной частицей для неконсолидированной твердой фазы и газовым потоком характеризуется коэффициентом теплообмена α, отнесенным к единице площади поверхности частицы. Следуя [10], можно ввести также коэффициенты внешнего (α_{out}) по отношению к частице и внутреннего ($\lambda_p f / d_s$) теплообмена, где фактор f = 10, 8, 6 соответствует частицам сферической, цилиндрической и пластинчатой формы. Тогда

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\alpha_{out}} + \frac{d_s}{\lambda_s f}. \quad (7)$$

Коэффициент α_{out} вычисляется по критериальным соотношениям, полученным в результате обобщения экспериментальных данных [11]:

$$\mathrm{Nu} = 2 + 1{,}1\ \mathrm{Re}^{0,6}\ \mathrm{Pr}^{1/3}, \quad (8)$$

где $\mathrm{Nu} = \alpha_{out} d_s / \lambda_g$; $\mathrm{Re} = \rho_g v_D d_s / \mu_g$; $\mathrm{Pr} = \mu_g / (\rho_g a_g)$, v_D – так называемая скорость Дарси – расход газа через единицу площади поперечного сечения пористого слоя. В [12] предлагаются другие критериальные соотношения, в которых критерии Нуссельта и Рейнольдса выражены через эффективный диаметр твердых частиц и зависят от пористости системы:

$$\mathrm{Nu}_{ef} = 0{,}395\,\mathrm{Re}_{ef}^{0,64}\,\mathrm{Pr}^{1/3}\ (\text{для } \mathrm{Re}_{ef} = 30 - 5\cdot 10^5,\ \mathrm{Pr} = 0{,}6 - 6\cdot 10^4), \quad (9)$$

$$\mathrm{Nu}_{ef} = 0{,}725\,\mathrm{Re}_{ef}^{0,47}\,\mathrm{Pr}^{1/3}\ (\text{для } \mathrm{Re}_{ef} = 30 - 2,\ \mathrm{Pr} = 0{,}6 - 10), \quad (10)$$

$$\mathrm{Nu}_{ef} = 0{,}515\,\mathrm{Re}_{ef}^{0,85}\,\mathrm{Pr}^{1/3}\ (\text{для } \mathrm{Re}_{ef} = 2 - 0{,}1,\ \mathrm{Pr} = 0{,}6 - 10). \quad (11)$$

Здесь $d_{ef} = 4\varepsilon / S_0(1-\varepsilon)$; $S_0 = S_p / V_p$ – отношение площади поверхности частицы к ее объему; $\mathrm{Re}_{ef} = \rho_g v_D d_{ef} / (\varepsilon \mu_g)$; $\mathrm{Nu}_{ef} = \alpha_{sg} d_{ef} / \lambda g$.

Для описания процессов переноса в стружке важно знать коэффициенты переноса и их зависимость от теплофизических и структурных свойств этой среды. Рассмотрим три механизма теплопереноса: кондуктивный, радиационный и конвективный при локальном тепловом равновесии между фазами среды (однотемпературное приближение).

Кондуктивный теплоперенос

Для исследования переносных свойств неоднородных сред используются различные теоретические методы, в частности метод обобщенной проводимости [5]. Согласно данному методу, вначале определяется теплопроводность каждой из фаз с учетом соответствующих граничных условий, а затем после усреднения по объему пористого тела– эффективный коэффициент теплопроводности λ_{ef}, равный коэффициенту пропорциональности между средним потоком тепла и средним градиентом температуры. Для приближенного замыкания процедуры расчета часто прибегают к геометрическому моделированию структуры пористого тела.

Передача тепла в пористых средах осуществляется следующими механизмами: 1) теплопроводность частиц материала; 2) теплопроводность жидкости или газа (при низких давлениях внутри пористого тела зависимость λ_{ef} от давления газа становится существенной); 3) контактная теплопроводность между частицами; 4) тепловое излучение от частицы к частице (при высоких температурах); 5) теплопроводность газового микрозазора между частицами. Эффективный коэффициент теплопроводности зависит как от коэффициентов теплопроводности каждой из фаз (λ_s, λ_f или λ_g), так и от структуры пористого тела [4]. Простейшие выражения для λ_{ef} получаются при рассмотрении системы, состоящей из чередующихся друг с другом плоских слоев твердого скелета и газа (или жидкости). Слои могут быть расположены как перпендикулярно направлению теплового потока (минимальное значение λ_{ef}), так и параллельно ему (максимальное значение λ_{ef}). Тогда соответственно

