

**Аналитическое моделирование процесса оптимизации  
конструкторских размерных цепей**

Соломахо В.Л., Анисимов В.Я., Соколовский С.С.,  
Спесивцева Ю.Б.

Белорусский национальный технический университет

Особое значение в современных условиях приобрели вопросы экономического обоснования технических решений, связанных, в частности, с обеспечением высокой точности. Выбор обоснованного допуска из большого числа возможных вариантов должен осуществляться на основе некоторого принципа оптимальности. Критерием оптимальности решения может служить принцип минимальности затрат общественно-необходимого труда, обусловленного выполнением данной технологической операции. Определение оптимального ряда допусков, позволяющих минимизировать общую стоимость изготовления узла, может быть охарактеризовано как минимизация некоторой нелинейной функции с линейными или нелинейными ограничениями на нее. Современные методы расчета допусков позволяют связать погрешность замыкающего звена с погрешностями составляющих звеньев размерной цепи. Применительно к выбору допусков задача ставится так: выбрать такие допуски на каждый элемент размерной цепи, чтобы допуск на выходе цепи равнялся заданному, а суммарная стоимость всех элементов цепи с выбранными допусками была наименьшей.

Для решения задачи оптимизации допусков необходимо иметь:

1. Уравнение размерной цепи, связывающее допуск исходного размера  $\delta_j$  с допусками  $\delta_i$  составляющих звеньев размерной цепи.

2. Зависимость между технологической себестоимостью и допуском составляющего звена размерной цепи. При этом, естественно, предполагается, что стоимость каждого элемента в какой-то степени зависит от выбранного допуска. Эта зависимость может быть задана аналитически, графически или таблично и может представлять собой непрерывную функцию в определенных пределах или носить дискретный характер.

3. Поле допуска  $\delta_{\Delta}$  исходного размера размерной цепи, точность определения которого определяет допуски составляющих звеньев.

В настоящей работе рассмотрим два подхода к определению допусков размеров деталей — метод максимума-минимума и вероятностный метод. При этом метод максимума-минимума является первым приближением и основой для дальнейшего расчета по вероятностному методу.

При методе максимума-минимума задача сводится к минимизации функции суммарной себестоимости  $S_{\Delta}$ , которая, в свою очередь, является функцией допусков  $\delta_i$ , при линейном ограничении на допуски составляющих звеньев размерной цепи:

$$\delta_{\Delta} = \sum_{i=1}^n \delta_i \xi_i, \quad (1)$$

В вероятностном методе расчета линейное ограничение (1) должно быть заменено на нелинейное

$$\delta_{\Delta} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \xi_i^2 k_i^2 \delta_i^2}, \quad (2)$$

где  $\delta_{\Delta}$  - поле допуска размера замыкающего звена;

$\xi_i$  - передаточное отношение, связывающее  $i$ -ое составляющее звено и замыкающее звено размерной цепи. Ограничимся в начале только линейными размерными цепями, т.е.  $\xi_i \pm 1$ .

$k_i$  - коэффициент относительного рассеивания  $i$ -го звена;

$\delta_i$  - поле допуска  $i$ -го звена.

Целевая функция имеет вид

$$S_{\Delta} = \sum_{i=1}^n S_i \rightarrow \min. \quad (3)$$

Будем считать известной зависимость стоимости  $S_i$  каждого элемента от допуска  $\delta_i$ , т. е. считаем известными функции, описывающие стоимость каждого элемента от допуска.

$$S_i = F(\delta_i), i = 1, \dots, n. \quad (4)$$

Рассмотрим случай, когда каждая из этих функций непрерывна и дифференцируема или может быть

аппроксимирована в некоторых пределах такой функцией. Для указанного интервала изменения  $\delta$  зависимость стоимости от допуска достаточно точно может быть аппроксимирована выражением

$$S_i(\delta_i) = A_i + C_i \cdot \delta_i^{P_i}, i = 1, \dots, n. \quad (5)$$

При подстановке выражения (5) в (3) оно примет вид

$$S_{\Delta}(\delta_i) = \sum_{i=1}^n A_i + C_i \cdot \delta_i^{P_i}, \quad (6)$$

Отметим, что заменой переменных задача оптимизации по вероятностному методу может быть сведена к подобной задаче по методу максимума-минимума. Перейдем к новым переменным  $B_i$  и  $B_{\Delta}$

$$B_i = \xi_i^2 k_i^2 \delta_i^2 \quad (7)$$

$$B_{\Delta} = \delta_{\Delta}^2. \quad (8)$$

Тогда уравнения (2), (3) примут вид

$$B_{\Delta} = \sum_{i=1}^n B_i \quad (9)$$

$$S(B_i) = \sum_{i=1}^n A_i + C_i^* \cdot B_i^{P_i^*}, \quad (10)$$

где  $P_i^* = P_i/2$ , а  $C_i^* = \frac{C_i k_{\Delta}^{P_i}}{k_i^{P_i}}$ , то есть вид аналогичный (1) и

(6), по этой причине ограничимся решением более простой задачи оптимизации допусков по методу максимума-минимума. Наиболее удобным способом решения задачи данного класса

является метод множителей Лагранжа. Итак, используя ограничение (9) и минимизируя (10) будем иметь по методу Лагранжа

$$\frac{\partial S_i(B_i)}{\partial B_i} - \lambda = 0. \quad (11)$$

Оптимальная суммарная стоимость элементов цепи получится в том случае, когда все производные зависимости стоимости  $S_i$  от величин  $B_i$  будут одинаковы. Подставим в (9) выраженные из (11) допуски составляющих звеньев.

$$B_i = \exp \left[ \frac{1}{p_i^* + 1} \cdot \ln \left( \frac{\lambda}{C_i^* p_i^*} \right) \right]. \quad (12)$$

Просуммируя все  $B_i$ , получим для допуска замыкающего звена уравнение

$$B_{\Delta} = \sum_{i=1}^n \exp \left[ \frac{1}{p_i^* + 1} \cdot \ln \left( \frac{\lambda}{C_i^* p_i^*} \right) \right], \quad (13)$$

которое может быть решено относительно  $\lambda$  с помощью какого-либо численного метода, например, методом Ньютона. Далее, подставляя полученное значение  $\lambda$  в (12) найдем соответствующие им значения  $B_i$ .

Изложенный метод расчета допусков позволяет обоснованно назначать наиболее рациональные допуски на звенья размерной цепи. Этот метод вовсе не исключает возможности другого подхода к расчету допусков. В реальных условиях может оказаться, что при выполнении какой-либо операции главное значение, будет иметь фактор производительности. На выбор метода обработки, а следовательно, на выбор допусков может оказывать влияние ряд факторов, специфических только для данного предприятия, т. е. наличный парк оборудования, квалификация рабочих, организационная структура цехов и др. Все эти конкретные факторы могут и должны учитываться при определении окончательных значений допусков. Однако и в этих случаях реальные условия конкретного предприятия и предлагаемый метод определения допусков не исключают, а дополняют друг друга.