УДК 51(07.07)

Методические аспекты преемственности в преподавании математики в школе и вузе

Ревтович В.Н., Чернявская С.В.
Белорусский национальный технический университет

Преемственность как связь между предметами и явлениями в процессе их развития рассматривается в качестве действенного инструмента управления процессом обучения. Являясь одним из общепедагогических принципов, она проявляется в содержании обучения, его структуре, построении методической системы.

Методические аспекты преемственности обучения математике можно свести к следующим:

преемственность как выражение внутренних и межпредметных связей в процессе обучения;

преемственность содержания и методики обучения;

преемственность обучения в школе, ссузах и вузах;

преемственность требований, предъявляемых в школе и на вступительных экзаменах (тестировании) в ссузах и вузах.

Преемственность обучения математике в системе непрерывного образования осуществляется различными формами: при помощи школ с математическим уклоном, факультативов, классов, классов с расширенным изучением математики, участия школьников в олимпиадах, посещения ими школ юных математиков (при вузах), поиск одаренных школьников.

При изложении математики необходимо, по возможности, строго обосновать наиболее важные теоретические вопросы, которые в высшей математике считаются уже известными, но в школьном курсе не излагались с надлежащей полнотой и точностью. К таким темам относятся, например, эквивалентность уравнений и неравенств, приближенные вычисления, теория элементарных функций, теория векторов, геометрические преобразования, изображение проекций фигур и др.

Курс математики в средней школе для обеспечения преемственности требует более полного обоснования ряда методов, широко применяющихся как в элементарной, так и в высшей математике, например, методы решения различных уравнений и неравенств, геометрических задач на построение, тождествен-

ного преобразования алгебраических и тригонометрических выражений, метод математической индукции и др.

Тема «Векторы» является таким разделом, который изучается как в элементарной так, и высшей математике. В средней школе эту тему изучают в 11 классе (Шлыков В.В.), в 8 и 11 классе (Погорелов А.В.). Векторы и действия над ними изучают на плоскости и в трехмерном пространстве. В высшей математике в разделе «Аналитическая геометрия» также проходят векторы в пространстве R^2, R^3, а затем в пространстве R^n.

В учебнике геометрии А.В. Погорелова данной теме отводится один параграф. В нем рассматриваются некоторые первоначальные понятия, такие как: представление о векторе на плоскости как направленном отрезке, основные операции с векторами, в геометрической и координатной форме. Вводится определение скалярного произведения как суммы произведений соответствующих координат умножаемых векторов, что, строго говоря, не является таковым в произвольном базисе. Завершается параграф упоминанием о разложении вектора по ортам в декартовой системе координат на плоскости.

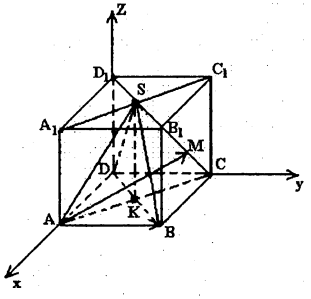
Ряд задач, предложенных для решения, дает слабое представление о важности этой темы и ее месте в курсе геометрии, о возможности с помощью векторов решать ряд сложных планиметрических задач (например, о нахождении угла между медианами треугольника, о пропорциональном делении медианой треугольника биссектрисы, проведенной из другой вершины и т.п.).

Еще одно упоминание о векторах в пространстве делается мимоходом, а ведь с их помощью можно найти угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, выяснить, будут ли данные плоскости перпендикулярны и т.д. Известно, что работа с плоскостями и прямыми в пространстве представляет для учащихся достаточно сложную проблему. Задачи о нахождении угла и расстояния между скрещивающимися прямыми, расстояния между прямой и плоскостью, угла между плоскостями, о построении плоскости, перпендикулярной прямой, традиционно являются сложными и для абитуриентов.

Однако, в курсе аналитической геометрии ВУЗа, на основе скалярного и векторного произведения подобные задачи переводятся из геометрической в алгебраическую плоскость и решаются с помощью известных формул достаточно легко.

В качестве примера рассмотрим следующую задачу: В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ длина каждого ребра равна a. Точка M принадлежит ребру SC и $SM : MC = 2:1$. Найти угол между прямыми DC и AM.

Решение. Поместим пирамиду $SABCD$ в декартову систему координат $Dxyz$ и, не уменьшая общности, будем считать a=1.



Тогда искомый угол будет равен углу между векторами $\overline{AM}$ и $\overline{AB}$; высота пирамиды равна $SK = \sqrt{1-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Введем координаты вершин $A(1;0;0); B(1;1;0); C(0;1;0)$

$D_1\left(0;0;\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; $B_1\left(1;1;\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$;

$S\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. Найдем координаты точки M. По условию $SM : MC = 2:1$, следовательно, $\lambda = 2$.

$X_M = \frac{X_S + \lambda \cdot X_C}{1+\lambda} = \frac{1}{6}$; $Y_M = \frac{Y_S + \lambda \cdot Y_C}{1+\lambda} = \frac{5}{6}$; $Z_M = \frac{\sqrt{6}}{2}$. Тогда

$\overline{AB}(0;1;0); \overline{AM}\left(-\frac{5}{6};\frac{5}{6};\frac{\sqrt{2}}{6}\right)$; $\cos\left(\overline{AM};\overline{AB}\right) = \frac{\frac{5}{6}}{\sqrt{52/36}} = \frac{5}{2\sqrt{13}}$.

Следовательно, искомый угол равен $\arccos\frac{5}{2\sqrt{13}}$.

В связи с вышеизложенным представляется целесообразным в системе лицейского образования отвести теме «Векторы на плоскости и в пространстве» в курсе геометрии 11-го класса больше времени и внимания. Шире рассмотреть определение и свойства скалярного произведения, ввести понятие некомпланарных векторов, векторного произведения и его свойство, а также изучить основные способы задания плоскости и прямой в пространстве и их взаимное расположение.