

Полученная в результате исследований информация может быть использована для контроля дефектов сплошности в металлических образцах в режиме импульсной или телевизионной (мониторной) индикации как в случае сквозных отверстий, так и внутренних, скрытых дефектов различных конфигураций, а также при разработке устройств экранирования электромагнитных полей.

УДК 621.315.592

**Расчет поглощения оптического излучения вблизи края  
фундаментального поглощения в однородном  
электрическом поле**

Бобученко Д.С.

Белорусский национальный технический университет

Электроотражение и электропоглощение оптического излучения от полупроводников и изоляторов является мощным диагностическим инструментом для анализа зонной структуры этих материалов. Для обработки экспериментальных результатов необходимо знание зависимостей коэффициентов отражения и поглощения от напряженности приложенного электрического поля.

В данной работе представлены численные расчеты коэффициента оптического поглощения для прямых экситонных переходов в однородном электрическом поле.

Вблизи края фундаментального оптического поглощения, поле падающего излучения приводит к возбуждению внутри полупроводника электрон-дырочной пары. Притяжение между электроном и дыркой приводит к корреляции их движения, результирующая электрон-дырочная пара называется экситоном. В большинстве полупроводников кулоновское взаимодействие сильно экранируется валентными электронами вследствие большой диэлектрической постоянной. В результате электроны и дырки связаны слабо. Поведение экситонов можно рассчитать в приближении эффективной массы [1]:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 - k\frac{e^2}{r} + eFz\right)U(r) = EU(r), \quad (1)$$

где  $\mu = m_e m_h / (m_e + m_h)$  - эффективная масса экситона,  $E$  - энергия, отсчитываемая от дна зоны проводимости,  $F$  - напряженность однородного электрического поля,  $r$  - относительная координата. В этом приближении электрон и дырка рассматриваются как две движущиеся частицы с эффективными массами зоны проводимости и валентной зоны. Измеряя энергию в экситонных ридбергах  $R = \mu k^2 e^2 / 2h^2$ , а расстояния в экситонных боровских радиусах  $a = h^2 / (\mu e^2 k)$  уравнение эффективной массы будет иметь вид:

$$\left( -\nabla^2 - \frac{e^2}{r} + fz \right) U(r) = EU(r) \quad (2)$$

здесь напряженность электрического поля выражается как

$$f = \frac{F}{(R/|e|a)}$$

Решение уравнения (2) в параболических координатах может быть записано в виде:

$$U(r) = \frac{\chi_1(u)\chi_2(\eta)}{(u\eta)^{1/2}} e^{im\phi}$$

а функции  $\chi_1$  и  $\chi_2$  являются решениями уравнений:

$$\frac{d^2 \chi_1}{du^2} + \left( \frac{1-m^2}{4u^2} + \frac{t}{u} + \frac{E}{4} - \frac{fu}{8} \right) \chi_1 = 0 \quad (3a)$$

$$\frac{d^2 \chi_2}{d\eta^2} + \left( \frac{1-m^2}{4\eta^2} + \frac{1-t}{\eta} + \frac{E}{4} + \frac{f\eta}{8} \right) \chi_2 = 0 \quad (3b)$$

Граничные условия для уравнений (3) для ненормированной волновой функции [1,2]

$$\chi_1(u) = u^{(m+1/2)} \left\{ 1 - \frac{ut}{1+|m|} + O(u^2) \right\} \quad \text{при} \quad u \rightarrow 0 \quad (4a)$$

$$\chi_1(u) = \frac{\exp\left[-\frac{2}{3} f^{1/2} \left(-\frac{E}{f} + \frac{u}{2}\right)^{3/2}\right]}{\left[-\frac{E}{f} + \frac{u}{2}\right]^{1/4}} \quad \text{при} \quad u \rightarrow \infty \quad (4b)$$

$$\chi_2(\eta) = \eta^{(m+1/2)} \left\{ 1 - \frac{\eta(1-t)}{1+|m|} + O(\eta^2) \right\} \quad \text{при} \quad \eta \rightarrow 0 \quad (4в)$$

$$\chi_2(\eta) = \frac{A}{\left[\frac{E}{f} + \frac{\eta}{2}\right]^{1/4}} \sin \left\{ \frac{2}{3} f^{1/2} \left( \frac{E}{f} + \frac{\eta}{2} \right)^{3/2} + \gamma \right\} \quad \eta \rightarrow \infty \quad (4z)$$

Коэффициент поглощения может быть записан [1,2]

$$K = \frac{2\pi e^2}{m^2 c \eta' v} |P_{cv}|^2 \sum_{n=0} |U_n(0)|^2 \delta(E - E_n), \quad (5)$$