$$\frac{1}{\lambda_{ef}} = \frac{1-\varepsilon}{\lambda_s} + \frac{\varepsilon}{\lambda_g} \quad \Rightarrow \quad \lambda_{ef} = \frac{\lambda_s \lambda_g}{\varepsilon \lambda_s + (1-\varepsilon)\lambda_g}, \quad (12)$$

$$\lambda_{ef} = \varepsilon \lambda_g + (1-\varepsilon)\lambda_s. \quad (13)$$

Выражения (12)–(13) являются точными решениями уравнения Лапласа для однородного потока и однородного поля [13].

Для определения контактной теплопроводности $\lambda_к$ зернистых материалов, к каковым относится, например, чугунная стружка, в [14] предлагается следующая формула:

$$\lambda_к = 3{,}37(1-\varepsilon)^{4/3}\lambda_s\left(\frac{p}{E}\right)^{1/3} + \lambda_{св}, \tag{14}$$

где E – модуль Юнга, Н/м^2; p – удельная нагрузка (давление) на материал, определяемая наличием дополнительной внешней нагрузки; $\lambda_{св}$ – контактная теплопроводность в состоянии свободной засыпки. Для λ_{ef} в [15] рекомендовано выражение, в котором учитываются контактная теплопроводность, передача тепла по микрозазору, лучистый теплоперенос:

$$\frac{\lambda_{ef}}{\lambda_s} \approx \frac{1}{\frac{1}{(h/L)^2} + A} + \frac{\left(\lambda_g + B_2\right)}{\lambda_s}\left(1 - h/L\right) + \frac{2}{1 + \frac{h}{l} + \frac{\lambda_s L}{\lambda_g h}}, \tag{15}$$

где h – ширина ячейки; l – высота поры; $L = l + h$. Отношение h/l является функцией пористости системы. Величина A определяет влияние контакта между двумя соседними частицами и лучистого теплопереноса на эффективную теплопроводность пористой среды:

$$A = \left\{\frac{\lambda_k}{\lambda_s} + \frac{1}{4}\left[\frac{\lambda_g}{\lambda_s B_1} + \frac{B_2}{\lambda_s}\right]\left(\frac{h}{l}\right)^2 \cdot 10^3\right\}^{-1}, \tag{16}$$

где величины $B_1 \approx 1{,}5 - 2{,}0$; $B_2 = 2\varepsilon_r^2\sigma T^3 l$ (σ – постоянная Стефана-Больцмана; ε_r – степень черноты поверхности пор) учитывают наличие микрошероховатости частиц и передачу тепла излучением. Влияние излучения является существенным при глубоком вакууме и достаточно высоких температурах.

Для пористых металлов [16] $\lambda_{ef} = \lambda_s(1-\varepsilon)^2$ при $\varepsilon > 0{,}4$ и $\lambda_{ef} = \lambda_s(1 - 1{,}5\varepsilon)$ при $\varepsilon < 0{,}6$. Для образцов из металлических волокон

$$\frac{\lambda_{ef}}{\lambda_s} = 0{,}25\left\{1 - (2v+1)\varepsilon + \sqrt{\left[1-(2v+1)\varepsilon\right]^2 + 8v(1-\varepsilon)}\right\}, \tag{17}$$

где v – относительный линейный размер контакта между волокнами, равный отношению линейного размера контакта к диаметру волокна. При $v \to 0$ из (17) получаем выражение $\lambda_{ef} = 0{,}5\lambda_s(1-\varepsilon)$, которое удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными при $\varepsilon > 0{,}55$.

Радиационный теплоперенос

Этот механизм теплопереноса особенно существенен для стружки, представляющей собой неоднородную пористую среду, особенно при высоких температурах нагрева и пористости стружки [5]. Стружка представляет собой полупрозрачную изотропную среду, в которой происходят поглощение, испускание и рассеяние лучистой энергии. Интенсивность излучения связана с уровнем локального результирующего радиационного потока в объеме стружки. Интегральный и монохроматический поток обозначим далее символами I, I_λ.