где  $|P_{cv}|$  - матричный элемент электрического дипольного перехода;  $U(0)$  - решение уравнения эффективной массы;  $\eta'$  - показатель преломления. В экспериментах представляет интерес часто не само значение коэффициента поглощения, а ее изменение вызванное электрическим полем. Введем "функцию поглощения":

$$\Phi(E, f) = \sum_{n=0} |U_n(0)|^2 \delta(E - E_n) = \left( \frac{2}{\pi^2 f} \right)^{1/2} \sum_{n=0} H_n^{-1} A_n^{-2} \quad (6)$$

$$H_n(E, f) = \int_0^\infty \left[ \frac{\chi_1^2(u)}{u} \right] du - \text{фактор нормализации для } \chi_1; A_n - \text{фактор}$$

нормализации для  $\chi_2$ . Из правил отбора следует, что решения только с  $m=0$  дают вклад в функцию поглощения.

Методика численных расчетов заключалась в следующем: 1) используя численную схему Ньюмера [3], решалось уравнение (3а) с граничным условием (4б) извне внутрь с критерием правильности решения  $\chi_1(u) \rightarrow 0$  при  $u \rightarrow 0$  и определялись собственные значения  $t_n$ ,  $n$  - мода, число нулей в функции  $\chi_1$ ; 2) затем определялся фактор нормализации  $H_n$ ; 3) используя численную схему Ньюмера, решалось уравнение (3б) с граничным условием (4в) изнутри. На достаточно расстоянии  $\eta$ , определялось  $\gamma$  и фактор нормализации  $A_n$ ; 4) вычислялась функция поглощения  $\Phi(E, f)$ .

На рисунке 1а приведены собственные значения  $t$  в зависимости от энергии при  $f=1$  для трех мод. На рисунке 1б представлены обратные факторы нормализации  $H_n$  как функция энергии при  $f=1$  для различных мод. На рисунке 1в представлены обратные факторы нормализации  $A_n^{-2}$  как функция энергии при  $f=1$  для различных мод. На рисунке 1г

приведена функция поглощения в зависимости от энергии при  $f=1$

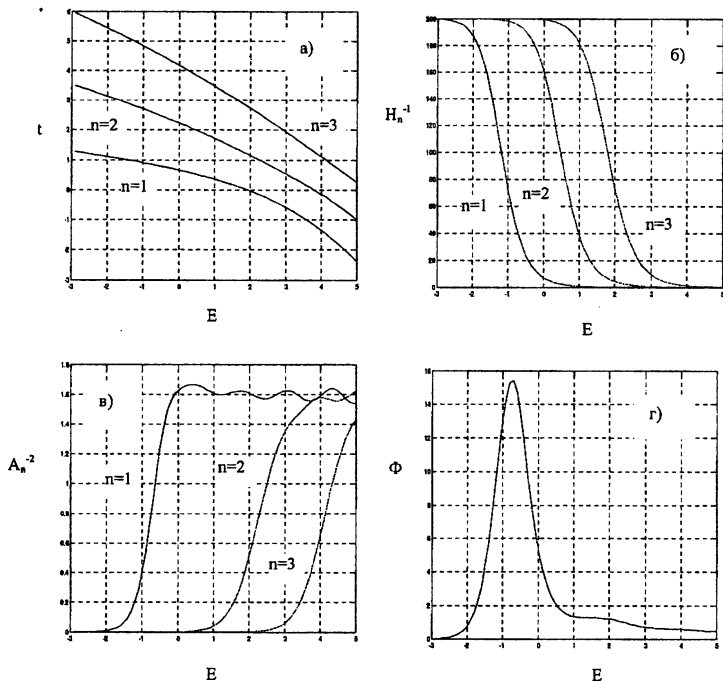


Рис.1. (а) зависимость  $t$  от энергии при  $f=1$  для трех мод; (б) зависимость  $1/H_n$  как функция энергии при  $f=1$  для различных мод; (в) зависимость  $A_n^{-2}$  от энергии при  $f=1$  для различных мод; (г) приведена функция поглощения в зависимости от энергии при  $f=1$

### Литература

1. Ralph, H.L. On the theory of the Franz-Keldysh effect. J.Phys.C., 1968, 1, 378-386.
2. Fauchier, J., Dow J.D. On analytical approach to the hydrogen Stark effect in weak, strong and ultrastrong fields. Phys.Rev.A, 1974, 9, 98-107.
3. Cooley, J.W. An improved eigenvalue corrector formula for solving the schrodinger equation for central fields. Math. Tabl. Comput., 1961, 15, 363-374.