Полное ослабление излучения на малом отрезке пути *dl* равно сумме поглощения и рассеяния и пропорционально интенсивности I_λ:

$$\beta_\lambda I_\lambda dl = \alpha_\lambda I_\lambda dl + \gamma_\lambda I_\lambda dl; \quad \beta_\lambda = \alpha_\lambda + \gamma_\lambda, \tag{18}$$

где $\alpha_\lambda, \gamma_\lambda, \beta_\lambda$ – соответственно объемные спектральные коэффициенты поглощения, рассеяния и ослабления. Оптическая толщина среды $\tau_{\lambda l}$ равна произведению монохроматического или спектрального коэффициента поглощения на толщину среды *l*:

$$\tau_{\lambda l} = \alpha_\lambda l. \tag{19}$$

Если $\tau_{\lambda l} >> 1$, то излучающую среду рассматривают как некоторый континуум фотонов и называют оптически толстым слоем. Когда $\tau_{\lambda l} << 1$, то фотоны, испускаемые любым элементом среды, непосредственно попадают на ограничивающие поверхности без промежуточного поглощения в среде. Здесь среда не поглощает своего собственного излучения, но может поглощать излучение, испускаемое ограничивающими поверхностями. Такая модель среды носит название оптически тонкого слоя. Предельный случай $\tau_{\lambda l} = 1$ означает, что фотоны перемещаются от поверхности к поверхности без промежуточного поглощения или испускания. При совместном переносе энергии в высокопористом теле теплопроводностью и излучением необходимо учитывать лучистый поток $q_Л$. Закон Фурье для полного потока формулируется так:

$$q = -\lambda_М \operatorname{grad} t + q_Л, \tag{20}$$

где $\lambda_М$ – кондуктивная (или молекулярная) теплопроводность. Уравнение Фурье имеет вид

$$c\rho\frac{\partial t}{\partial\tau}=\operatorname{div}\left(\lambda\operatorname{grad}t\right)-\operatorname{div}q_Л\,. \tag{21}$$

Для стационарной задачи и постоянной теплопроводности ($\lambda=\mathrm{const}$)

$$\lambda_М\nabla^2 t=\operatorname{div}\left(q_Л\right). \tag{22}$$

Для определения $q_Л$ применительно к поглощающей (П), испускающей (И) и рассеивающей (Р) среде (ПИР-среда) приходится рассматривать достаточно сложные интегральные выражения, которые совместно с (22) приводят к необходимости анализа интегродифференциальных уравнений [17]. Рассмотрим простейший случай переноса теплоты в ПИР-среде (в данном случае это стружка), ограниченной плоскими диффузными поверхностями, в так называемом «сером» приближении, когда $\beta_\lambda=\beta,\alpha_\lambda=\alpha,\gamma_\lambda=\gamma$, причем эти коэффициенты не зависят от температуры. Уравнение (22) для этого случая представим в виде

$$\frac{d}{dy}\left(\lambda_М\frac{dt}{dy}-q_Л\right)=0\,. \tag{23}$$

Интегрируя уравнение (23), получаем выражение для удельного потока между поверхностями 1 и 2:

$$q=-\lambda_{\grave{\imath}}\,\frac{dt}{dy}+q_Л=\mathrm{const}\,. \tag{24}$$

Представим удельный поток q в виде $q=\lambda_{ef}(T_2-T_1)/l$, тогда

$$\lambda_{ef}=\left(q_Л-\lambda_M\frac{\partial T}{\partial y}\right)l/(T_2-T_1)\,. \tag{25}$$

Значение $T\left(y\right)$ зависит от физических параметров $\lambda_М,\alpha,\gamma,n$ и, кроме того, от степеней черноты ε_1 и ε_2, ограничивающих диффузные поверхности. От тех же величин зависят тепловые потоки $q_Л$ и $-\lambda_М dT/dy$, а следовательно, и эффективная теплопроводность λ_{ef}. Коэффициент λ_{ef} для металлической стружки нельзя рассматривать как величину, однозначно характеризующую кондуктивные и радиационные свойства полупрозрачного вещества: λ_{ef} зависит не только от физических свойств среды, но и от формы, размеров тела, от внешних условий лучистого теплообмена (ε_1, ε_2, степени диффузности поверхностей и т. д.). При этом радиационная и кондуктивная доли полного потока теплоты оказываются в общем случае неаддитивными. Этот вывод следует из взаимосвязи членов $q_Л$ и $-\lambda_М dT/dy$ в уравнении (25). Однако в частных случаях лучистая и молекулярная доли полного потока теплоты оказываются аддитивными или близкими к аддитивным, и тогда задача упрощается.

Для оптически тонкого плоского слоя справедливо следующее выражение для потока радиации $q_Л$ [5]:

$$q_Л=\left[\sigma\left(T_1^4-T_2^4\right)\right]\left(\varepsilon_1^{-1}+\varepsilon_2^{-1}-1\right)^{-1}, \tag{26}$$

где σ = 5,67 · 10^{-8} Вт/(м^2 · К^4) – постоянная Стефана-Больцмана. Это позволяет представить (25) в виде:

$$\lambda_{ef}=\lambda_М+\sigma l\varepsilon_{ПР}\frac{T_1^4-T_2^4}{T_1-T_2},\;\;\varepsilon_{ПР}=\varepsilon_1^{-1}+\varepsilon_2^{-1}-1\,. \tag{27}$$

Если T_1-T_2 малая величина, а степени черноты ε_1 и ε_2 превышают 0,8, то можно пользоваться приближенным выражением

$$\lambda_{ef}=\lambda_М+\lambda_Л=\lambda_М+0{,}227\varepsilon^2 l\left(\overline{T}/100\right)^3,\;T=0{,}5\left(T_1+T_2\right). \tag{28}$$

Из приведенных формул следует, что полный поток не зависит от коэффициентов α и γ, а теплопроводность равна сумме кондуктивной (молекулярной) и радиационной составляющих. Для оптически толстого слоя ПИР-среды [17]

$$\lambda_{ef}=\lambda_М+\frac{16n_{ПР}^2\sigma T^3}{3\beta}\,. \tag{29}$$

Для промежуточного случая, когда среда не относится ни к оптически толстому, ни к оптически тонкому слою, радиационная составляющая $\lambda_Л$ рассчитывается по формуле Польтца [5]:

$$\lambda_Л=\frac{16}{3}\frac{n_{ПР}^2\sigma T^3}{\beta}Y\left(\varepsilon,\tau\right),\quad\tau=\alpha l\,, \tag{30}$$

где Y – функция оптической толщины образца τ и степени черноты ограничивающих поверхностей ε [18].

Расчеты показали, что для плоского слоя толщиной 5 мм в диапазоне температур $400 \le T \le 1500$ K и степеней черноты $0{,}1 \le \varepsilon \le 1{,}0$ при плотности теплового потока до $7{,}5 \cdot 10^3$ Вт/м^2 формула (30) приводит к погрешности не более 10%. С ростом оптической толщины погрешность возрастает до 20%, однако и в этом случае можно использовать формулу (30). Влияние селективности поглощения (зависимость от длины волны) наиболее ощутимо при оптической толщине слоя 0,5–1,0, расхождения в расчете температурного поля в этом случае достигают 45%, но быстро уменьшаются при иных значениях τ.

Если в высокопористых телах длина свободного пробега фотона Λ значительно меньше толщины пористого слоя (что справедливо для стружки), то процесс переноса энергии излучения можно рассматривать как диффузионный. Для оптически толстого слоя в приближении Росселанда перенос излучения запишем одним уравнением теплопроводности с коэффициентом лучистой теплопроводности λ_R [4]:

$$\lambda_R = \varepsilon \frac{16}{3} \sigma T^3 \Lambda = \frac{64}{9} \sigma T^3 \frac{\varepsilon^2}{1-\varepsilon} r, \qquad (31)$$

где r – характерный размер (радиус) твердых включений в высокопористом теле. Это выражение наиболее адекватно для стальной стружки пористостью около 90%.

Конвективный теплоперенос

Рассмотрим естественную конвекцию в пористых материалах, которая возникает при определенных соотношениях давления газа, градиента температур, размеров сообщающихся пор. Систематические исследования в этой области начались в пятидесятых годах прошлого века и были направлены в первую очередь на определение условий возникновения конвекции в пористых материалах. В результате было предложено неравенство

$$\frac{g\beta \Delta T \delta k}{\nu a} > 4\pi^2 \approx 40, \qquad (32)$$

где $\Delta T, \delta$ – разность температур стенок пор и их размер; ν, a, β – кинематическая вязкость, температуропроводность и коэффициент термического расширения газа или жидкости в поре; k – коэффициент проницаемости при ламинарном течении газа; g = 9,81 м/с^2. Численное решение системы уравнений, характеризующих теплообмен в пористой среде [5], позволило получить критериальные выражения, связывающие число Nu^* с фильтрационным числом Рэлея Ra^*:

$$\mathrm{Nu}^* = f(\mathrm{Ra}^*, L/h, A), \quad \mathrm{Nu}^* = \lambda_{ef} / \lambda^*, \quad \mathrm{Ra}^* = \frac{g\beta\rho c_p L \Delta T k}{\nu \lambda^*}, \qquad (33)$$

где λ_{ef}, λ^* – коэффициенты теплопроводности пористой среды с учетом и без учета конвекции; L, h – высота и ширина пористого слоя; A – угол между нормалью к поверхности и направлением силы тяжести; ρ, c_p – плотность и удельная теплоемкость газа или жидкости. Если пористую среду заполняет газ, описываемый уравнением состояния $p = \rho R T$, то, согласно [18], фильтрационное число Рэлея:

$$\mathrm{Ra}^* = \frac{g\beta L k c_p \Delta T \, \bar{p}^2}{\mu \lambda R^2 T} = \mathrm{Ra}\mathrm{Da} \frac{\lambda_g}{\lambda^*} \bar{p}^2 f(\bar{p}). \qquad (34)$$

Число Рэлея Ra^* в свою очередь равно произведению чисел Грасгофа Gr и Прандтля Pr:

$$\mathrm{Ra} = \mathrm{Gr}\,\mathrm{Pr} = \left(\frac{g\beta L^3 \Delta T}{\nu^2}\right)\left(\frac{\nu\rho c_p}{\lambda^*}\right). \qquad (35)$$

Через Da в (34) обозначено число Дарси:

$$\mathrm{Da} = k / L^2, \qquad (36)$$

где $\bar{p} = p / p_0$ – отношение давлений (p_0 = 105 Па); $f(\bar{p})$ – поправка, учитывающая изменение физических свойств газа $\lambda_г, \mu_г, c_p, \beta$ в зависимости от давления; $\lambda_г$ – теплопроводность газа.

Авторы [8] получили зависимости типа (34). Оценка критического числа Рэлея $\mathrm{Ra}^*_{кр}$, при котором возникает конвекция, также одинакова:

$$\mathrm{Ra}^*_{кр} \ge 4\pi^2 \approx 40. \qquad (37)$$

Отмечается резкое возрастание интенсивности теплообмена в пористых материалах с повышением давления газообразной среды, например, в (34) критерий Ra^* пропорционален квадрату давления. Критериальные уравнения, полученные в указанных работах, являются незамкнутыми, так как отсутствуют практические рекомендации по расчету коэффициентов проницаемости k и теплопроводности λ^*. В работе [5] на основании обработки и аппроксимации результатов измерений, а также анализа теоретических работ предложены следующие зависимости для расчета интенсивности теплообмена:

а) в горизонтальных слоях волокнистых материалов:

$$\begin{aligned} &\text{при } \mathrm{Ra}^* \le 40 && \mathrm{Nu}^* = 1, \\ &\text{при } 40 < \mathrm{Ra}^* < 400 && \mathrm{Nu}^* = 0{,}4\left(\mathrm{Ra}^*\right)^{0{,}5} - 1{,}5, \\ &\text{при } 400 \le \mathrm{Ra}^* < 1\cdot 10^4 && \mathrm{Nu}^* = 0{,}17\left(\mathrm{Ra}^*\right)^{0{,}5} + 2{,}8; \end{aligned} \tag{38}$$

б) в горизонтальных слоях зернистых материалов:

$$\begin{aligned} &\text{при } \mathrm{Ra}^* \le 40 && \mathrm{Nu}^* = 1; \\ &\text{при } 40 < \mathrm{Ra}^* < 6000 && \mathrm{Nu}^* = 4{,}78\left(\mathrm{Ra}^*\right)^{0{,}5} - 9. \end{aligned} \tag{39}$$

Оценка фильтрационного числа Рэлея в стружке при ее нагреве в муфельной печи показывает, что $\mathrm{Ra}^* < 1$, поэтому конвективной составляющей эффективной теплопроводности в стружке можно пренебречь.

Выводы

Отметим, что приведенные выше выражения, описывающие вклад различных механизмов тепло- и массопереноса в эффективную теплопроводность пористых тел, с достаточной для практических приложений точностью можно применить для расчета процессов нагрева, обезвоживания и обезмасливания металлической стружки. В последующих работах будут представлены физико-математическая модель этих процессов и численный алгоритм ее решения. Рассмотренные выражения для эффективных коэффициентов теплопереноса будут использованы в качестве базовых в приближении взаимопроникающих континуумов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Способ брикетирования металлической стружки и устройство для его осуществления: Пат. Респ. Беларусь, № 8755.
2. **Дьяконов, О.М.** Совершенствование процесса термохимического модифицирования металлических отходов // Весці НАН Беларусі. Сер. хім. навук. 2006. № 3. С. 113–116.
3. **Kaviany, M.** Principles of heat transfer in porous media / M. Kaviany. New York: Springer-Verlag, 1991. 192 с.
4. **Павлюкевич, Н.В.** Введение в теорию тепло- и массопереноса в пористых средах / Н.В. Павлюкевич. Минск: Изд-во ИТМО НАН Беларуси, 2002. 140 с.
5. **Дульнев, Г.Н.** Процессы переноса в неоднородных средах / Г.Н. Дульнев, В.В. Новиков. Л.: Энергоатомиздат, 1991. 248 с.
6. **Матрос, Ю.Ш.** Нестационарные процессы в каталитических реакторах / Ю.Ш. Матрос. Новосибирск: Наука, 1982. 258 с.
7. **Ярин, Л.П.** Основы теории горения двухфазных сред / Л.П. Ярин, Г.С. Сухов. Л.: Энергоатомиздат, 1987. 237 с.
8. **Лыков, А.В.** Теория сушки / А.В. Лыков. М.: Энергия, 1968. 472 с.
9. **Лыков, А.В.** Тепломассообмен: справ. / А.В. Лыков. М.: Энергия, 1973. 480 с.
10. **Dixon, A.G.** Heat and mass transfer in porous materials / A.G. Dixon, D.I. Cresswell // Heat and Mass Transfer. New York: Gordon and Breach Science. 1979. Vol. 25. No 4. P. 663–676.
11. **Wakao, N.** Heat and Mass Transfer in Packed Beds / N. Wakao, S. Kaguei // Heat and Mass Transfer. New York: Gordon and Breach Science. 1982. Vol. 21. No 2. P. 37–46.
12. **Аэров, М.Э.** Аппараты со стационарным зернистым слоем. Гидравлические и тепловые основы работы / М.Э. Аэров, О.М. Тодес, Д.А. Наринский. Л.: Химия, 1979. 176 с.
13. **Мандель А.М.** Аналитический расчет проводимости резко неоднородных сред с учетом перколяционных явлений / А.М. Мандель // ИФЖ. 1999. Т. 72. № 1. С. 61–65.
14. **Каганер, М.Г.** Тепловая изоляция в технике низких температур / М.Г. Каганер. М.: Машиностроение, 1966. 275 с.
15. **Васильев, Л.Л.** Теплофизические свойства пористых материалов / Л.Л. Васильев, С.А. Танаева. Минск: Наука и техника, 1971. 267 с.
16. **Белов, С.В.** Пористые металлы в машиностроении / С.В. Белов. М.: Машиностроение, 1981. 248 с.
17. **Спэрроу, Э.М.** Теплообмен излучением / Э.М. Спэрроу, Р.Д. Сесс. Л.: Энергия, 1971. 296 с.
18. **Власюк, М.П.** Исследование переноса тепла при естественной конвекции в проницаемых пористых материалах / М.П. Власюк, В.И. Полежаев // Тепло- и массоперенос. Минск, 1972. Т. 1. Ч. 2. С. 366–373.